

Cvičení 8.

Derivace a průběh funkce

Pojmy: Derivace (pravidla pro derivování, hledání extrémů). Vyšetření průběhu funkce — zopakovat vlastnosti funkcí (sudost, lichost, periodičnost, rostoucí, klesající, ohraničená, prostá).

1. Derivujte:

a) $e^{-x^2} \cdot \ln x$

b) $7^{-x^2} \cdot e^{-5x}$

c) $e^{-3x} \cdot \sin 3x$

d) $\ln(x^2 - a^2) + \ln \frac{x-a}{x+a}$

e) $\arccos \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

f) $2^{\tan x^2}$

g) $3^{\ln \tan x}$

h) $\ln(e^{-2x} + x \cdot e^{-2x})$

i) $x^{(x^2+1)}$

j) $\sqrt{x}^{\left(\frac{1}{x+1}\right)}$

2. Vyšetřete průběh následujících funkcí:

a) $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$,

b) $y = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$,

c) $y = \ln(\sin x)$,

d) $y = 2 \cos x - \cos 2x$,

e) $y = \frac{e^x}{x^2}$.

3. Určete nejmenší a největší hodnotu funkce $f(x)$ na intervalu $[a, b]$.

$f(x)$	a	b
$x^4 - 8x^2 - 9$	-1	1
$2 \cdot \sin 2x + \cos 4x$	0	$\frac{\pi}{3}$
$2 \cdot 2^{3x} - 9 \cdot 2^{2x} - 12 \cdot 2^x$	-1	1
$2 \cdot \ln^3 x - 9 \cdot \ln^2 x + 12 \cdot \ln x$	$e^{\frac{3}{4}}$	e^3
$\sin(\sin x)$	-1	1