GEOMETRICKÁ OPTIKA

Přednáška 8

Obsah

- Základy geometrické (paprskové) optiky

Zobrazení soustavou kulových ploch.

Polohy základních bodů soustavy.

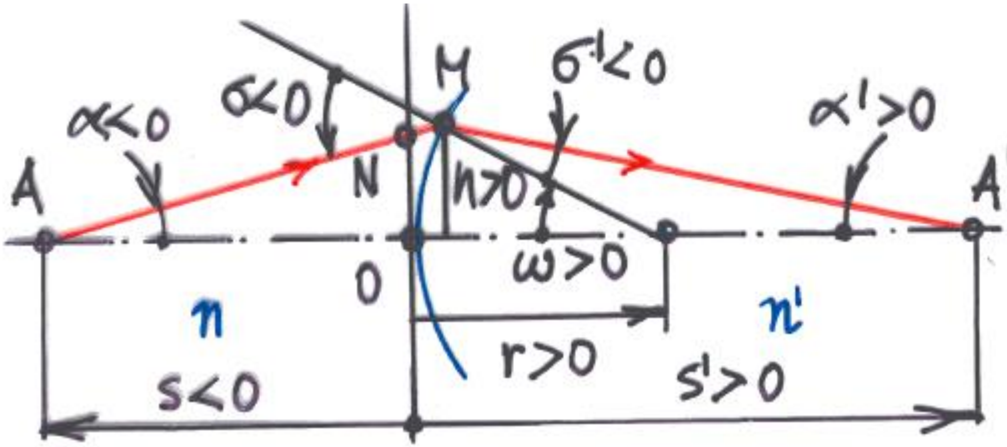
Ohniskové vzdálenosti.

Úvod

Chceš-li být šťasten jeden den, opij se.
Chceš-li být šťasten jeden rok, ožeň se.
Chceš-li být šťasten celý život, studuj geometrickou optiku.

/Čínské přísloví/

Optické zobrazení - Opakování
Chod paraxiálních paprsků optickou soustavou



$$n\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{r}\right)=n'\left(\frac{1}{s'}-\frac{1}{r}\right)$$ Invariant lomu.

Rovnice pro zobrazení lomem na kulové ploše:

$$\boxed{\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r}}.$$

Pro odraz n=n´: $$\boxed{\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{2}{r}}.$$

Pro $s\to-\infty$ je $s'=f'=\dfrac{n'r}{n'-n}$;

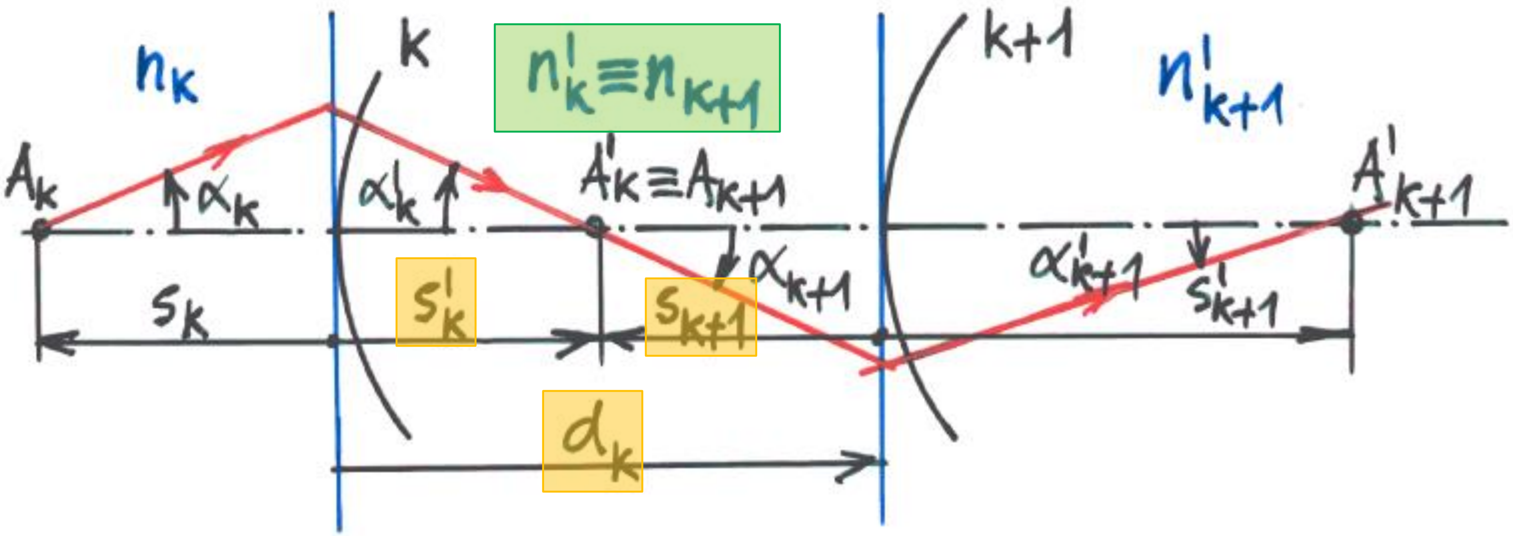
$s'\to\infty \qquad s=f=\dfrac{nr}{n-n'}$.

Platí $\dfrac{f'}{f}=-\dfrac{n'}{n}$; odkud

$$\boxed{\frac{n'}{f'}=-\frac{n}{f}=\Phi}$$ - optická mohutnost.

Pro odraznou plochu $f'=\dfrac{r}{2}$.

Optické zobrazení - výpočet chodu paraxiálních paprsků soustavou kulových ploch

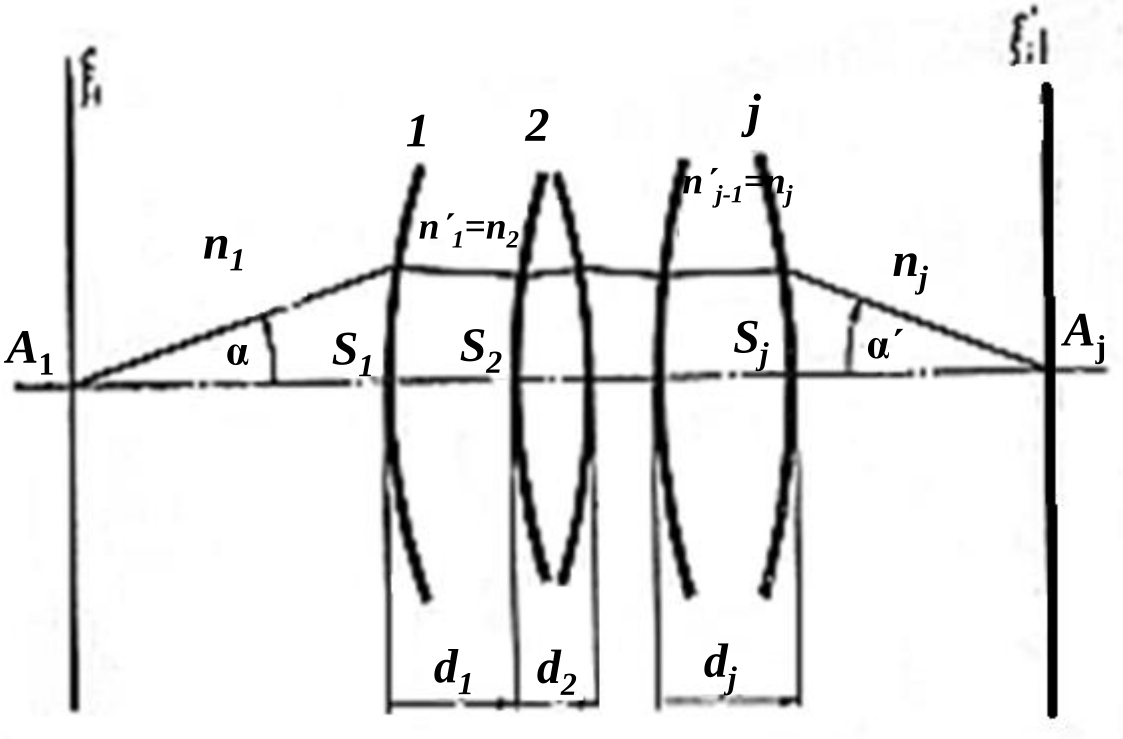


$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \rightarrow \frac{n'_k}{s'_k} - \frac{n_k}{s_k} = \frac{n'_k - n_k}{r_k}, \quad \frac{n'_{k+1}}{s'_{k+1}} - \frac{n_{k+1}}{s_{k+1}} = \frac{n'_{k+1} - n_{k+1}}{r_{k+1}},$$

Přechod od plochy *k* ploše *k*+1 je:

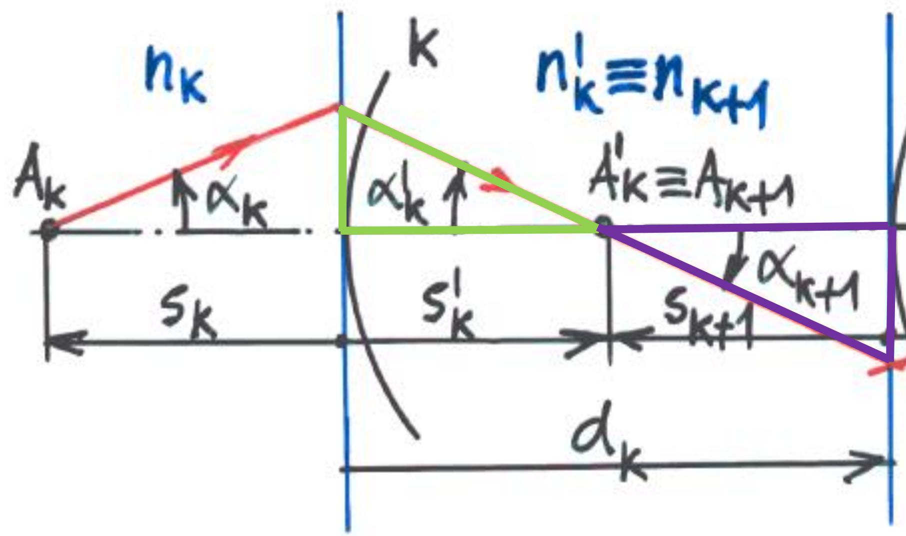
$$\boxed{n_{k+1} = n'_k,} \ \boxed{s_{k+1} = s'_k - d_k}.$$

Optické zobrazení – sdružené body



Sdružené body – Svazek paraxiálních paprsků o středu A_1 se přemění soustavou *j* ploch ve svazek o středu A_j. Body A_1 a A_j se nazývají <u>*sdruženými body*</u> soustavy.
Prostředí o indexu lomu n_1 se nazývá <u>*předmětovým*</u>, a s indexem lomu n_j <u>*obrazovým*</u> prostředím soustavy.

Optické zobrazení - výpočet chodu paprsků soustavou kulových ploch



$$n(\alpha-\omega)=n'(\alpha'-\omega),$$

$$n_k\left(\alpha_k-\frac{h_k}{r_k}\right)=n_{k+1}\left(\alpha_{k+1}-\frac{h_k}{r_k}\right),$$

$$n_k\alpha_k-\frac{n_k h_k}{r_k}=n_{k+1}\alpha_{k+1}-\frac{n_{k+1}h_k}{r_k},$$

$$\alpha_{k+1}=\frac{n_k}{n_{k+1}}\alpha_k+h_k\frac{n_{k+1}-n_k}{n_{k+1}r_k}.$$

Rovnice můžeme vyjádřit pomocí úhlů a

$$\alpha_{k+1}=\frac{n_k}{n_{k+1}}\alpha_k+h_k\frac{n_{k+1}-n_k}{n_{k+1}r_k},$$

rovn úhlů paprsku

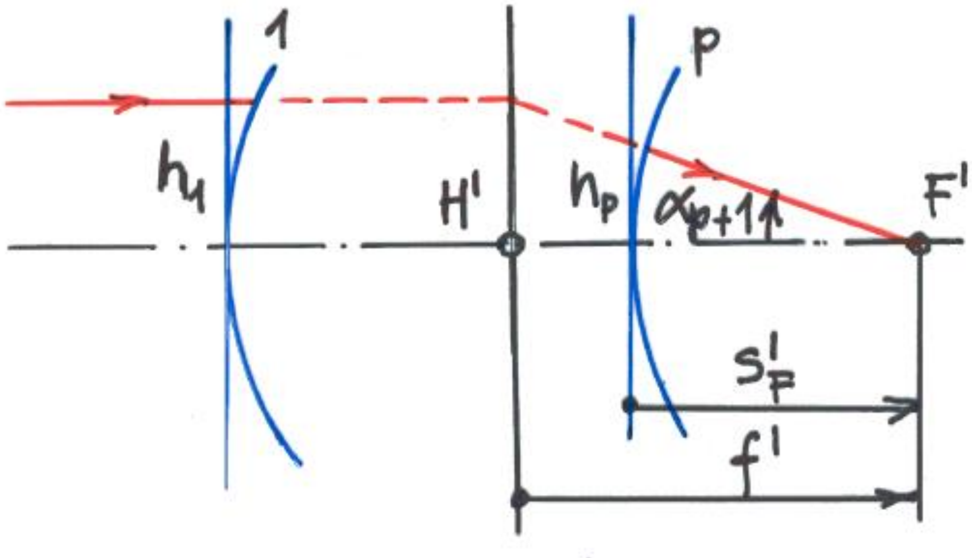
Z obrázku:

$$\frac{h_k}{s'_k}=\frac{h_{k+1}}{s'_k-d_k},\ \text{takže}\ h_{k+1}=h_k-\frac{h_k}{s'_k}d_k,\ \text{nebo}$$

$$h_{k+1}=h_k-\alpha_{k+1}d_k.$$

rovnice dopadových výšek paprsku

Optické zobrazení - výpočet chodu paprsků soustavou kulových ploch



Obrazová ohnisková vzdálenost:

$$f' = \frac{h_1}{\alpha_{p+1}}.$$

Sečná vzdálenost obrazového ohnisk

$$s'_F = \frac{h_p}{\alpha_{p+1}}.$$

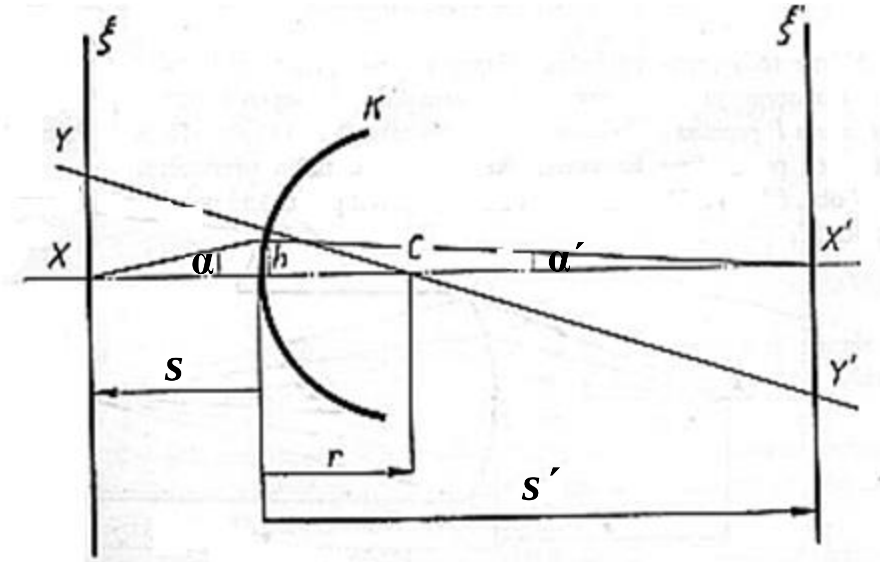
Tyto hodnoty pro předmětové ohnisko a předmětovou ohniskovou vzdálenost zjistíme z rovnic při opačném chodu paprsku optickou soustavou.

Vyskytuje-li se v optické soustavě odrazná plocha (např. *k*-tá plocha), pak $n_{k+1} = -n_k$, **a** d_k, **změní znaménko v souvislosti se změnou šíření paprsku na opačnou.**

Optické zobrazení – zvětšení (Opakování)

Zvětšení – Podíl dvou sdružených veličin nazýváme zvětšením optické soustavy. Největší (praktický) význam mají *podíl úseček kolmých k ose* (*příčné zvětšení*), *podíl úhlů*, *které svírají sdružené paprsky s optickou osou* (*úhlové zvětšení*) a *podíl úseček v ose* (*podélné* nebo *osové zvětšení*).

a) Příčné zvětšení.



Označíme-li $y = |XY|, y' = |X'Y'|,$

nazýváme podíl $\beta = \dfrac{y'}{y},$

příčním zvětšením. Když sledujeme paprsek který je veden bodem Y a prochází středem lámavé plochy (tento paprsek dopadá kolmo na lámavou plochu a neláme se), pak z podobnosti trojúhelníků XYC a CX´Y´ plyne:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'-r}{s-r}, \text{ využitím: } \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{r} \text{ dostaneme: } \beta = \frac{n}{n'}\frac{s'}{s}.$$

Optické zobrazení – Příčné zvětšení

V případě soustavy máme:

Pro první plochu: $\dfrac{y_1'}{y_1} = \dfrac{n_1}{n_1'}\dfrac{s_1'}{s_1}$, **pro j-tou** $\dfrac{y_j'}{y_j} = \dfrac{n_j}{n_j'}\dfrac{s_j'}{s_j}$.

Poněvadž je $y_2 = y_1', y_3 = y_2', \ldots.\ \text{atd.},$

$$n_2 = n_1', n_3 = n_2', \ldots.\ \text{atd.},$$

obdržíme znásobením předešlých výrazů $\beta = \dfrac{y_j'}{y_1} = \dfrac{n_1}{n_j'}\dfrac{s_1's_2'\ldots s_j'}{s_1 s_2 \ldots s_j}$.

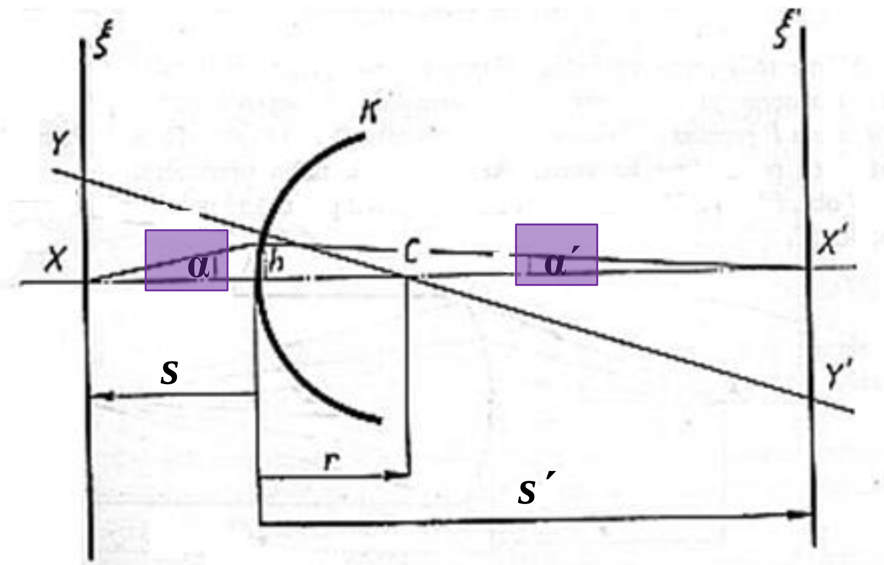
Využitím dopadových výšek* dostaneme: $\beta = \dfrac{n_1}{n_j'}\dfrac{h_1}{h_j}\dfrac{s_j'}{s_1}$.

Pozn.: Sdružené body na ose pro které platí *β* = 1 nazýváme body hlavními.

*** Viz. Fuka, Havelka: Optika I, s. 105, 106 online na: http://www.opto.cz/fuka_havelka/index.html**

Optické zobrazení – Úhlové zvětšení (Opakování)

b) Úhlové zvětšení.



Podle definice $\gamma = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$.

Je-li *h* dopadová výška paprsků,

$$\alpha = \frac{h}{s}, \alpha' = \frac{h}{s'},$$

a po dosažení:

$$\gamma = \frac{s}{s'}, \quad \text{nebo} \quad \gamma = \frac{n}{n'}\frac{1}{\beta}.$$

Optické zobrazení – Úhlové zvětšení

V případě soustavy máme:

Pro první plochu: $\dfrac{\alpha_1'}{\alpha_1} = \dfrac{s_1}{s_1'},$ **pro j-tou** $\dfrac{\alpha_j'}{\alpha_j} = \dfrac{s_j}{s_j'}.$

Poněvadž je $\alpha_2 = \alpha_1', \alpha_3 = \alpha_2', \ldots.$ atd.,

obdržíme znásobením předešlých výrazů $\gamma = \dfrac{\alpha_j'}{\alpha_1} = \dfrac{s_1 s_2 \ldots s_j}{s_1' s_2' \ldots s_j'}.$

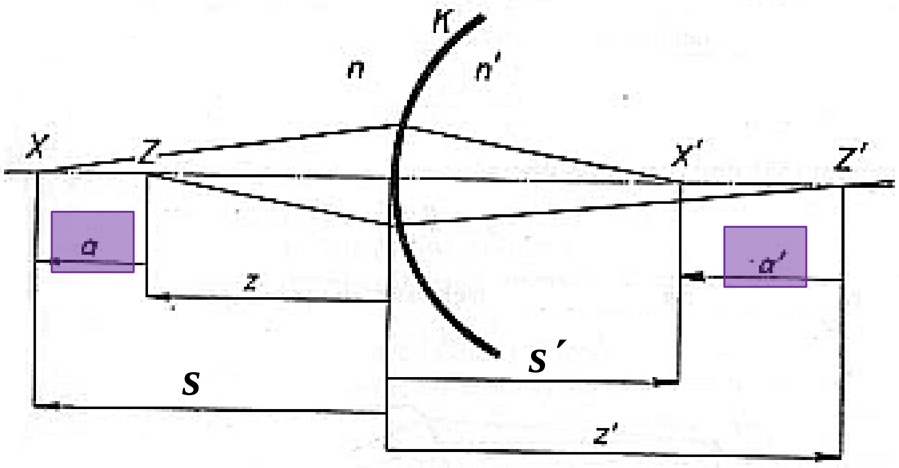
Využitím vztahu $\beta = \dfrac{y_j'}{y_1} = \dfrac{n_1}{n_j'} \dfrac{s_1' s_2' \ldots s_j'}{s_1 s_2 \ldots s_j}$ **pro příčné zvětšení dostaneme:**

$$\gamma = \frac{n_1}{n_j'} \frac{1}{\beta}.$$

Pozn.: Sdružené body na ose pro které platí *γ* = 1 nazýváme body uzlové.

Optické zobrazení – Podélné zvětšení (Opakování)

c) Podélné (osové) zvětšení.



Jsou dány dva páry sdružených bodů X, X´ a Z, Z´ lámavé plochy K; podíl

$$\alpha = \frac{z' - s'}{z - s} = \frac{a'}{a},$$

se nazývá osovým zvětšením. Poněvadž:

$$s' = \frac{n'}{\frac{n}{s} + \frac{n'-n}{r}}, z' = \frac{n'}{\frac{n}{z} + \frac{n'-n}{r}},$$

dostaneme: $z' - s' = \frac{n}{n'}\frac{s'}{s}\frac{z'}{z}(z - s)$, a tak $\alpha = \frac{n}{n'}\frac{s'}{s}\frac{z'}{z}$.

platí: $\alpha = \frac{n'}{n}\beta_X\beta_Z$, **a jsou-li úsečky na ose malé, pro příčná zvětšení platí** $\beta_X \approx \beta_Z \approx \beta$,

a $\alpha = \frac{n'}{n}\beta^2$.

Optické zobrazení – Podélné zvětšení

V případě soustavy máme:

Pro první plochu: $\dfrac{a_1'}{a_1} = \dfrac{n_1}{n_1'} \dfrac{s_1'}{s_1} \dfrac{z_1'}{z_1}$, **pro j-tou** $\dfrac{a_j'}{a_j} = \dfrac{n_j}{n_j'} \dfrac{s_j'}{s_j} \dfrac{z_j'}{z_j}$,

Poněvadž je $a_2 = a_1', a_3 = a_2', \ldots \text{ atd.},$

$$n_2 = n_1', n_3 = n_2', \ldots \text{ atd.},$$

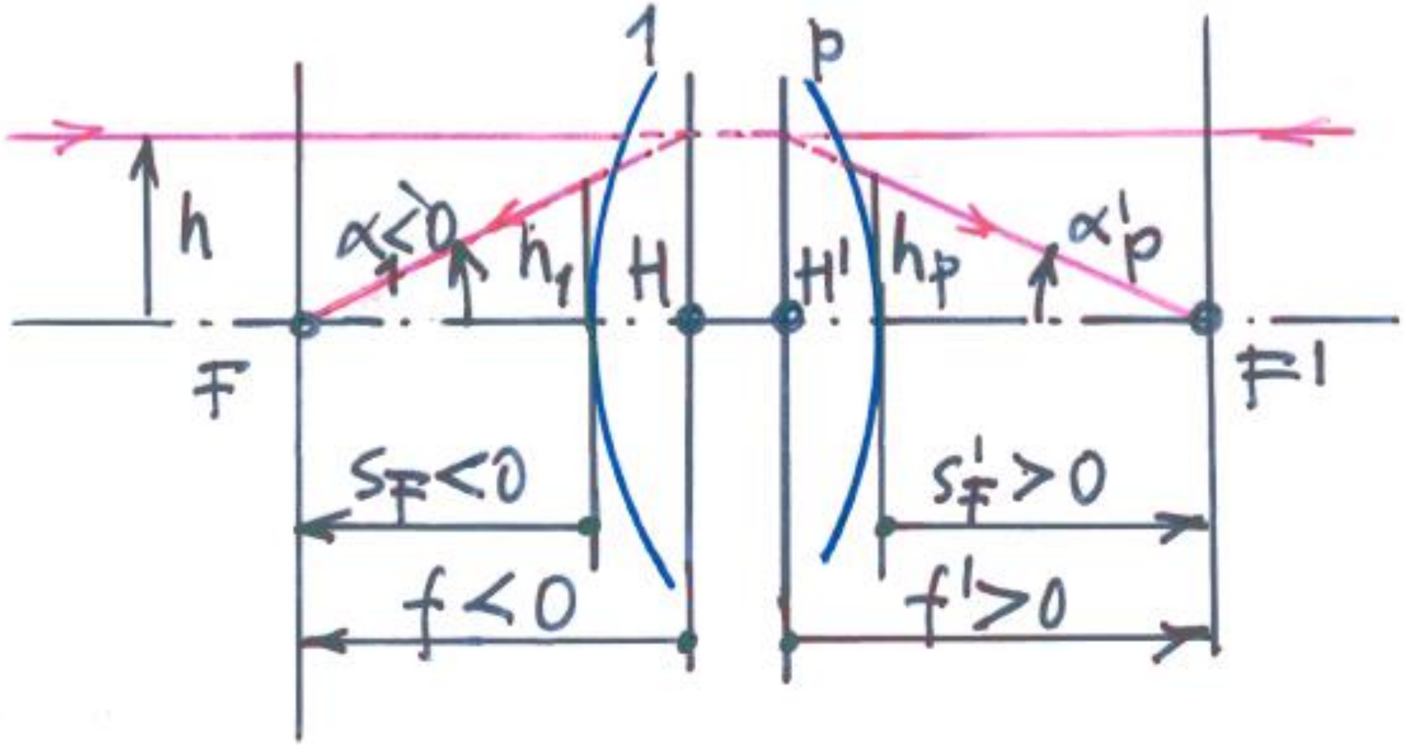
obdržíme znásobením předešlých výrazů $\alpha = \dfrac{a_j'}{a_1} = \dfrac{n_1}{n_j'} \dfrac{s_1' s_2' \ldots s_j'}{s_1 s_2 \ldots s_j} \dfrac{z_1' z_2' \ldots z_j'}{z_1 z_2 \ldots z_j}.$

Využitím vztahů $\beta_X = \dfrac{n_1}{n_j'} \dfrac{s_1' s_2' \ldots s_j'}{s_1 s_2 \ldots s_j}, \beta_Z = \dfrac{n_1}{n_j'} \dfrac{z_1' z_2' \ldots z_j'}{z_1 z_2 \ldots z_j},$

pro příčné zvětšení dostaneme: $\alpha = \dfrac{n_j'}{n_1} \beta_X \beta_Z.$

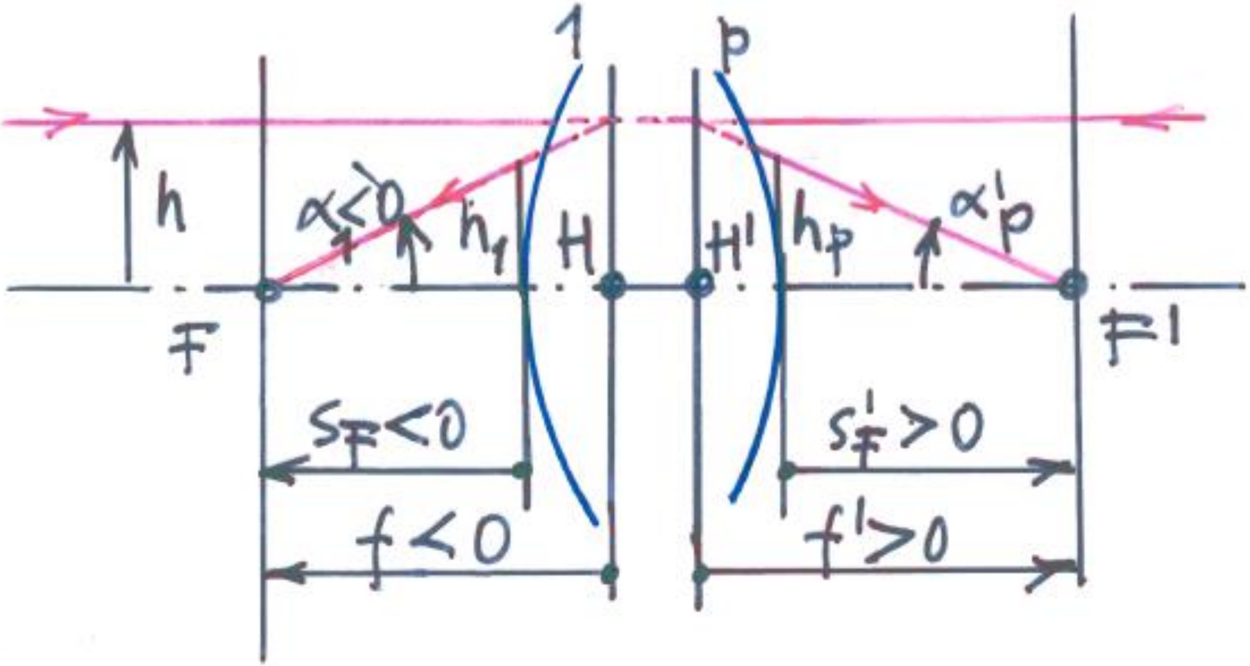
Jsou-li úsečky na ose malé, pro příčná zvětšení platí $\beta_X \approx \beta_Z \approx \beta$, **a** $\alpha = \dfrac{n_j'}{n_1} \beta^2.$

Optické zobrazení
Ohniska



Obrazem bodu, který leží v předmětovém prostoru na ose v nekonečnu je obrazové ohnisko F´.
Předmětové ohnisko F je bod na ose, který se zobrazuje do nekonečna.

Optické zobrazení - hlavní roviny, ohniskové vzdálenosti, ohniskové roviny



Účinek všech ploch p optické soustavy lze nahradit obrazovou hlavní rovinou při opačném chodu paprsků předmětovou hlavní rovinou. Jejich průsečíky s optickou osou jsou hlavní body H a H´.
Ohniskové roviny jsou roviny kolmé k optické ose a prochází se ohnisky.
Ohniskové vzdálenosti *f* a *f´* jsou vzdálenosti ohnisek od hlavních bodů.

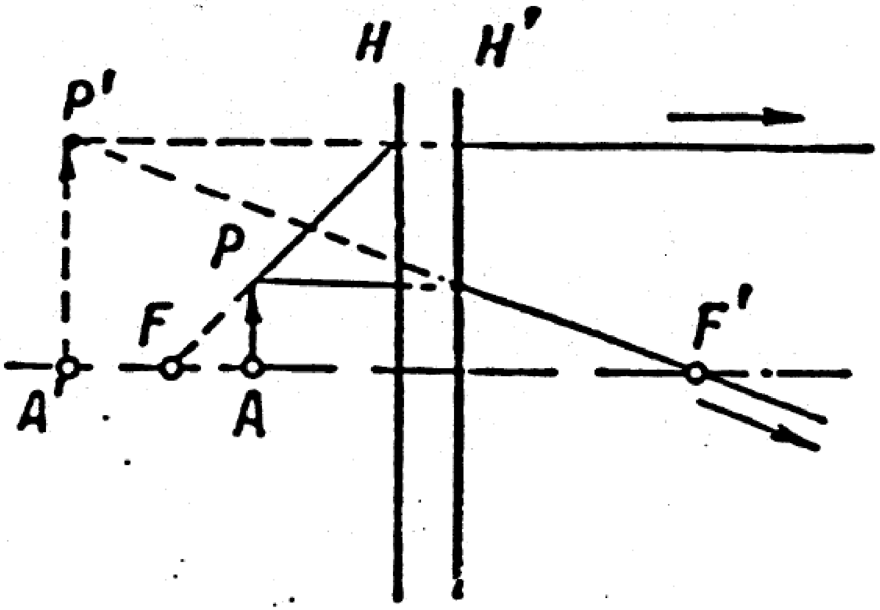
Pozn.: Hlavní roviny je možno definovat jako roviny pro které je příčné zvětšení rovno +1.

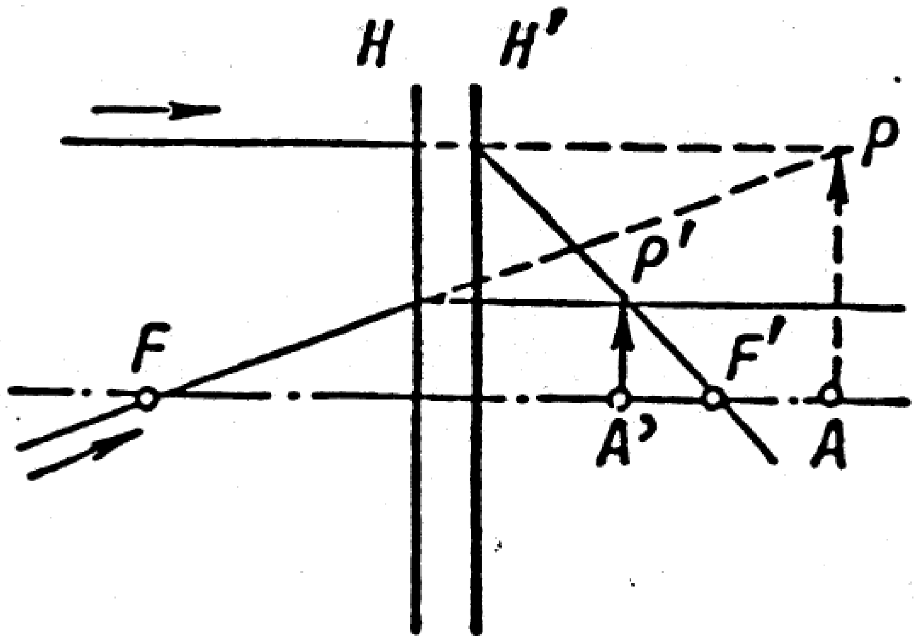
Optické zobrazení
Základní body optické soustavy

Z definice základních bodů plynou tato pravidla:

a) **Paprsek vstupující do soustavy rovnoběžně s optickou osou prochází v obrazovém prostoru obrazovým ohniskem F´.**
b) **Paprsek procházející předmětovým ohniskem F vychází ze soustavy rovnoběžně s optickou osou.**
c) **Sdružené paprsky protínají odpovídající hlavní roviny ve stejné vzdálenosti od osy.**
d) **Sdružené paprsky procházející uzlovými body jsou vzájemně rovnoběžné.**

Optické zobrazení – zobrazení vztažená k hlavním bodům





Optické zobrazení – zobrazení vztažená k hlavním bodům