▪

2021

Optometrie – poznámky- Gravitační pole

Škorpíková

Gravitační pole

Matematická formulace zákona gravitačního silového působení byla historicky spojena s vyjádřením zákonů pohybu planet v heliocentrické soustavě, ve které je Slunce v počátku souřadnic a souřadné osy míří k určitým hvězdám.

Johanus Kepler (1571-1630).

Analýzou těchto zákonů pohybu planet a spojením s obecnými zákony pohybu (Newtonovy pohybové zákony), odvodil I. Newton v r. 1666 zákon všeobecné gravitace (publikován v r. 1687)

Gravitační zákon

Matematické vyjádření síly, kterou na sebe působí dva hmotné body je dáno vztahem /1/:

$$\mathbf{F}_{12} = - \varkappa \; m_1 \, m_2 \, / \, r^2_{12} \; . \; \mathbf{r^o}_{12}$$

kde $\varkappa = 6{,}67 . 10^{-11} \ \mathrm{Nm}^2 \ \mathrm{kg}^{-2}$

Gravitační interakce mezi dvěma tělesy, které můžeme považovat za bodová, je vyjádřena přitažlivou centrální silou, přímo úměrná hmotnosti těles a nepřímo úměrnou čtverci vzdálenosti mezi tělesy.

Na povrch Země působí dle N.z. na těleso hmotnosti m gravitační síla Země

$$F = \varkappa \; m.M \, / \, R^2$$

▪

- Vzájemný pohyb v soustavě Země + těleso, který vznikne působením gravitační síly vzájemného působení, lze interpretovat jako pohyb těles vzhledem k Zemi.
- Vztah pro gravitační zrychlení vyplývá z II. Newtonova pohybového zákona, protože působí- li na těleso m síla F_g, platí

$$F_g = \varkappa\, m.M/R^2 = m a_g$$

$$a_g = \varkappa\, M/R^2$$

$$g = \varkappa\, M/ R^2$$

Gravitační potenciální energie

Gravitační síla F_g (*vyjádřená vztahem 1)* vykoná při přemístění tělesa m_2 práci , která závisí jen na počáteční a konečné poloze působících těles.

$W = \int \mathbf{F_g}.\mathbf{dr} = -\int \varkappa\, m_1.m_2 /r^2_{12}\ .\mathbf{r^o}_{12}\ .\ \mathbf{dr} = \varkappa\, m_1.m_2 /r_2\ - \varkappa\, m_1.m_2/r_1$

$W = E_p (r_2) - E_p (r_1)$

porovnáním rovnic pak dostaneme pro potenciální energii v bodě $\mathbf{r_1}$
$Ep (\mathbf{r_1}) = - \varkappa\ m_1 . m_2 /r_1 + C$

Hodnotu poten. energie volíme nulovou v nekonečnu a pak C=0

.

Pokud platí C=0 je tedy potenciální enetgir soustavy dvou těles ve vzájemné vzdálenosti r

$E_p (r) = - \varkappa\, m_1 . m_2 / r$.

Potenciální energie je pro konečné vzdálenosti záporná.

(poznámka- lze ukázat , že potenciální energie přejde ve známý výraz E_p= mgy při volbě E_p=0 pro r = $R_{Země}$ při y << R)

Celková energie soustavy je $E = E_{k1} + E_{k2} + E_p$

Celková energie může být kladná i záporná v závislosti na počátečních podmínkách v soustavě

Intenzita a potenciál gravitačního pole

Příklad – gravitační interakce dvou těles je vyjádřena grav.silou $\mathbf{F}_{12}$

Vektorová veličina intenzita gravitačního pole

$\mathbf{K} = \mathbf{F}_{12} / m_2$

Charakterizuje gravitační pole tělesa hmotnosti m1 v každém místě r. Nezávisí na veličinách charakterizující jiná tětšlesa a umožnňuje určit sílu , kterou bude pole působit na jakékoliv jiné těleso hmotnosti m vztahem

$\mathbf{F}_g = \mathbf{K}.\, m$ $\qquad$ $/K/ = N.\, kg^{-1}\, ´= m\, .\, s^{-2}$

$F_g = ma_g$ $\qquad$ $\mathbf{a}_g = \mathbf{K}$

pro pole hmot.bodu m_1 je $\mathbf{K} = \mathbf{F}_{12}/m_2 = -\ \varkappa\ m_1 / r^2\ .\ \mathbf{r}^o$

Potenciál gravitačního pole

Potenciál gravitačního pole definujeme jako potenciální energii hmotného bodu v daném místě pole, dělenou hmotností tohoto bodu - -označení symbolem V.

$V = E_p(m) / m$ / $V = J \, . \, kg^{-1}$ /

Stejně jako potenciální energie závisí na volbě místa kde je Ep = 0

Potenciál grav.pole hm.bodu m_1 ve vzdálenosti r od něj vyjádříme

$V = - \varkappa \, m_1 / r$

Potenciál pole pro n hmotných bodů $V = - \{ \varkappa \, m_i / r_i$.

Vztah mezi intenzitou a potenciálem gravitačního pole

Plyne z definice potenciální energie

$dE_p = -\,\mathbf{F_g}.\ \mathbf{dr}$ dělením hmotností dostaneme $dV = -\,\mathbf{K}.\ \mathbf{dr}$.

Rovnici lze zapsat pomocí operace grad **K =** - grad V

Známe-li intenzitu můžeme integrací $dV = -K.\ dr$ určit potenciál v místě r pole $V(r) = -\int_{\sim}^{r} \mathbf{K}\ \mathbf{dr}$

Potenciál daného místa pole je roven záporně vzatému integrálu intenzity pole z místa kde volíme potenciál nulový, do místa jehož potenciál určujeme.

Siločáry pole . Ekvipotenciální plochy.