Ústav fyzikálního inženýrství
Fakulta strojního inženýrství
VUT v Brně

GEOMETRICKÁ OPTIKA

Přednáška 6

Obsah

- Základy geometrické (paprskové) optiky

Optické zobrazení

- lom paprsků sférickým rozhraním
- zobrazení kulovou plochou obecně a v paraxiálním prostoru.

Úvod

Esto brevis et placebis.

Buď stručný a budeš se líbit.

This photorealistic image of a nonexistent countertop was produced completely on a computer, by computing a complicated ray diagram.

Zdroj: http://www.lightandmatter.com/

Optické zobrazení – Opakování

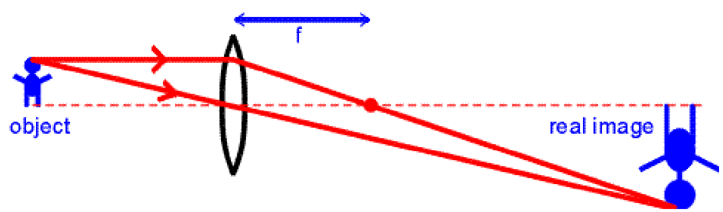
Předmět – množina bodů které jsou zdrojem primárního nebo sekundárního záření (svítící nebo osvětlené předmětové body).

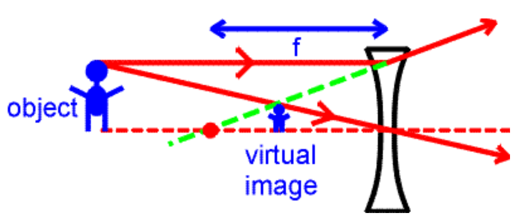
Optické zobrazení – transformace, která převádí svazek paprsků do optické soustavě stupující ve svazek paprsků z optické soustavy vystupující.

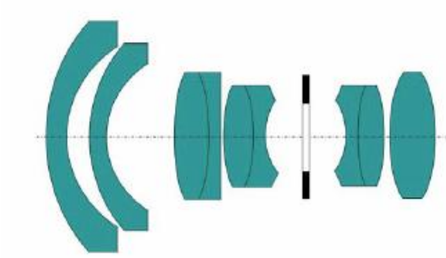
Obraz – množina bodů které odpovídají předmětu zobrazenému optickou soustavou

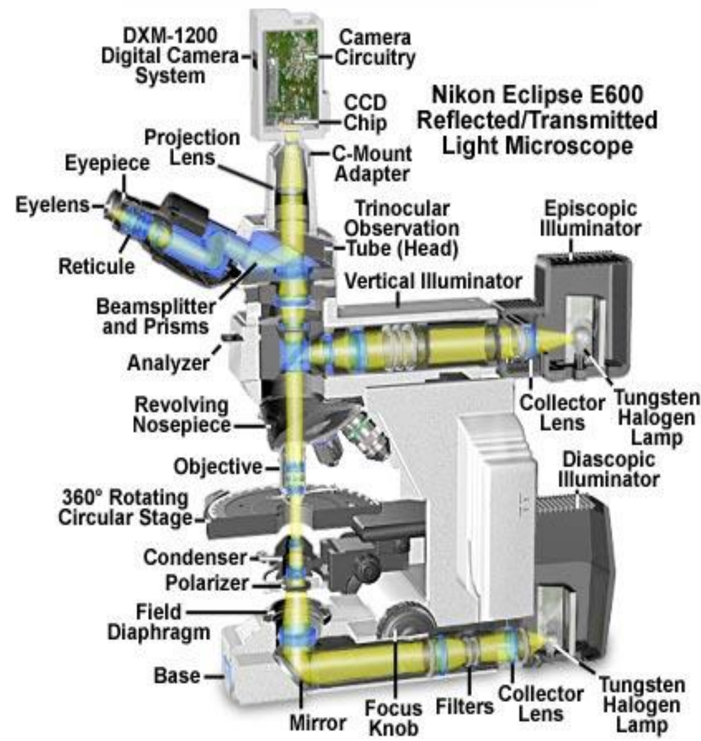
Sdružené body – dva body z nichž jeden je obrazem druhého.

Reální/virtuální obraz:



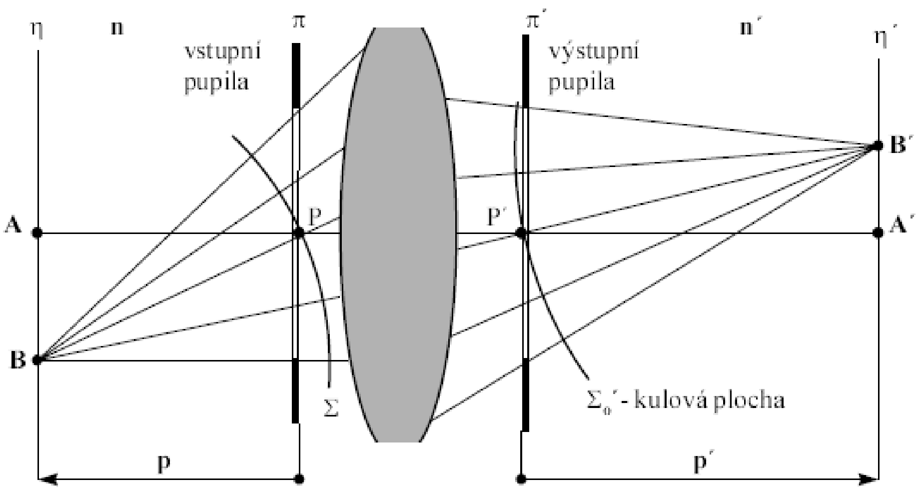






Zdroj: http://webfyzika.fsv.cvut.cz/, www.nikon.com a http://www.pa.msu.edu/

Optické zobrazení – Ideální optická soustava



Kulová vlnoplocha Σ je transformována na kulovou vlnoplochu $\Sigma_0´$

Zdroj: http://dsp.vscht.cz/konference_matlab/matlab01/miks2.pdf

Uvažujme např. mimoosový bod B, z kterého vychází kulová vlnoplocha. Vzhledem k tomu, že ideální optická soustava zobrazuje bod opět jako bod (přímku jako přímku a rovinu jako rovinu), bude kulová vlnoplocha Σ, po průchodu optickou soustavou, transformována opět na kulovou vlnoplochu $\Sigma_0´$ se středem v bodě B´, který je obrazem bodu B. Paprsky vycházející z bodu B budou, po průchodu optickou soustavou, protínat obrazovou rovinu η´ v bode B´.

- pokud do soustavy vstupuje svazek paprsků vycházejících z jednoho bodu (homocentrický svazek), budou se vystupující paprsky protínat rovněž v jediném bodě,
- leží-li body, z nichž vycházejí paprsky do soustavy vstupující, na jedné přímce, leží i průsečíky paprsků ze soustavy vystupujících na jedné (obecně však jiné !) přímce.

Pozn.:
Geometrickou transformaci splňující předpoklad ideální optické soustavy je **kolineace**.
Pro víc informací viz např.: http://mathonline.fme.vutbr.cz/1kg/02_Kolineace_Afinita/Stred_Kolin.htm

Stigmatické zobrazení – zobrazení který každému bodu předmětu (A (x,y,z)) přiřazuje určitý bod obrazu (A´(x´,y´,z´).

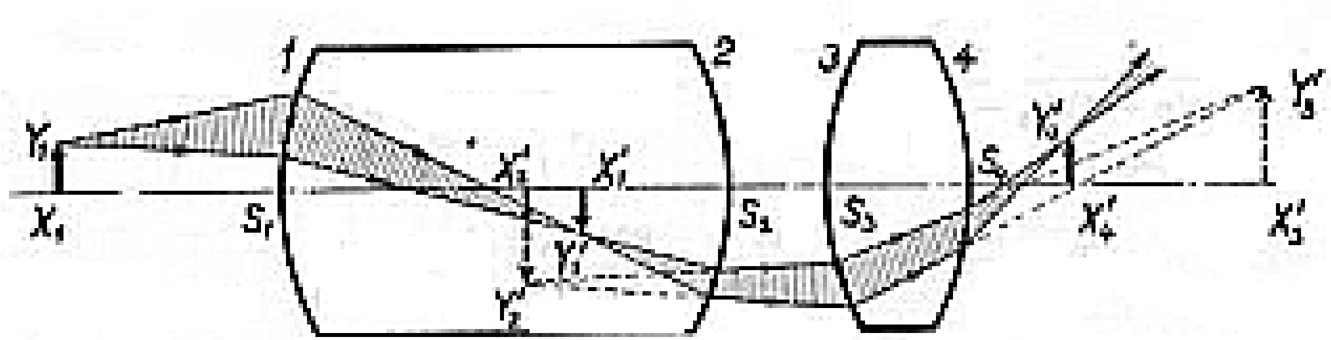
Optické zobrazení – Osově symetrická soustava

•Zobrazovací soustavu nazveme **osově symetrickou**, pokud se její (zobrazovací) vlastnosti nemění při libovolném pootočení kolem jisté přímky. Tuto přímku pak nazveme osou symetrie soustavy.

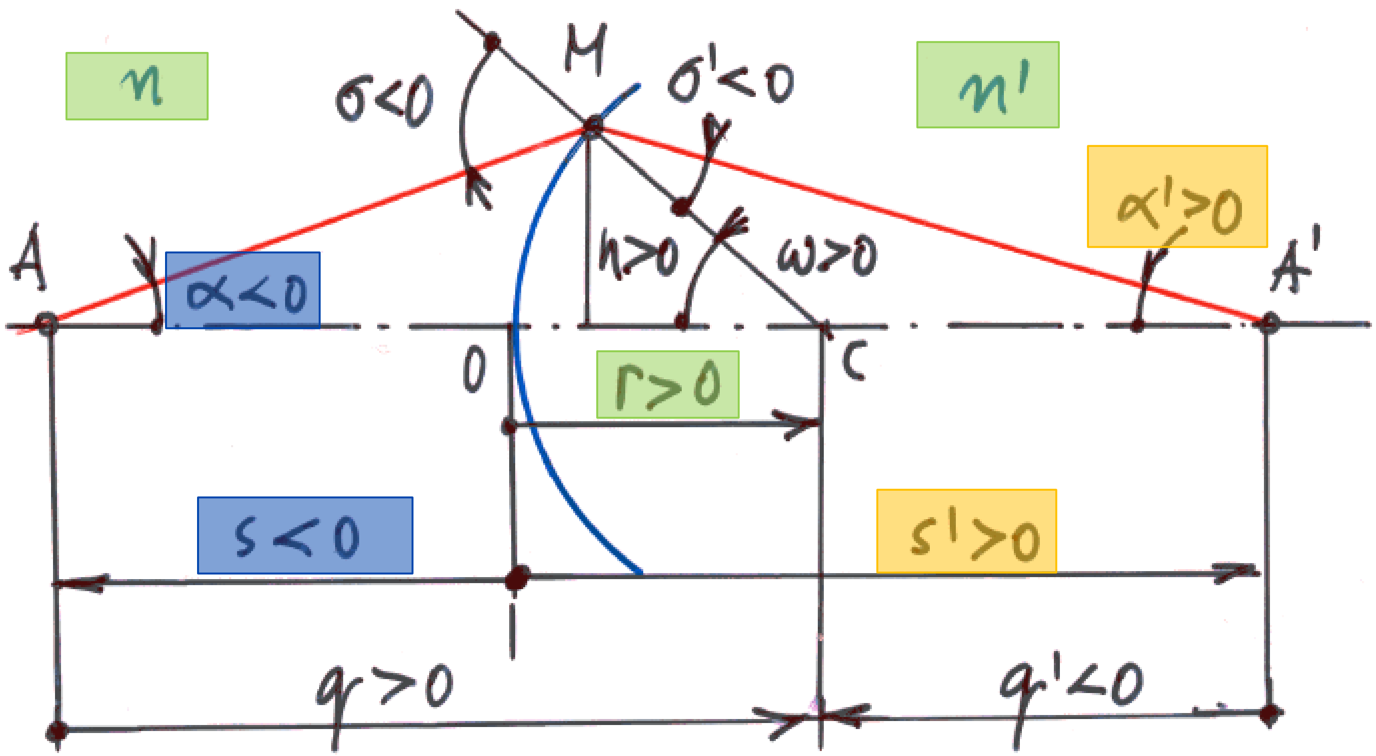
•V (geometrické) optice pro takové soustavy používáme zpravidla označení centrovaná zobrazovací soustava a pro jejich osu symetrie pak označení optická osa.

•Osovou symetrii centrované zobrazovací soustavy můžeme využít ke speciální volbě předmětové a obrazové souřadnicové soustavy.

•Bez újmy na obecnosti můžeme totiž osu symetrie zobrazovací soustavy ztotožnit se souřadnicovými osami z a z´, které navíc zvolíme tak, aby byly navzájem totožné (z ≡ z´) a stejně orientované.

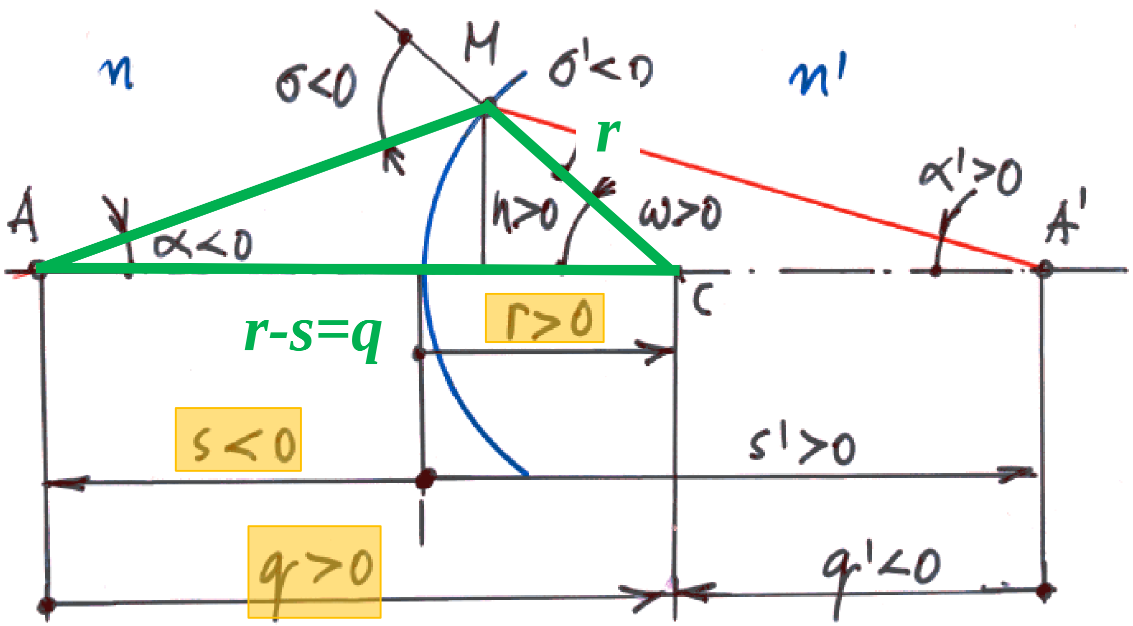


Optické zobrazení - Opakování
Lom paprsků sférickým rozhraním



Úkolem je k známým veličinám α, s přiradit veličiny α' a s' po transformaci paprsků kulovou plochou o poloměru r rozdělující prostředí o indexech lomu n a n'.

Optické zobrazení
Lom paprsků sférickým rozhraním



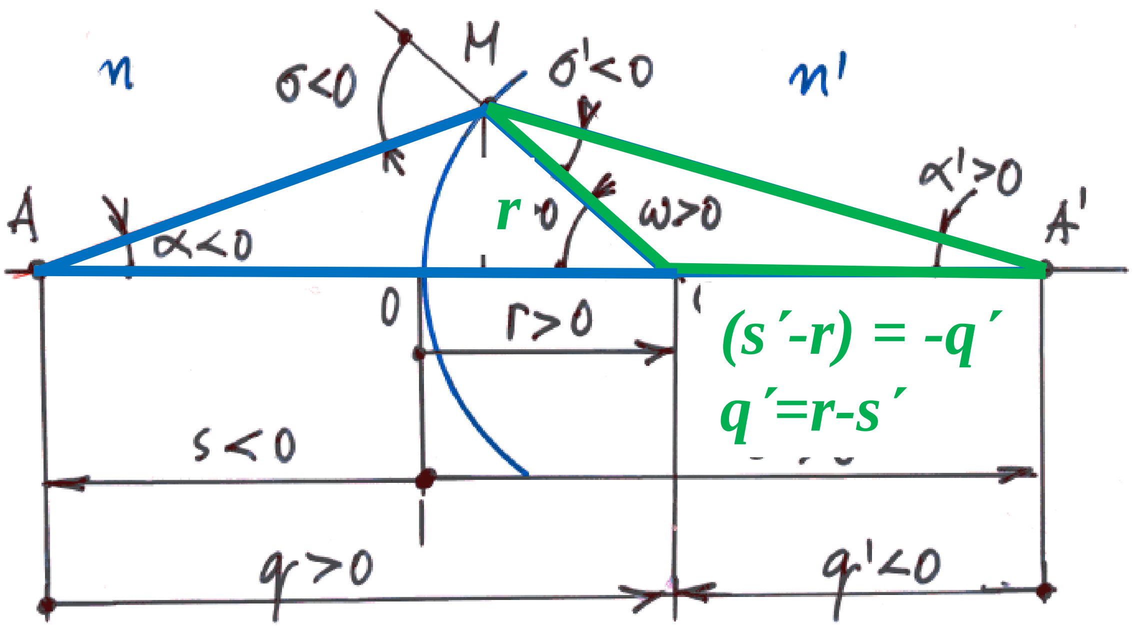
$$\sin\sigma = \frac{q}{r}\sin\alpha,\quad \boxed{q = r - s};$$

Sinová věta:

$$\frac{r}{-\sin\alpha} = \frac{r-s}{\sin(180^\circ+\sigma)},\quad \frac{q}{r} = \frac{\sin(180^\circ+\sigma)}{-\sin\alpha} = \frac{-\sin\sigma}{-\sin\alpha} \Rightarrow$$

$$\sin\sigma = \frac{q}{r}\sin\alpha.$$

Optické zobrazení
Lom paprsků sférickým rozhraním



$$\sin\sigma = \frac{q}{r}\sin\alpha,\ q = r - s;$$

$$\boxed{-\sigma = \omega - \alpha,}$$

$$180° + \sigma = 180° - \omega + \alpha,$$

$$\alpha' = \alpha + \sigma' - \sigma.$$

$$\boxed{\omega = \alpha' - \sigma',}$$

$$180° - \omega = 180° - \alpha' + \sigma',$$

Snellův zákon lomu:

$$\sin\sigma' = \frac{n}{n'}\sin\sigma.$$

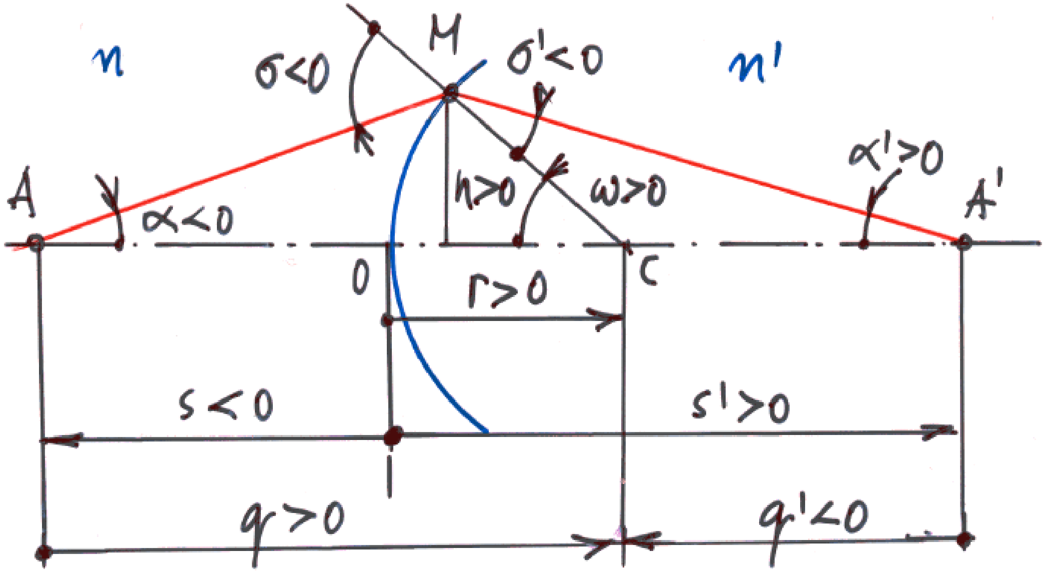
$$\boxed{q' = r\frac{\sin\sigma'}{\sin\alpha'}}.$$

Sinová věta:

$$\frac{q'}{\sin\sigma'} = \frac{r}{\sin\alpha'},\quad \Rightarrow q' = r\frac{\sin\sigma'}{\sin\alpha'}.$$

$$s' = r - q'.$$

Optické zobrazení
Lom paprsků sférickým rozhraním



$$\sin\sigma = \frac{q}{r}\sin\alpha, \qquad \sin\sigma' = \frac{n}{n'}\sin\sigma,$$

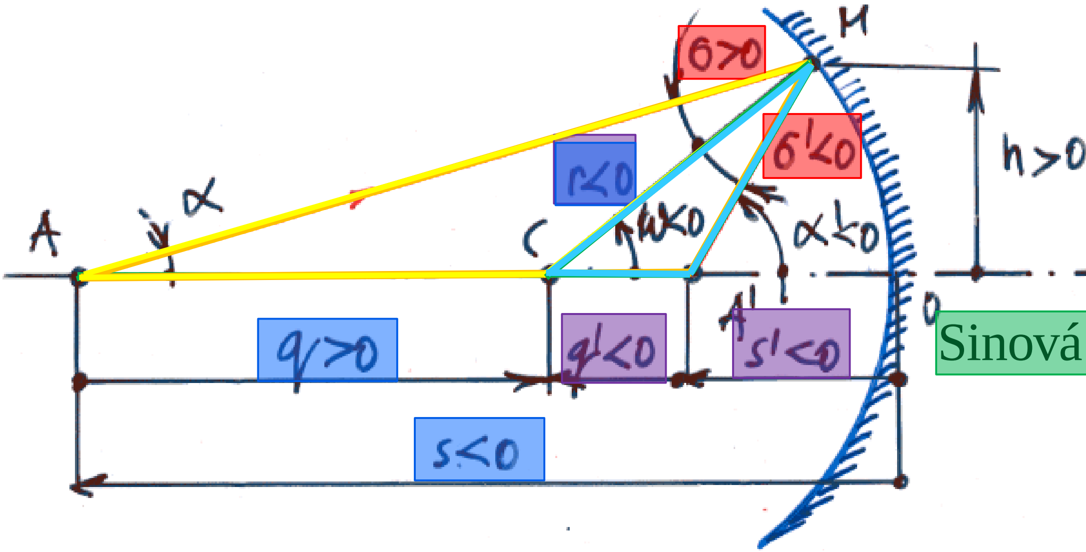
$$q = r - s, \qquad q' = r\frac{\sin\alpha'}{\sin\sigma'},$$

$$\alpha' = \alpha + \sigma' - \sigma, \qquad s' = r - q'.$$

Dopadová výška:

$$h = r\sin\omega = r\sin(\alpha' - \sigma') = r\sin(\alpha - \sigma).$$

Optické zobrazení
Odraz paprsků od kulové plochy



Známe α, s hledáme α', s'

$$\sin\sigma = \frac{q}{r}\sin\alpha,$$

Sinová věta: $\dfrac{r}{\sin\alpha} = \dfrac{q}{\sin\sigma} \Rightarrow \sin\sigma = \dfrac{q}{r}\sin\alpha.$

$\sin\sigma = \dfrac{q}{r}\sin\alpha$; $q = r - s$;

$\sigma' = -\sigma$; $\omega = \alpha - \sigma$;

$\alpha' = \omega + \sigma'$;

$q' = r\dfrac{\sin\sigma'}{\sin\alpha'}$;

$\alpha' = \alpha + 2\sigma'$;

$s' = r - q'$.

Porovnání s rovnicemi pro lom paprsku na kulové ploše:

$$\sin\sigma = \frac{q}{r}\sin\alpha, \qquad \sin\sigma' = \frac{n}{n'}\sin\sigma,$$

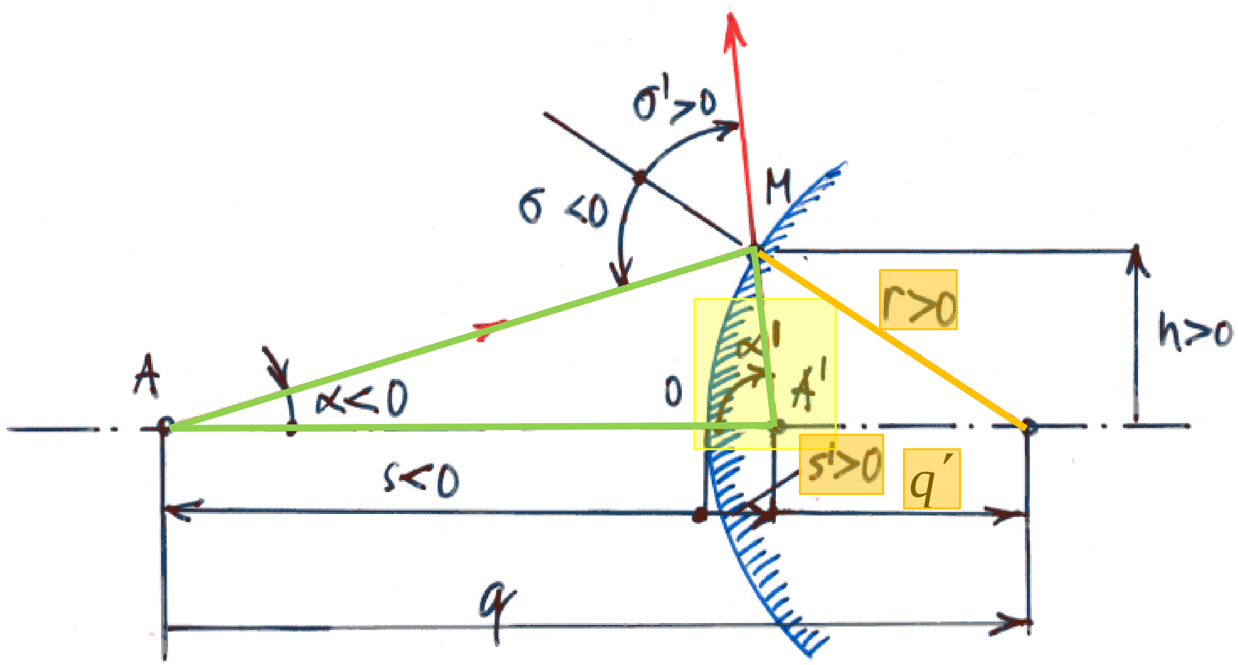
$$q = r - s; \qquad q' = r\frac{\sin\alpha'}{\sin\sigma'},$$

$$\alpha' = \alpha + \sigma' - \sigma, \qquad s' = r - q'.$$

Při odrazu platí:

$$n = n'.$$

Optické zobrazení
Odraz paprsků na kulové ploše



$$\sin\sigma = \frac{q}{r}\sin\alpha,\ q = r - s;$$

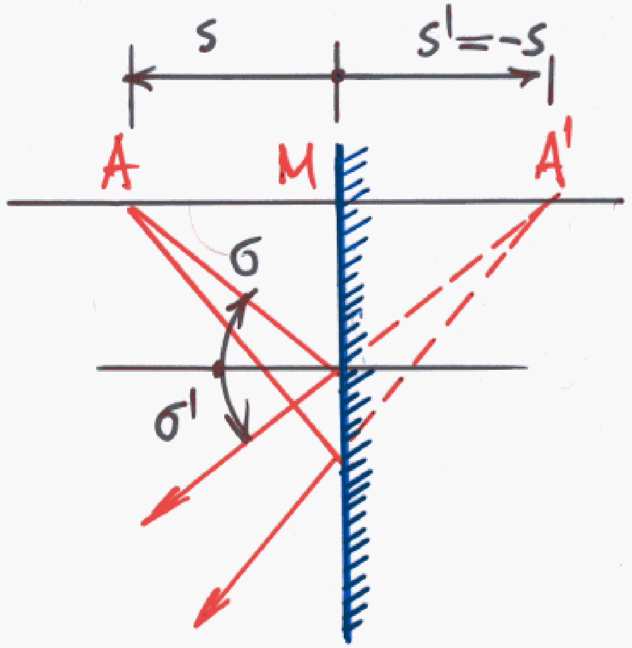
$$\sigma' = -\sigma;\ \omega = \alpha - \sigma;\ \alpha' = \omega + \sigma';$$

$$q' = r\frac{\sin\sigma'}{\sin\alpha'};$$

$$\alpha' = \alpha + 2\sigma';$$

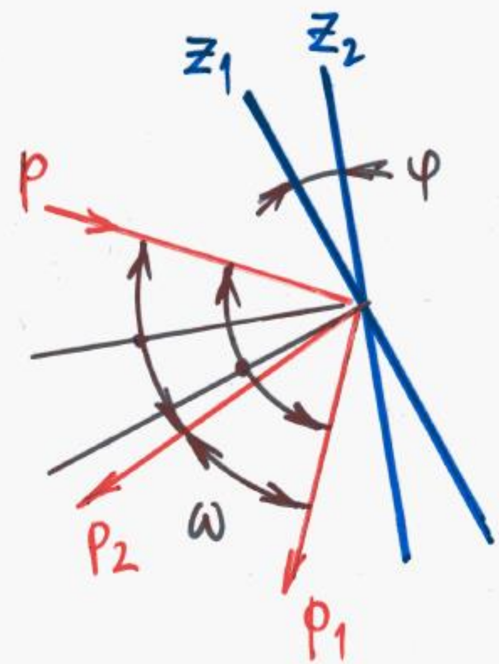
$$s' = r - q'.$$

Optické zobrazení
Odraz paprsků od rovinné plochy



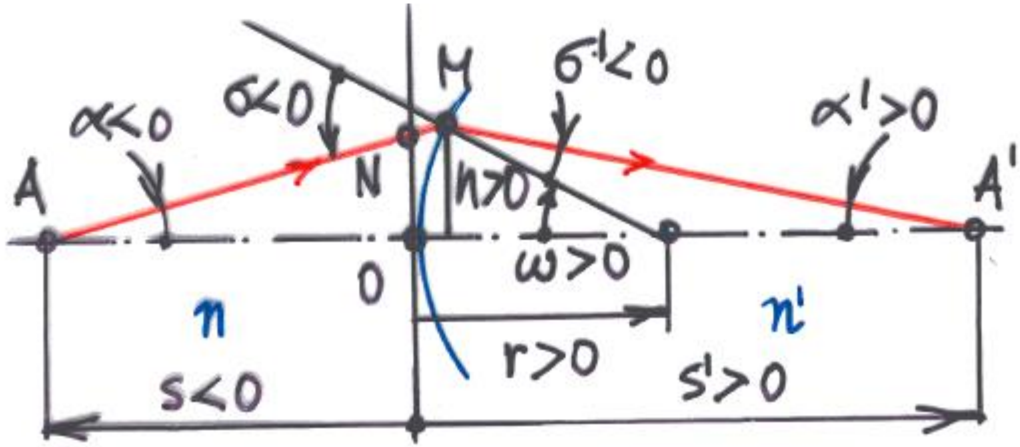
$$\eta' = -\eta$$

$$\sigma' = -\sigma$$



$$\omega = 2\varphi$$

Optické zobrazení
Paraxiální paprsky



Paraxiálním paprskem je označován paprsek, který se šíří z osového bodu předmětu pod malým úhlem *α* a optickou soustavu protíná v malé dopadové výšce *h*.

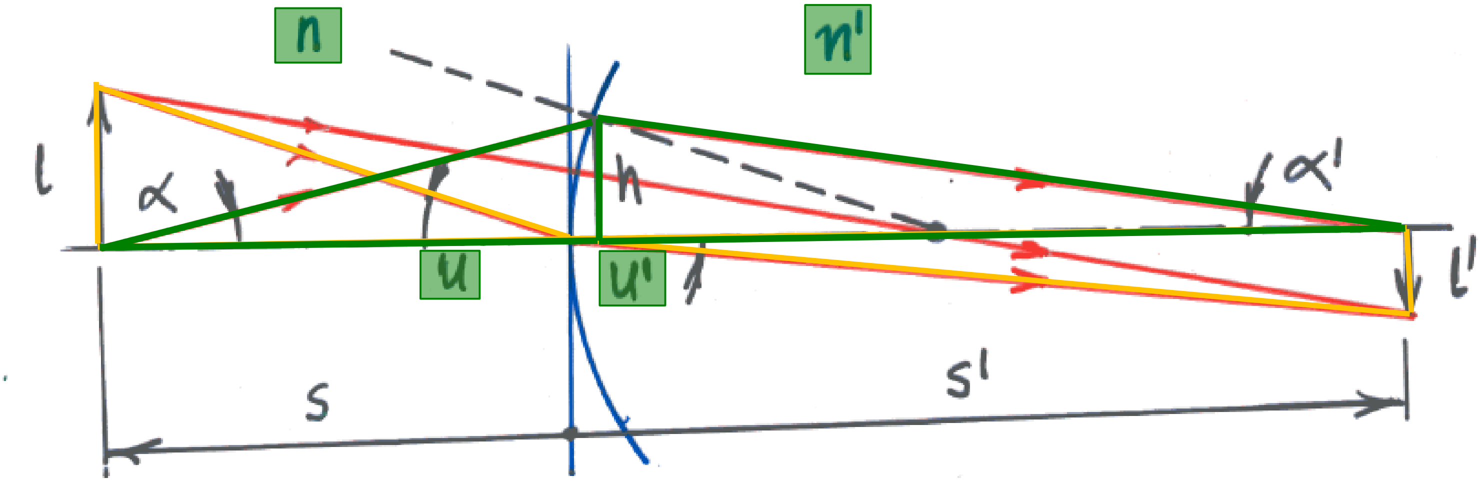
$\sin\alpha \approx \mathrm{tg}\,\alpha \approx \alpha, \ \cos\alpha \approx 1;$

$\sin\sigma \approx \sigma, \ \sin\sigma' \approx \sigma';$

NM ≈ 0, (bod na ploše je nahrazen bodem N na rovině kolmé k ose).

Snellův zákon: $n\sigma = n'\sigma'$.

Optické zobrazení
Huygensův-Helmholtzův invariant



$$\frac{-l'}{l} = \frac{s'u'}{-su} = \frac{n\alpha}{-n'\alpha'};$$

neboť

$$s\alpha = h = s'\alpha';$$
$$nu = n'u'.$$

$$\sin u \approx u = \frac{l}{-s};$$

$$s\alpha = h = s'\alpha' \Rightarrow \frac{s}{s'} = \frac{\frac{\alpha}{h}}{\frac{\alpha'}{h}} = \frac{\alpha'}{\alpha};$$

$$\sin u' \approx u' = \frac{-l'}{s'};$$

$$nu = n'u' \Rightarrow \frac{u'}{u} = \frac{n}{n'};$$

$$\frac{s'u'}{-su} = \frac{n\alpha}{-n'\alpha'}.$$

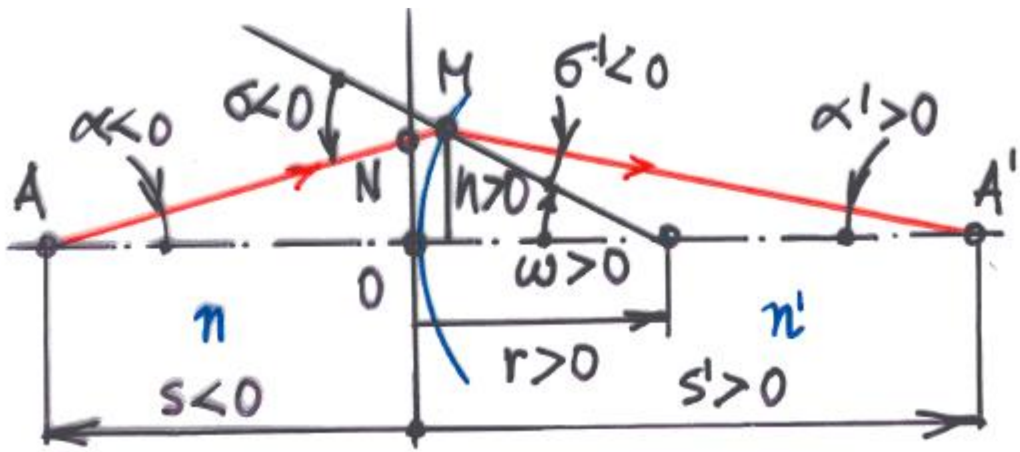
Pozn.: Invariant je v matematice vlastnost, která se transformacemi nemění.

Dostaneme
$nl\alpha = n'l'\alpha'$

Pozn.:
Jelikož $n'/n = -f'/f$ *, platí rovněž
$fl\alpha = -f'l'\alpha'$.

* odvození viz slide č. 17

Optické zobrazení
Chod paraxiálních paprsků optickou soustavou



Paraxiálním paprskem je označován paprsek, který se šíří z osového bodu předmětu pod <u>malým úhlem</u> *α* a optickou soustavu protíná v <u>malé dopadové výšce</u> *h*.

$\sin\alpha \approx \mathrm{tg}\alpha \approx \alpha,\ \cos\alpha \approx 1;$

$\sin\sigma \approx \sigma,\ \sin\sigma' \approx \sigma';$

NM ≈ 0, (bod na ploše je nahrazen bodem N na rovině kolmé k ose).

Snellův zákon: $n\sigma = n'\sigma'$.

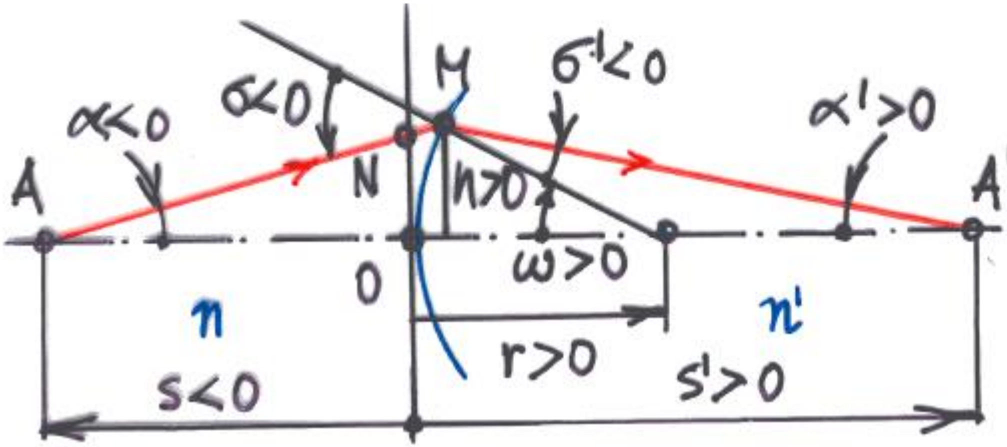
Z obrázku: $\sigma = \alpha - \omega;\ \sigma' = \alpha' - \omega.$

Po dosazení do Snellova zákona:

$$n(\alpha - \omega) = n'(\alpha' - \omega),$$

$$n\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r}\right) = n'\left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r}\right)$$ Invariant lomu.

Optické zobrazení
Chod paraxiálních paprsků optickou soustavou



$$n\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{r}\right)=n'\left(\frac{1}{s'}-\frac{1}{r}\right)$$ Invariant lomu.

Rovnice pro zobrazení <u>lomem</u> na kulové ploše:

$$\boxed{\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r}}.$$

Pro <u>odraz</u> n=n´: $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{2}{r}$.

Pro $s\to-\infty$ je $s'=f'=\frac{n'r}{n'-n}$;

$s'\to\infty$ $\quad s=f=\frac{nr}{n-n'}$.

Platí $\frac{f'}{f}=-\frac{n'}{n}$; odkud

$\frac{n'}{f'}=-\frac{n}{f}=\Phi$ - optická mohutnost.

Pro odraznou plochu $f'=\frac{r}{2}$.