Derivace.

Lenka Přibylová

13. září 2010

Obsah

Vzorce pro derivování:

$$k' = 0$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{cotg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arccotg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

Derivujte funkci $f(x,t) = x^2 + t$ podle x.

Derivujte funkci $f(x,t) = x^2 + t$ podle x.

$$(x^2 + t)' = 2x + 0 = 2x.$$

$(x^n)' = nx^{n-1}$, kde $n = 2$, t nezávisí na x, je tedy konstantou vzhledem k x a $t' = 0$.

Derivujte funkci $f(x,t) = x^2 + t$ podle t.

Derivujte funkci $f(x,t) = x^2 + t$ podle t.

$$(x^2 + t)' = 0 + 1 = 1.$$

$(t^n)' = nt^{n-1}$, kde $n = 1$, x nezávisí na t, je tedy konstantou vzhledem k t a $(x^2)' = 0$.

$\boxed{\text{Derivujte funkci } f(x,t) = tx^2 \text{ podle } x.}$

Derivujte funkci $f(x,t) = tx^2$ podle x.

$$(tx^2)' = t \cdot 2x = 2tx.$$

t nezávisí na x, je tedy konstantou vzhledem k x a pro násobení konstantou platí vztah

$$(konst \cdot f(x))' = konst \cdot (f(x))',$$

jinak řečeno, lze ji vytknout. Dále platí $(x^n)' = nx^{n-1}$, kde $n = 2$, tj. $(x^2)' = 2x$.

Derivujte funkci $f(x,t) = tx^2$ podle t.

Derivujte funkci $f(x,t) = tx^2$ podle t.

$$(tx^2)' = x^2 \cdot 1 = x^2.$$

x nezávisí na t, je tedy konstantou vzhledem k t a pro násobení konstantou platí vztah

$$(konst \cdot f(t))' = konst \cdot (f(t))',$$

jinak řečeno, lze ji vytknout. Dále platí $(t^n)' = nt^{n-1}$, kde $n = 1$, tj. $(t)' = 1$.

$\boxed{\text{Derivujte funkci } f(x,t) = \cos(x + vt) \text{ podle } x.}$

Derivujte funkci $f(x,t) = \cos(x + vt)$ podle x.

$$(\cos(x + vt))' = -\sin(x + vt) \cdot 1.$$

x je obsaženo v argumentu funkce, jde o složenou funkci s vnější složkou cos, její derivací je funkce $-$ sin téhož argumentu krát derivace vnitřní složky, tj součtu derivace x a detivace vt. Protože $(x^n)' = nx^{n-1}$, pro $n = 1$ je $(x)' = 1$, vt nezávisí na x, je tedy konstantou vzhledem k x, tj. $(vt)' = 0$.

Derivujte funkci $f(x,t) = \cos(x+vt)$ podle t.

Derivujte funkci $f(x,t) = \cos(x+vt)$ podle t.

$$(\cos(x+vt))' = -\sin(x+vt)\cdot v.$$

t je obsaženo v argumentu funkce, jde o složenou funkci s vnější složkou cos, její derivací je funkce $-\sin$ téhož argumentu krát derivace vnitřní složky, tj součtu derivace x a detivace vt. Protože x nezávisí na t, je konstantou vzhledem k t, stejně tak v, tj. $(x)' = 0$ a $(vt)' = v\cdot(t)' = v\cdot 1$.

Derivujte funkci $f(\vec{r},t) = Ae^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$ podle t.

Funkce představuje rovinnou vlnu v komplexním tvaru, kde $\vec{k}$ je vlnový vektor a $\vec{r}$ je polohový vektor. Jejich skalární součin je vzhledem k času konstantní.

Derivujte funkci $f(\vec{r}, t) = Ae^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$ podle t.

$$(Ae^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})})' = Ae^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \cdot i\omega.$$

t je obsaženo v argumentu funkce, jde o složenou funkci s vnější složkou exp, její derivací je exponenciální funkce téhož argumentu krát derivace vnitřní složky. Komplexní jednotka i je konstanta vyhledem k t, stejně tak ω, lze je vytknout. Skalární součin $\vec{k}\vec{r}$ násobený i je přičtená konstanta, jejíž derivace je nula.

KONEC