Ústav fyzikálního inženýrství
Fakulta strojního inženýrství
VUT v Brně

GEOMETRICKÁ OPTIKA

Přednáška 5

Obsah

- Základy geometrické (paprskové) optiky

Refrakční mohutnost hranolu,

- příklad klinické aplikace.

Optické zobrazení

- úvod,
- lom paprsků rovinným rozhraním.

Úvod

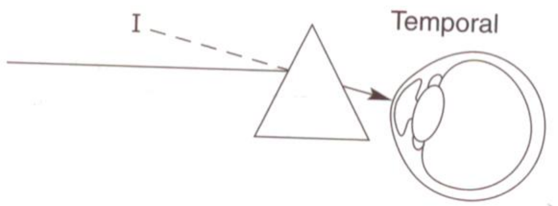
Dracō dormiēns numquam tītillandus

Spící drak se nemá dráždit.

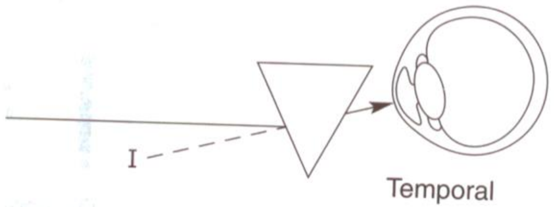
(Rowlingová: heslo bradavické školy)

Klinická aplikace - příklad

- Heteroforie, nebo-li skryté šilhání (*strabismus latens*), je stav, kdy je paralelní postavení očí do dálky udržováno motorickou fúzí, po jejímž zrušení například zakrytím oka se projeví chybné postavení očí*.
- Dle směru uchýlení zakrytého oka jsou heteroforie děleny na esoforie (úchylka dovnitř), exoforie (úchylka zevně), hyperforie (úchylka vzhůru), hypoforie (úchylka dolů) a cykloforie, kdy se dle stočení meridiánu na 12 hodinách jedná o incykloforii (12 dovnitř), nebo o excykloforii (12 zevně).



- Uvažujme pacienta s exofórí, který má korigovanou další oční vadu (krátkozrakost) brýlemi s -4 D (dioptrií). Ke korekci jeho exoforie je nutná prizmatická korekce o $P_P=2^{\Delta}$ **. Mezioční vzdálenost (vzdálenost středu pupil) pacienta je 56 mm.
  Úkolem je začlenit prizmatickou korekci do již existující korekce krátkozrakosti.

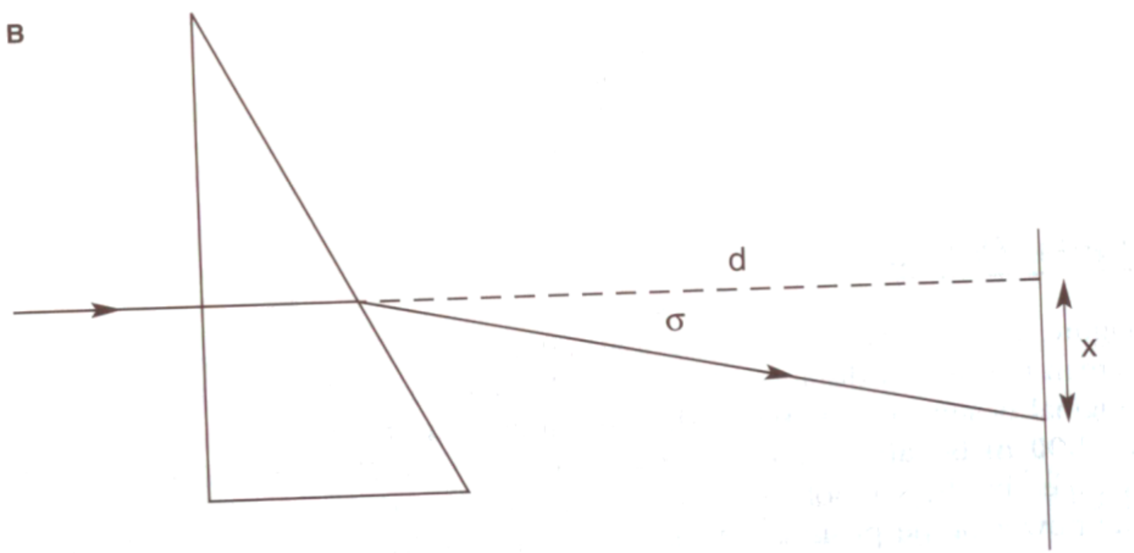


* Zdroj: http://is.muni.cz/th/142311/lf_b/Bakalarska_prace.doc

** Pozn.: Názory na použití prizmatické korekce jsou kontroverzní, bývá jí přisuzována role posledního prostředku konzervativní léčby, přičemž nebývá doporučována z důvodu prohlubování míry heteroforie při stálém nošení korekce.

Hranol – refrakční mohutnost

- Definujme refrakční mohutnost hranolu (*prism power*) pomocí následujících rovnic: $P_P = 100(\mathrm{tg}\sigma)^*$, nebo $P_P = 100(x/d)$, kde P_P je refrakční mohutnost hranolu v prizmových dioptriích (*prism diopter*), *x* je vzdálenost o kolik je paprsek vychýlen a *d* je vzdálenost na kterém toto vychýlení měříme (viz obrázek).



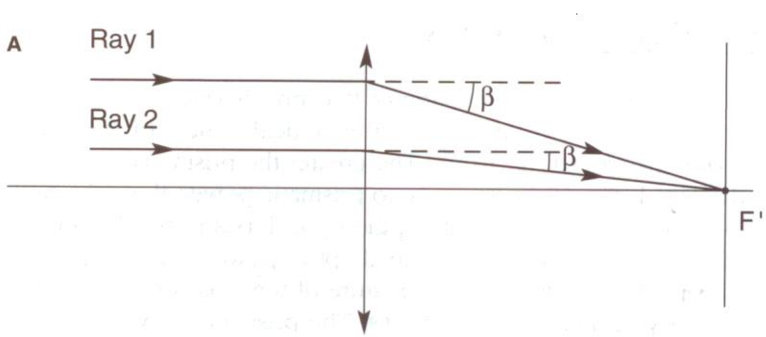
Hranol, který vychyluje paprsek o *x* = 1 cm na vzdálenosti *d* = 1 m, má refrakční mohutnost 1 prizmových dioptrii (1^{Δ}).

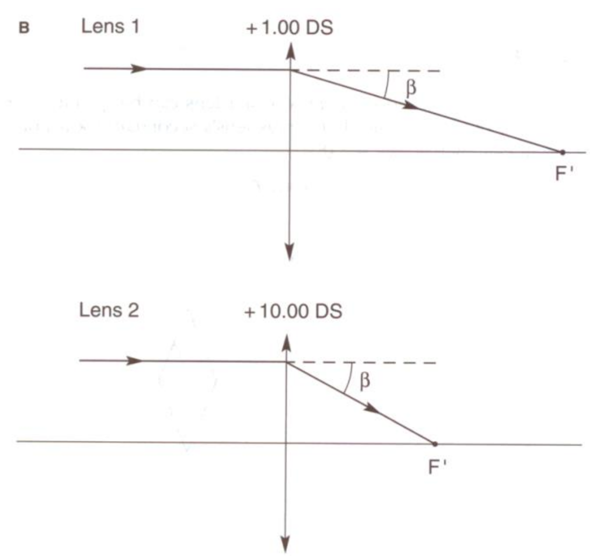
* v zahraniční literatuře se tangenta úhlu - tg značí tan.

Čočka – refrakční mohutnost

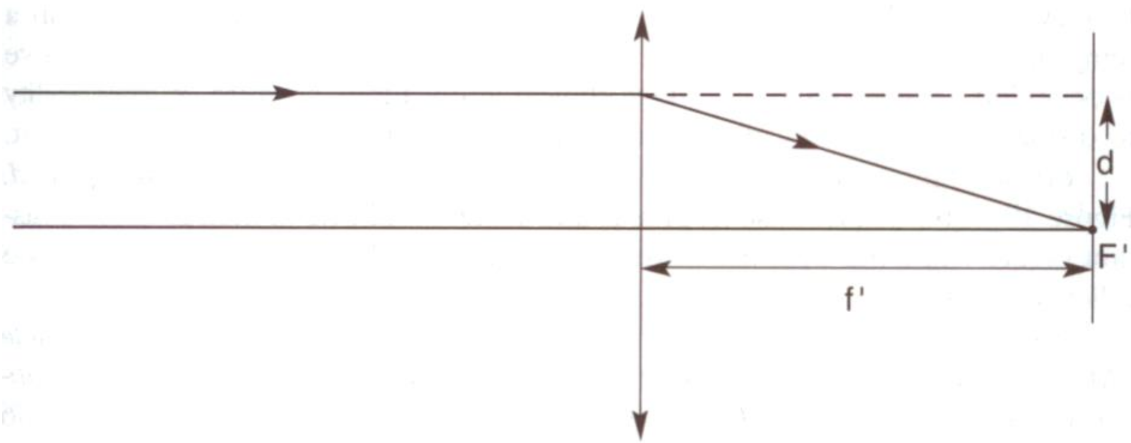
- Spojné i rozptylné čočky můžeme nahradit systémem hranolů (viz obrázek); a tak definovat odpovídající refrakční mohutnost.

- Pozn. čočky mají jak optickou (*dioptric power*) tak i refrakční (*prism power*) mohutnost. Optická mohutnost *P* (která souvisí s poloměry křivosti čoček, jednotku má dioptrie - D a definuje se jako převrácená hodnota ohniskové vzdálenosti $P = 1/f$) způsobí vychýlení paprsku. Refrakční mohutnost má za následek posun obrazu ve směru vrcholu daného hranolu.





Prenticův zákon (Prentice´s rule)



- Obrázek demonstruje možnost definice refrakční mohutnosti čočky. Paprsek šířící se z nekonečna po dopadu na (tenkou) spojnou čočku je fokusován do obrazového ohniska čočky. Pro refrakční mohutnost platí $P_P = 100(d / f´)$, kde *d* a *f´* jsou v cm.

- Využitím definice optické mohutnosti *P = 1/f* pro *f´* (v cm) platí: $f´ = 100 / P$.

- Dosazením dostaneme Prenticův zákon: ***$P_P = d \cdot P$***

- Kde d je dopadová výška (vzdálenost místa dopadu paprsku od optické osy) v cm a *P* je optická mohutnost čočky.

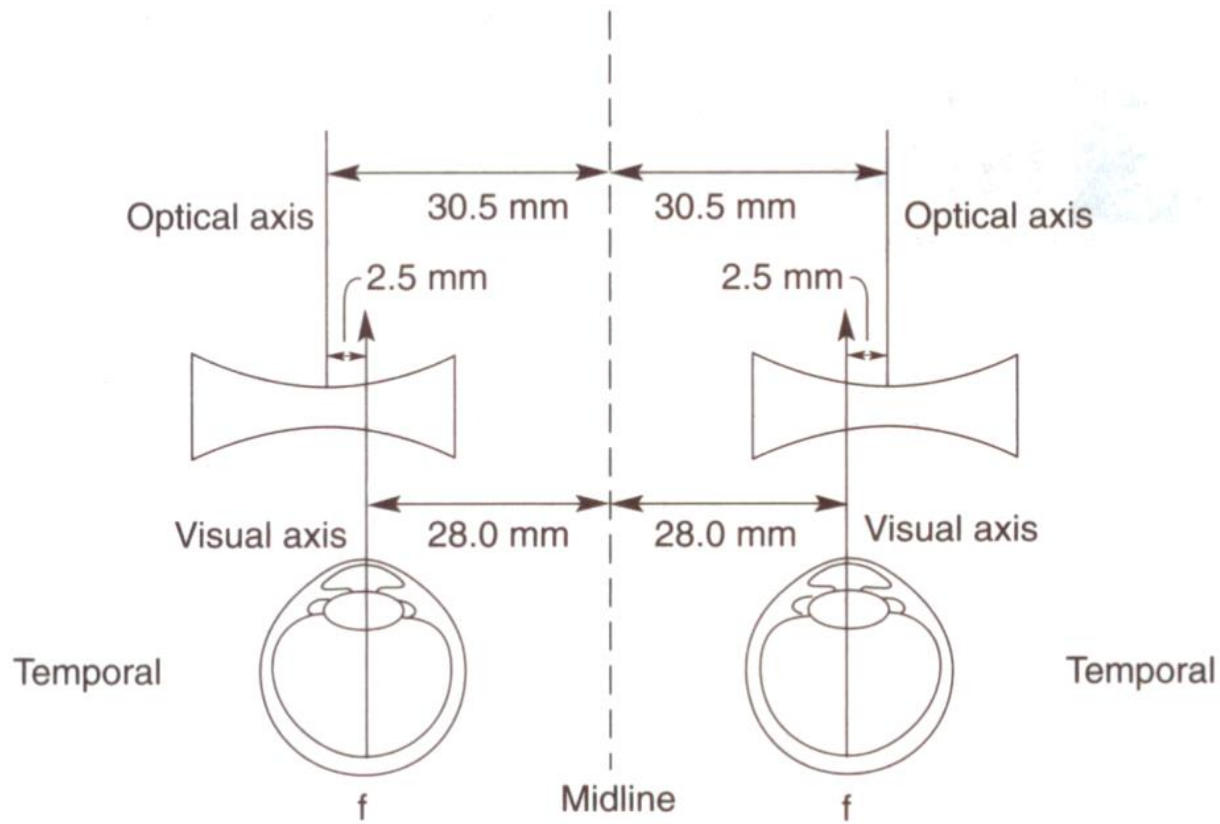
Klinická aplikace - příklad

- Je běžnou klinickou praxí, že prizmatická korekce se rozdělí rovnoměrně mezi oči. Pak dotaz zní: Jak musí být umístěny čočky o -4 D vzhledem k optické ose aby vykazovali prizmatickou korekci o $P_P = 1^{\Delta}$?
- Řešíme využitím Prenticova pravidla:

$$P_P = d_{[cm]} \cdot P$$

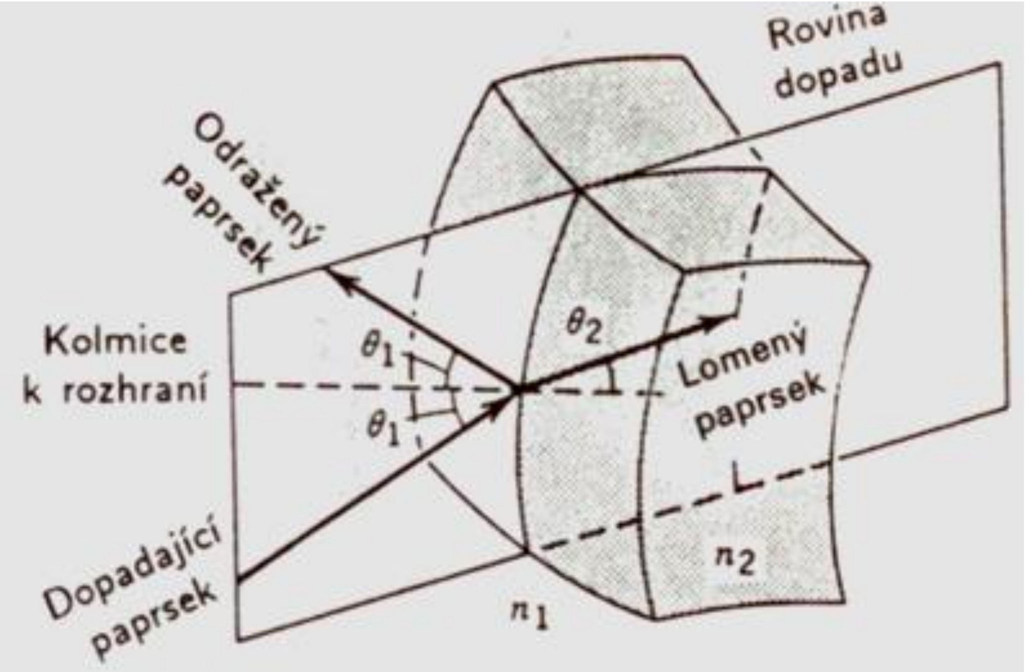
$$1,0^{\Delta} = d_{[cm]} \cdot 4 \; [\mathrm{D}]$$

$$d = 0,25 \text{ cm} = 2,5 \text{ mm}$$



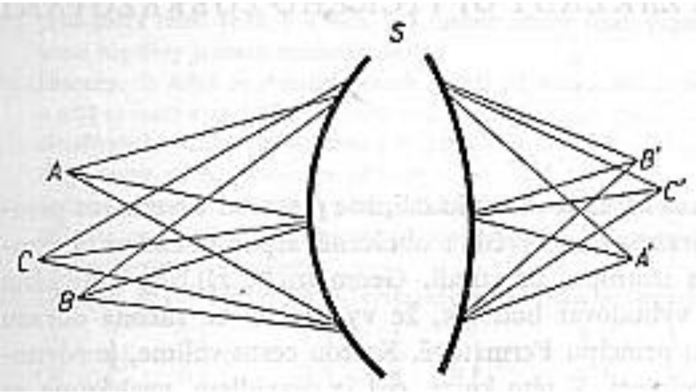
Optické zobrazení - úvod

- Z Fermatova principu vyplývá:
  - **v homogenním prostředí paprsky šíří přímočaře,**
  - **odražený paprsek leží v rovině dopadu;**
    úhel odrazu se rovná úhlu dopadu,
  - **lomený paprsek leží v rovině dopadu;**
    úhel lomu θ_2 se vztahuje k úhlu dopadu
    θ_1 Snellovým zákonem $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$**.**

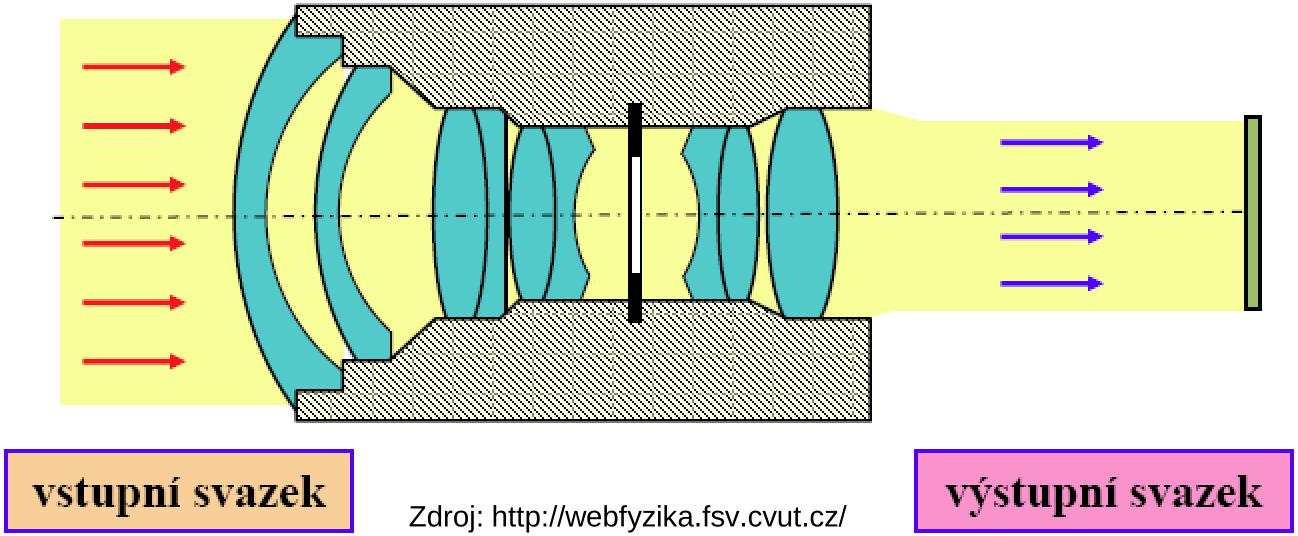


Optické zobrazení - úvod

- **Optické zobrazování** – úkolem je umožnit viditelnost předmětů na jiném místě, a to buď ve stejné velikosti, nebo zvětšeně (resp. zmenšeně).



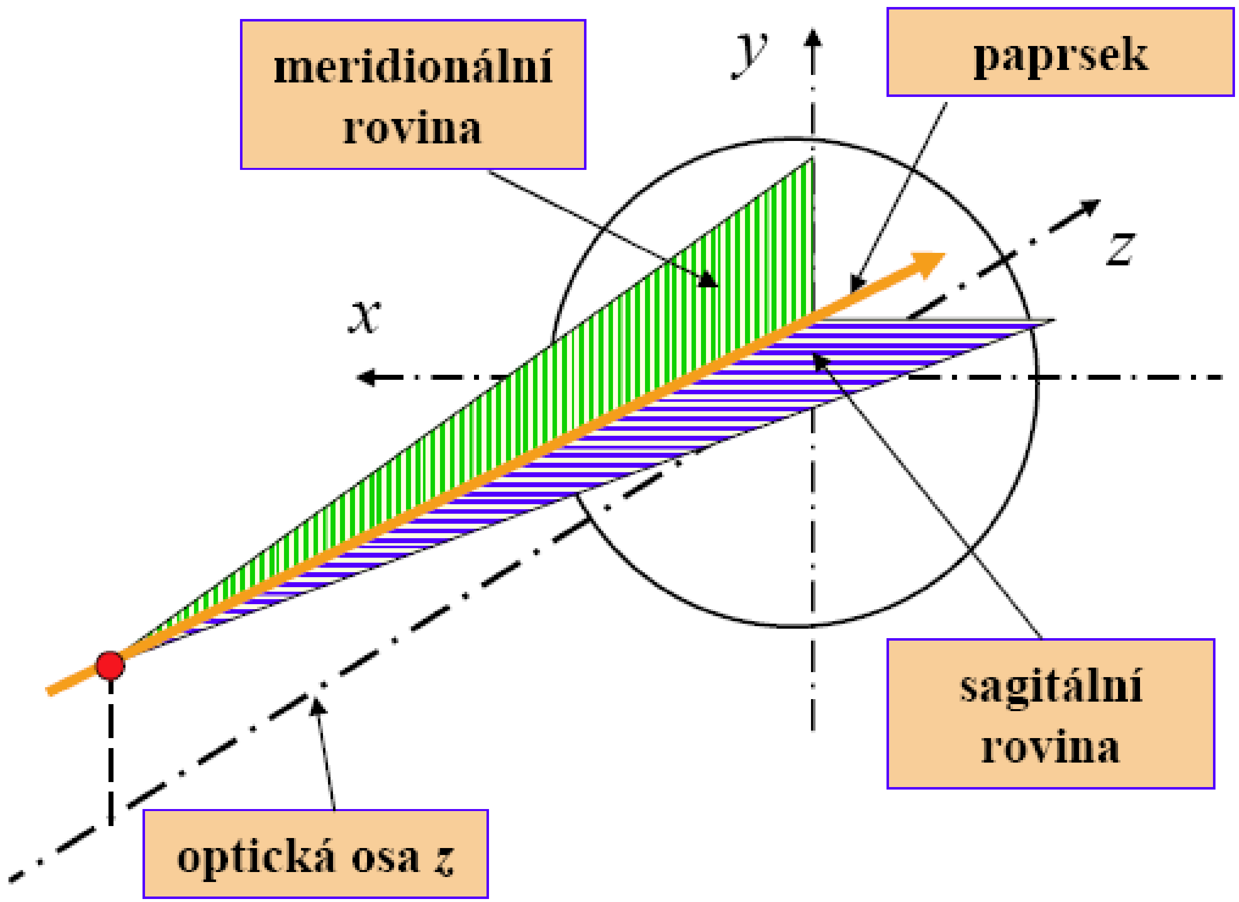
Z každého (**předmětového**) **bodu** A, B, C… svítícího (osvětleného) objektu vychází svazek světelných paprsků. Procházejí-li tyto svazky optickou soustavou S, transformují se na nové svazky s vrcholy A´, B´,C´ … A´, B´,C´ … nazýváme **obrazy bodů** A, B, C… a obrazem předmětu je souhrn obrazů jednotlivých bodů předmětu.



Zdroj: http://webfyzika.fsv.cvut.cz/

Optické zobrazení – významné roviny optické soustavy

- Při navrhování optických soustav lze počítat průchod libovolného paprsku soustavou.
- Pro jednoduchost se často provádí výpočty v tzv. **meridionální** nebo **sagitální** rovině.

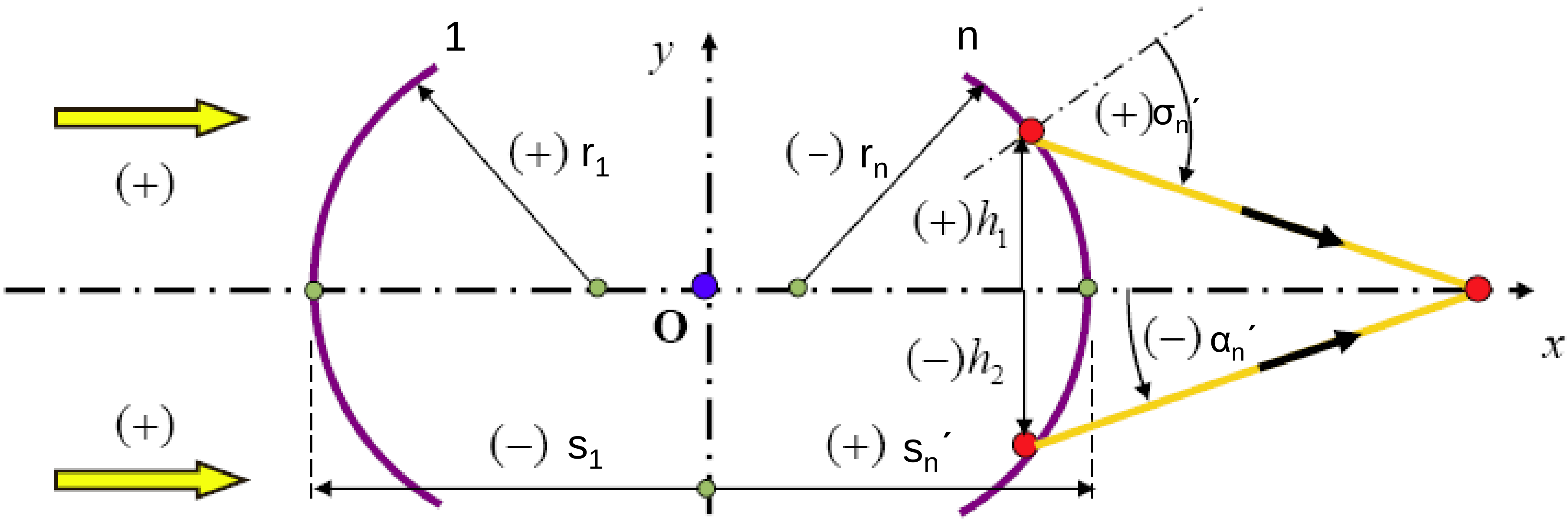


Zdroj:
http://webfyzika.fsv.cvut.cz/

Optické zobrazení – ZNAMÉNKOVÁ KONVENCE

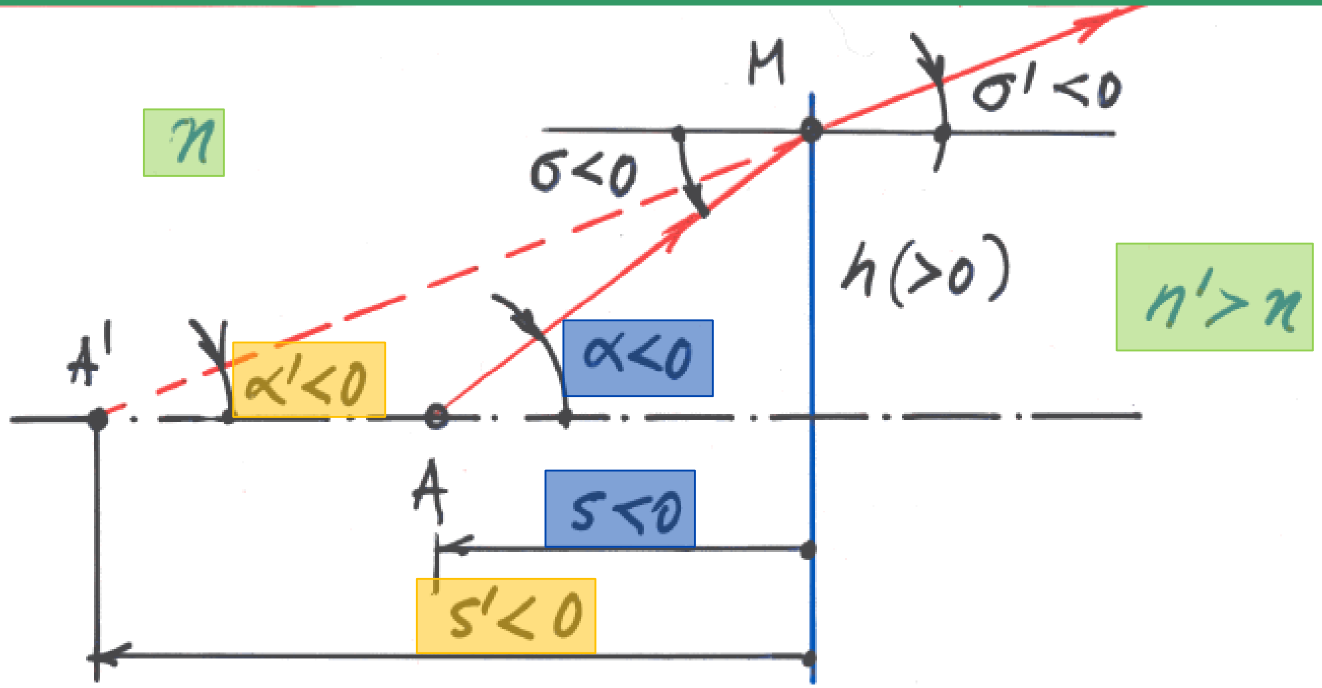
1. Optické soustavy se zobrazují tak, aby vstupní plocha byla na obrázku vlevo.
2. Vzdálenosti na ose se berou kladně, jestliže jsou od optické soustavy orientovány ve směru šíření světla, a záporně, jestliže jsou orientovány opačně.
3. Tloušťky čoček a jiných optických prvků, včetně vzduchových mezer mezi zobrazujícími plochami se berou kladně.
4. Poloměry křivosti ploch se berou kladně, jestliže střed křivosti je vpravo od zobrazující plochy, záporně, jestliže střed křivosti leží vlevo od zobrazující plochy.
5. Dopadové výšky, tzn. vzdálenosti průsečíků paprsků a zobrazujících ploch, a vzdálenosti předmětových bodů a obrazových bodů se počítají kladně nahoru od optické osy, záporně dolů od optické osy.
6. Úhel paprsku se orientuje od optické osy; berou se kladně, jestliže orientace je ve směru chodu hodinových ručiček, záporně, jestliže je orientace opačná.
7. Úhly dopadu, odrazu a lomu se orientují od normály k paprsku; jsou kladné jestliže orientace je ve směru oběhu hodinových ručiček, jsou záporné proti opačné orientaci.
8. Při odrazu paprsku od zobrazovací plochy se změní znaménko indexu lomu.

Optické zobrazení – ZNAMÉNKOVÁ KONVENCE



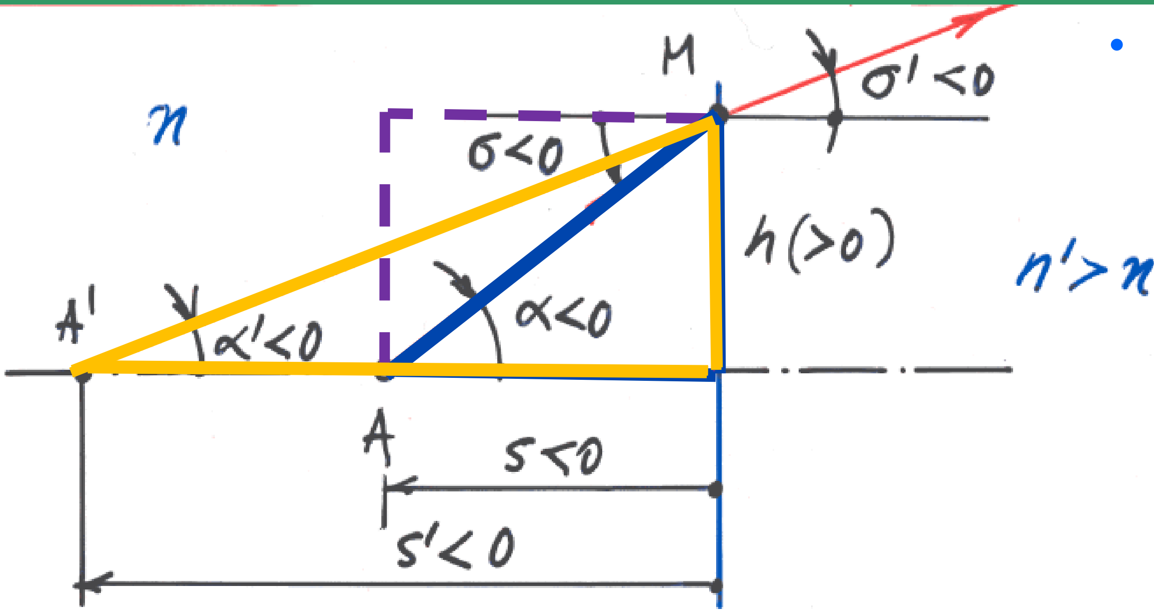
Zdroj:
http://webfyzika.fsv.cvut.cz/

Optické zobrazení – Lom paprsků rovinným rozhraním



Úkolem je k známým veličinám ***α*, *s*** přiradit veličiny ***α´*** a ***s´*** po transformaci paprsků rovinnou plochou rozdělující prostředí o indexech lomu ***n*** a ***n´***.

Optické zobrazení – Lom paprsků rovinným rozhraním



- (Snellův) zákon lomu:

$$\sin\sigma' = \frac{n}{n'}\sin\sigma.$$

Poněvadž: $\boxed{\sigma = \alpha}$, $\sigma' = \alpha'$,

$$\sin\alpha' = \frac{n}{n'}\sin\alpha.$$

Pro danou polohu *s* bodu A je dopadová výška:

$\boxed{h = s\ \mathrm{tg}\,\alpha}$, takže* $\boxed{s' = s\,\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,\alpha'}}$.

Hodnoty *α´* a *s´* určují polohu obrazu bodu A, tedy A´. Z $\sigma = \alpha,\ \sigma' = \alpha'$, a z obrázku:

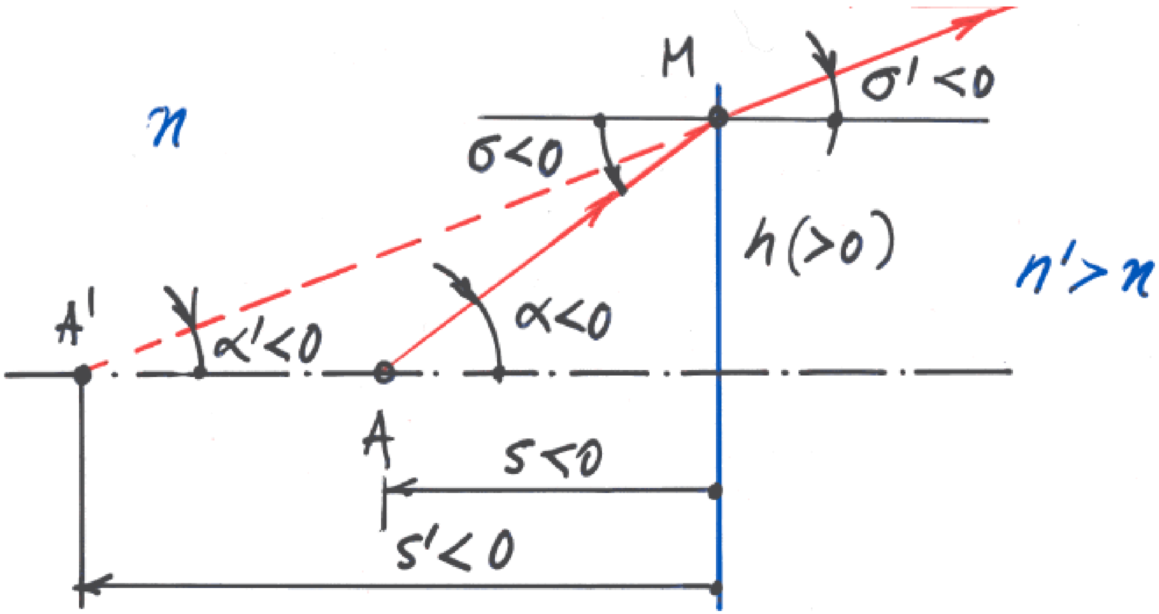
$$\boxed{\sin\alpha = \sin\sigma = \frac{h}{\sqrt{h^2 + s^2}}},\quad \boxed{\sin\alpha' = \sin\sigma' = \frac{h}{\sqrt{h^2 + s'^2}}}.$$

Dosazením do Snellova zákona dostaneme:

$$s' = \frac{n'}{n}\sqrt{s^2 + \left(1 - \frac{n^2}{n'^2}\right)h^2}.$$

* $\mathrm{tg}\,\alpha' = h/s' \Rightarrow s' = h/\mathrm{tg}\,\alpha' = s\,\mathrm{tg}\,\alpha/\mathrm{tg}\,\alpha'$

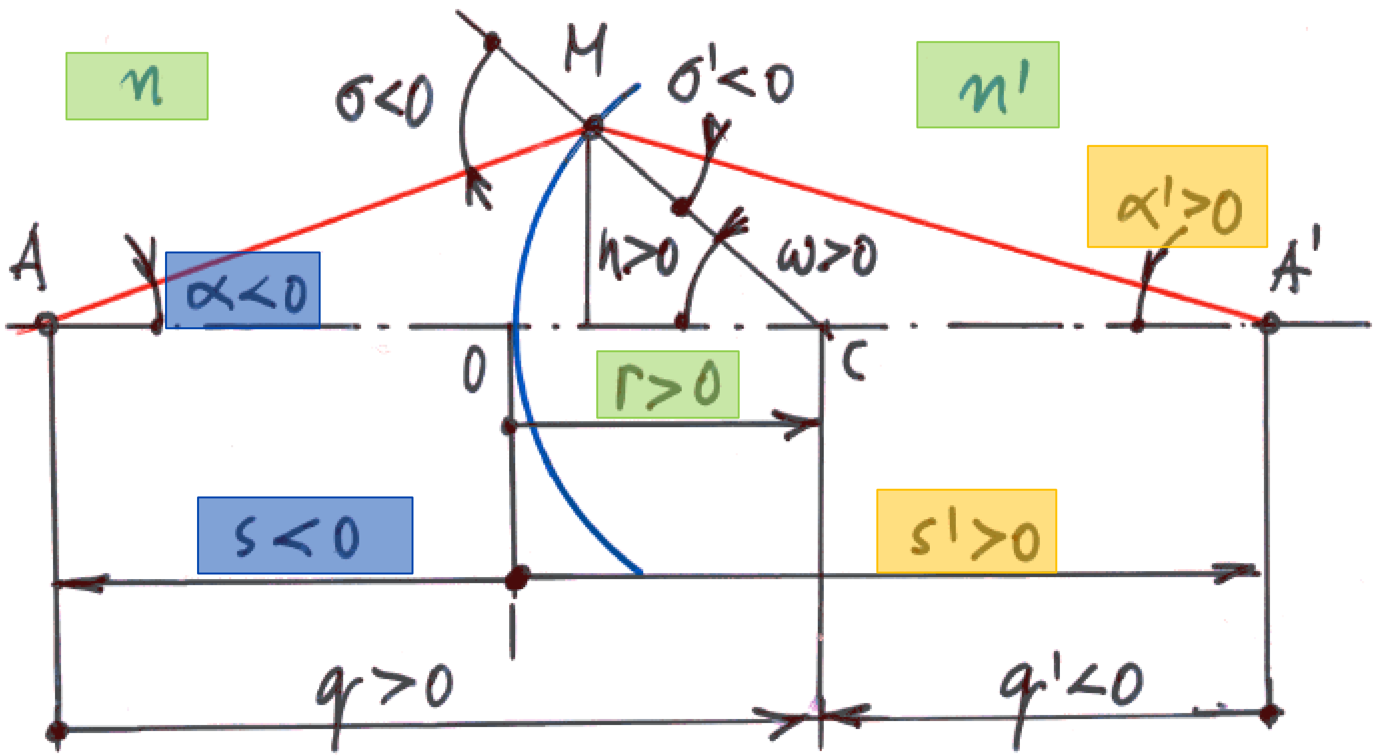
Optické zobrazení – Lom paprsků rovinným rozhraním



$$s' = \frac{n'}{n}\sqrt{s^2 + \left(1 - \frac{n^2}{n'^2}\right)h^2}$$

Lomem na rovinném rozhraní se nezachovává homocentričnost světelného svazku. Poloha obrazu *s´* je funkcí dopadové výšky *h*. Obraz bodu vytvářený širokým svazkem paprsků je neostrý.

Optické zobrazení
Lom paprsků sférickým rozhraním



Úkolem je k známým veličinám ***α*, *s*** přiradit veličiny ***α´*** a ***s´*** po transformaci paprsků kulovou plochou o poloměru ***r*** rozdělující prostředí o indexech lomu ***n*** a ***n´***.