

Radiologická fyzika a radiobiologie

4. přednáška



Radioaktivita

- Přeměna struktury atomových jader.
- Samovolný (přirozený) proces
- Uměle vyvolaný (působením jiných částic nebo jader)
- Platí zákony zachování:
 - Energie
 - Hybnosti
 - Elektrického náboje
 - Momentu hybnosti
 - Počtu nukleonů

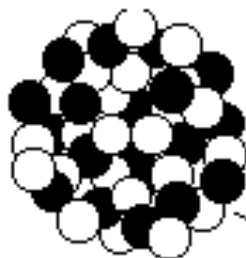
Radioaktivita

- Základní rozpady a přeměny

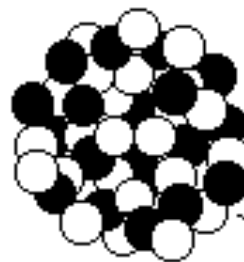
- α rozpad
- β rozpad
- γ rozpad
- β^+ rozpad
- Elektronový záchyt
- Vnitřní konverze

Radioaktivita

α rozpad



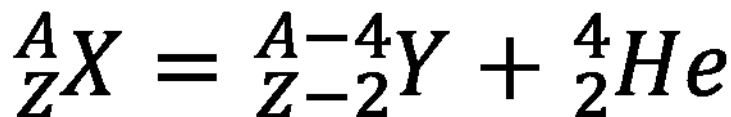
Th 231



U 235



α částice

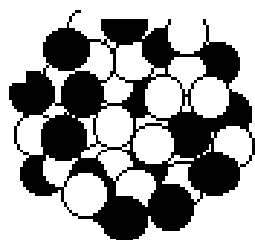
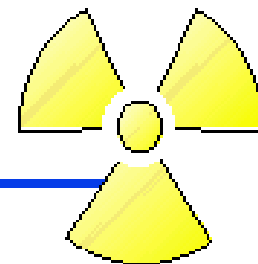


[Podrobněji](#)

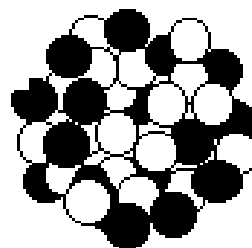
$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$
 $U_{ef} = U_m$
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r}$
 $k = p^2 / 2m = \frac{m_0 v^2}{2}$
 $\lambda = \frac{h}{p}$
 $\sqrt{2eUm_e}$
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} d\vec{S}$
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$
 $\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = \int$
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$
 $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$
 $S = \frac{1}{A} \frac{d\omega}{dt}$

Radioaktivita

β rozpad



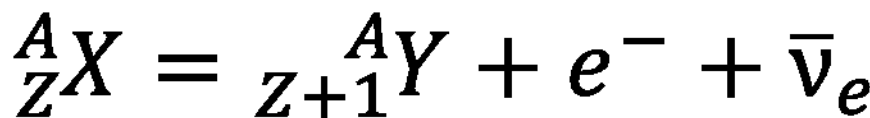
Ca 40



K 40

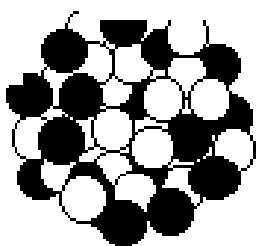
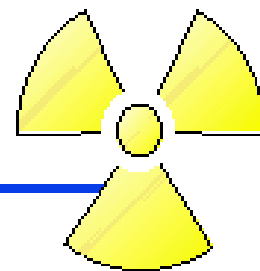
antineutrino

elektron

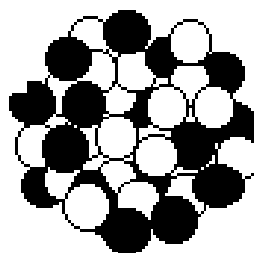


Radioaktivita

β^+ rozpad



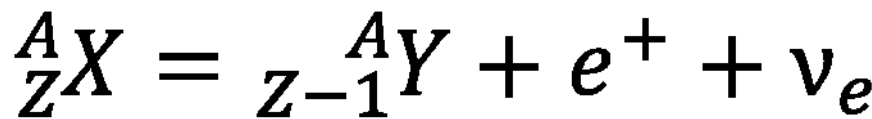
B 11



C 11

neutrino

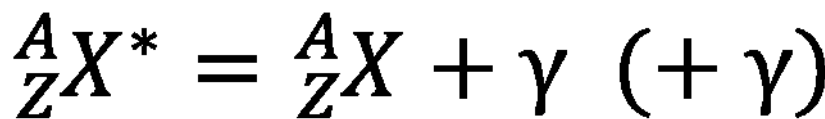
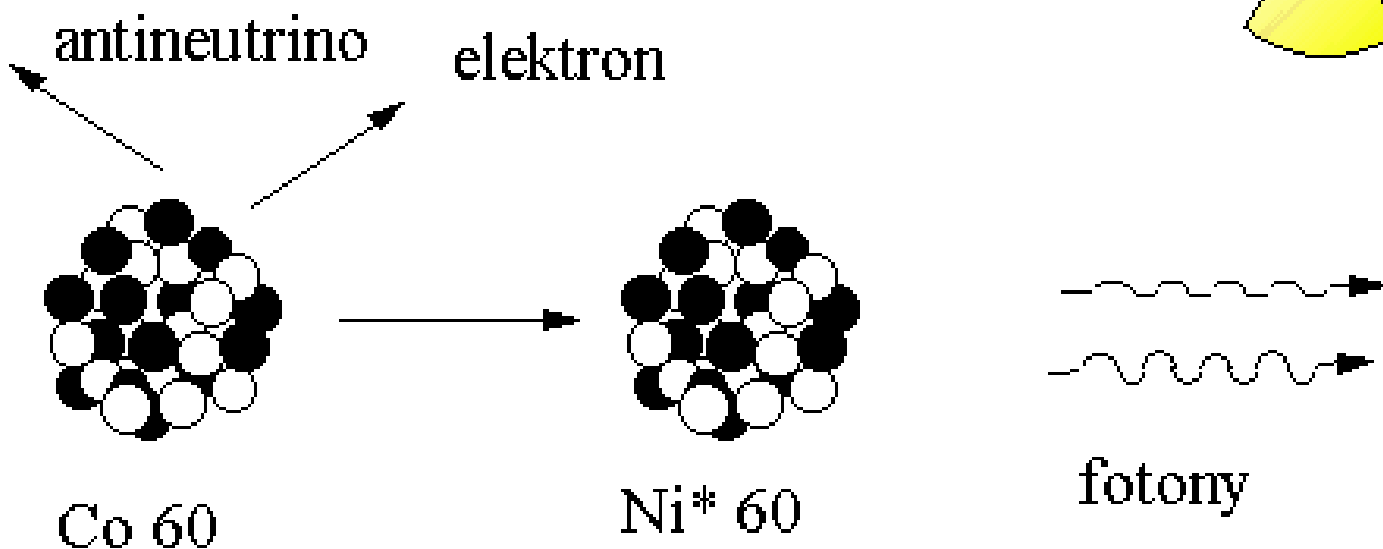
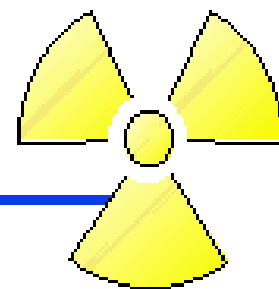
positron



[Podrobněji](#)

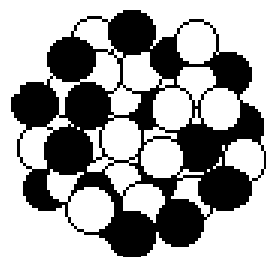
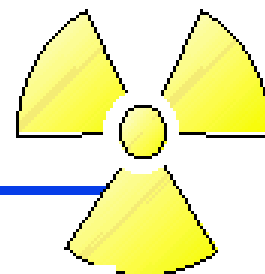
Radioaktivita

γ rozpad

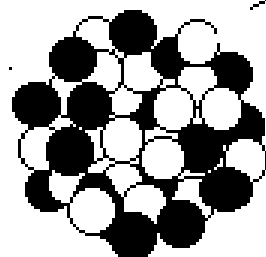


Radioaktivita

Elektronový záchyt



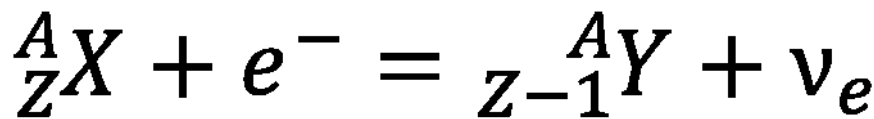
Mn 55



Fe 55

neutrino

elektron



[Podrobněji](#)

Radioaktivita

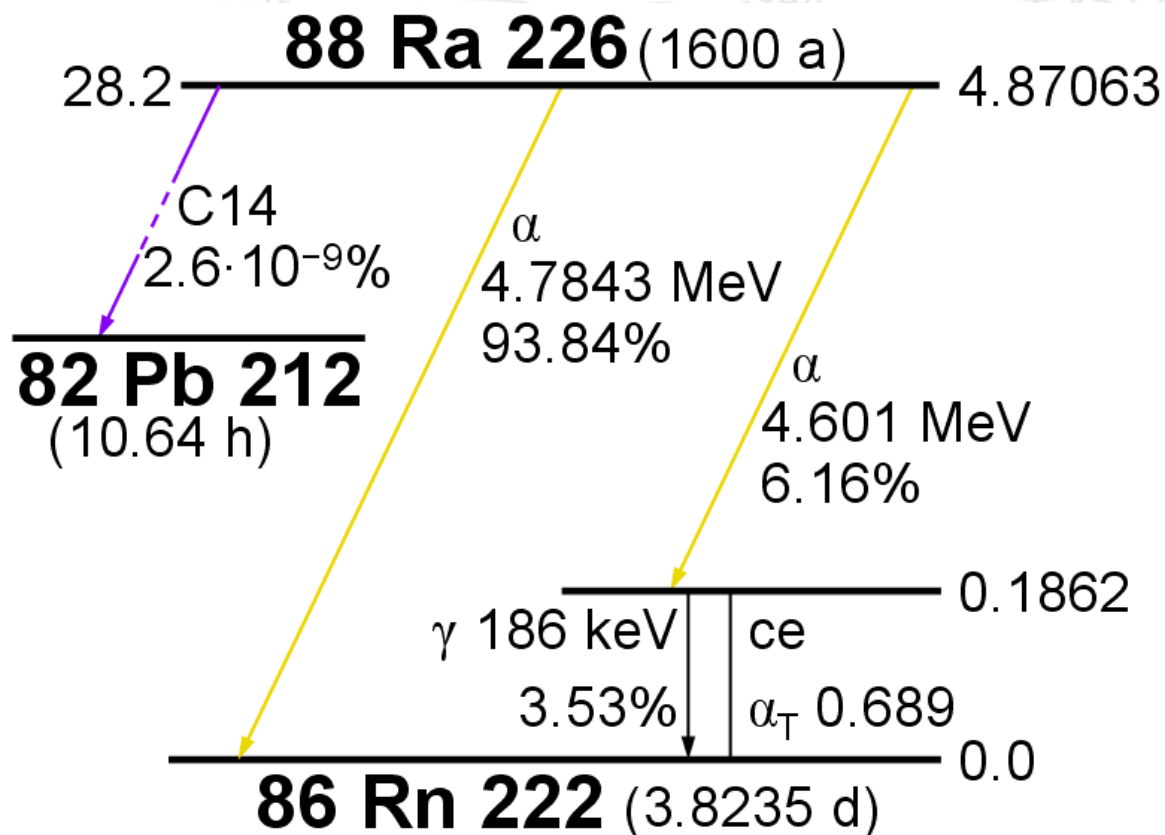
- Vnitřní konverze
- Excitované jádro často přebytečnou energii vyzáří ve formě γ záření.
- Tento foton může interagovat s elektrony z obalu, což má za následek jeho vyražení a ionizaci atomu.



[Podrobněji](#)

Radioaktivita

- Existuje pouze jedna cesta?



The ratio of internal conversion to gamma emission photons is known as the internal conversion coefficient α_T
 ce – conversion electrons

Zákon radioaktivity

- Rychlost přeměny

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

- Je úměrná počtu částic

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

- λ – rozpadová (přeměnová) konst. [s^{-1}]
- charakteristická pro daný rozpad a prvek.
- R – aktivita vzorku [s^{-1}]

Zákon radioaktivity

- Po integraci dostáváme

[Podrobněji](#)

$$N(t) = N(t_0)e^{-\lambda(t-t_0)}$$

- Počáteční podmínky volíme $t_0 = 0$ a $N(t_0) = N_0$.

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

- Tato rovnice popisuje zákon radioaktivního rozpadu.

Poločas rozpadu

- Fyzikální poločas rozpadu

- Čas, za který klesne počet jader na $\frac{1}{2}$ původního počtu.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

[Podrobněji](#)

Poločas rozpadu

- Často se stává, že se nuklid může rozpadat více způsoby. Potom je jeho poločas rozpadu odlišný.
 - Poločas rozpadu při 2 cestách.

$$T_{1/2} = \frac{T_{1/2}^{(1)} T_{1/2}^{(2)}}{T_{1/2}^{(1)} + T_{1/2}^{(2)}}$$

[Podrobněji](#)

Poločas rozpadu

- Biologický poločas rozpadu $T_{1/2Bi}$
 - Čas, za který je z těla vyloučena polovina látky.
 - Odbourávají (umožňují vyloučení z těla) především játra, ledviny.....
 - Závisí na:
 - Rozpustnosti látky ve vodě
 - Chemické vaznosti látky
 - Kapacitě biodegradačních drah
 - ...

Poločas rozpadu

- Efektivní poločas rozpadu $T_{1/2Ef}$

- Čas jak dlouho setrvává radioaktivní prvek v těle.

- Je kombinací fyzikálního a biologického

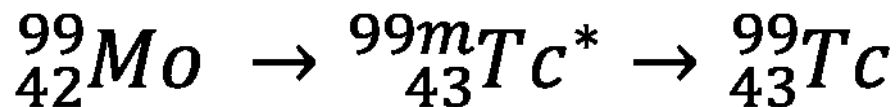
$$\frac{1}{T_{1/2Ef}} = \frac{1}{T_{1/2Fy}} + \frac{1}{T_{1/2Bi}}$$

- Je vždy menší než Fy a Bi poločas.

- Radionuklidy s kratším $T_{1/2Ef}$ jsou vhodnější pro využití v praxi.

Dvoustupňový rozpad

- Občas musíme uvažovat o rozpadu jako vícestupňovém procesu.



- Rozpady probíhají zároveň a ovlivňují rychlost přeměny (plyne ze zákona radioaktivního rozpadu).

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

Dvoustupňový rozpad

- Celý problém lze popsat třemi diferenciální rovnicemi.

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_{12}N_1 \quad N_1(t = 0) = N_0$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_{23}N_2 + \lambda_{12}N_1 \quad N_2(t = 0) = 0$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_{23}N_2 \quad N_3(t = 0) = 0$$

Dvoustupňový rozpad

- Integrací rovnic dostáváme rovnice pro počty jader jednotlivých izotopů.

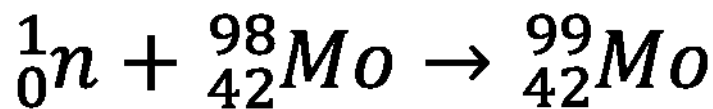
$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_{12}t}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_{12} N_0}{\lambda_{23} - \lambda_{12}} (e^{-\lambda_{12}t} - e^{-\lambda_{23}t})$$

$$N_3 = \frac{\lambda_{12} \lambda_{23} N_0}{\lambda_{23} - \lambda_{12}} (\lambda_{12} (e^{-\lambda_{23}t} - 1) - \lambda_{23} (e^{-\lambda_{12}t} - 1))$$

Příprava Tc

- Proč je Tc důležité?
- Významný izotop v nukleární medicíně.
- V reaktoru neutrony ostřelujeme jádro molybdenu 98.



Příprava Tc

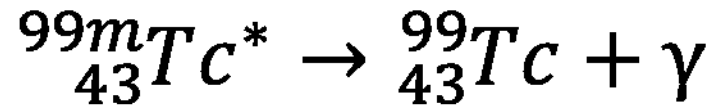
- Takto připravený molybden je přepraven k diagnostickému zařízení a probíhá β -rozpad.
- $T_{1/2} = 66$ hod



Příprava Tc

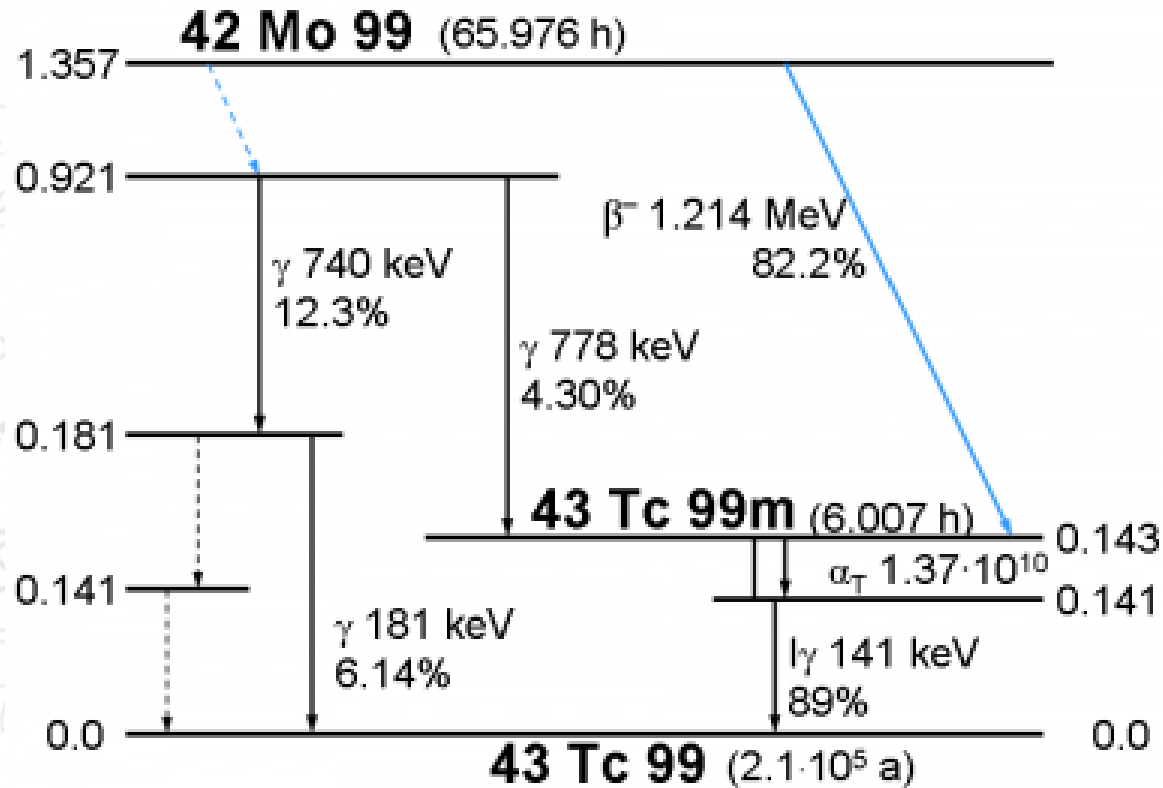
- Technecium je chemicky separováno a poté navázáno na vhodnou látku, která je dopravena k vyšetřovanému místu.

- $T_{1/2} = 361 \text{ min}$



- Detekujeme gama fotony o energii 141 keV.

Příprava Tc

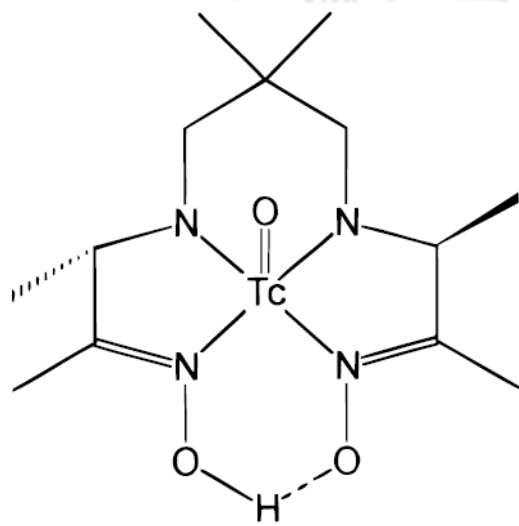


The ratio of internal conversion to gamma emission photons is known as the internal conversion coefficient α_T - conversion electrons

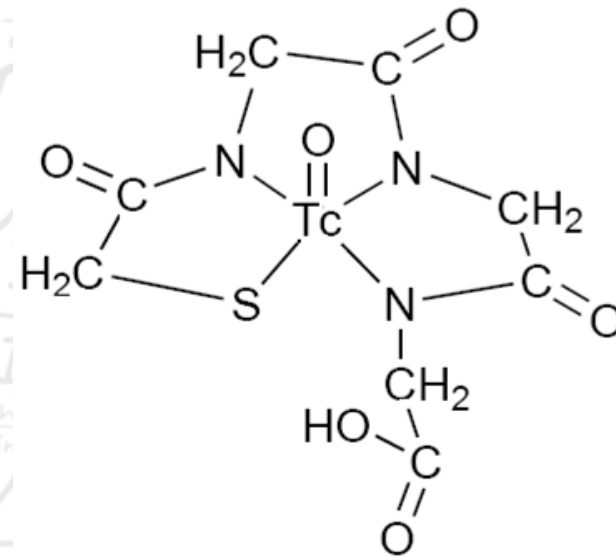
Příprava Tc

Vyšetření mozku

Vyšetření ledvin



^{99m}TcO -hexamethyl
Propyleneamineoxime
Ceretec



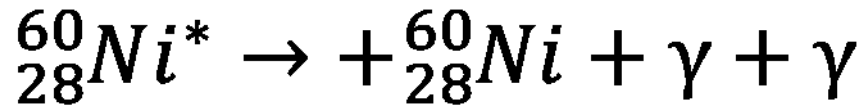
^{99m}TcO -mercaptoacetyltriglycine
Sestamibi

Příprava Co-60

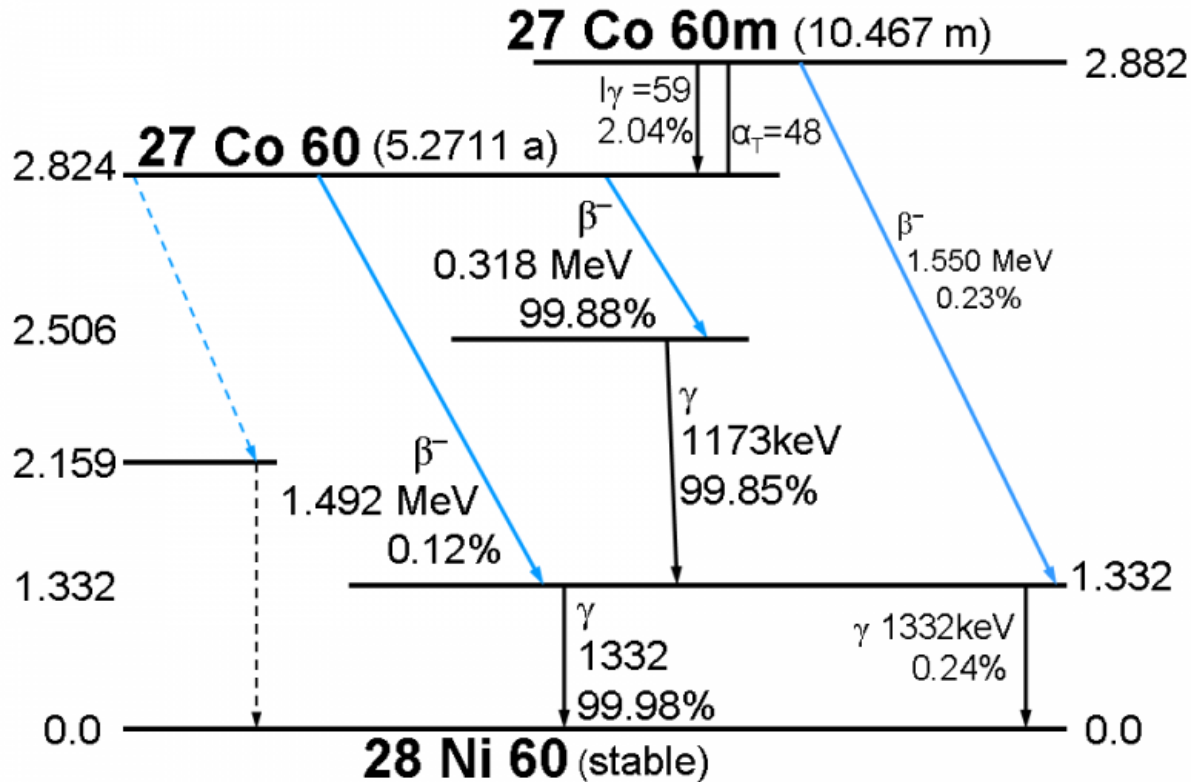
- Příprava podobná jako u Tc.
- V reaktoru ostřelujeme jádro kobaltu 59 neutrony.



- $T_{1/2} = 5,27$ let



Přeměna Co-60



$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$
 $U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r}$
 $k = \rho^2 / 2m m_0 = \frac{M_m}{N_A} = \frac{M_r}{N_A}$
 $\lambda = \frac{h}{p}$
 $\sqrt{2eUm}$
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e}} \psi(\alpha) = \sqrt{2/L}$
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} d\vec{S}$
 $C(s)$
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}} = \sqrt{\frac{3R}{M_r}}$
 $\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = \int \dots$
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{||} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$
 $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$
 $S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$

Shrnutí

- Máme perfektní přehled o základních radioaktivních rozpadech a přeměnách, jak fungují, co je pro ně specifické atp.
- Umíme odvodit, proč je α částice jádro ${}^4\text{He}$ a ne lehčí jádra.
- Umíme odůvodnit, proč může z protonu vzniknout těžší neutron.
- Známe zákon radioaktivity, umíme jej zapsat matematicky, okomentovat slovně i odvodit.

Shrnutí

- Víme, jaké máme poločasy rozpadů a jejich charakteristiky.
- Známe přípravu metastabilního technecia a víme jeho praktické využití.
- Známe přípravu „kobaltové bomby“ a víme její praktické použití.
- Víme, co jsou Augerovy elektrony a princip jejich vzniku.

Konec



$E_k = \frac{1}{2}mv^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$
 $U_{ef} = U_m$
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r}$
 $k = \rho^2 / 2m$
 $\lambda = \frac{h}{p}$
 $\sqrt{2eUm}$
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$
 $\oint \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J}d\vec{S}$
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$
 $\lambda = \frac{h\nu_2}{T}$
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) + \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$
 $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$
 $S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$
 $2 \operatorname{tg} \vartheta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$
 $Me = \sigma T^4$
 $\phi_e = \frac{L}{4\pi r^2}$
 $U = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{E_p A - E_c}{q}$
 $\varphi_E = \frac{E_e}{\rho} = k \frac{Q}{r}$
 $m = N \cdot m_0$
 $l_t = l_0(1 + \alpha \Delta T)$
 $R = \rho \frac{l}{S}$
 $E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$
 μ_0
 $E = \frac{h\nu}{2m}$
 $f_0 = \frac{1}{2T}$
 $\int \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$
 $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$
 $u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$
 $H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$
 $V = c/\lambda$
 $\Phi = NBS$
 $F_m = \vec{B}I\ell = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi d} \ell$
 $F = \frac{m_1 m_2}{r^2}$
 $k = \pm \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)}$
 $\omega = 2\pi f$
 $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon + \mu}}$
 $F_x = \frac{1}{2} \epsilon_0 \rho \varphi^2$
 $\frac{\nu_1}{x} + \frac{\nu_2}{x'} = \frac{\nu_2 - \nu_1}{r}$
 $\vec{D}d\vec{S} = Q^*$
 $U = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int \frac{F_n}{R}$
 $\cos \alpha$
 $\left[\lambda^* T = b \right]$

Děkuji za pozornost

Konec

4. přednášky

**Prezentace vznikla v rámci projektu
fondu rozvoje MU 1515/2014**

Dodatky 1

- Proč je alfa částice zrovna jádro ${}^4\text{He}$?
- Mějme třeba ${}^{233}\text{Pa}$ (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na ${}^{232}\text{Th}$ (232,038055325) a ${}^1\text{H}$ (1,00782503207)
- Vypočítejme si hmotnostní úbytek

$$\Delta M = 233,0402472 - 232,0380553 - 1,007825032$$

$$\Delta M = -0,00563313$$

- Vodík ${}^1\text{H}$ nemůže být alfa částicí.

[zpět](#)

Dodatky 1

- Mějme třeba ^{233}Pa (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na ^{231}Th (231,036304) a ^2H (2,01410177)

- Vypočítejme si hmotnostní úbytek

$$\Delta M = 233,0402472 - 231,036304 - 2,01410177$$

$$\Delta M = -0,010158$$

- Vodík ^2H nemůže být alfa částicí.

[zpět](#)

Dodatky 1

- Mějme třeba ^{233}Pa (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na ^{230}Ac (230,036294) a ^3He (3,0160293)

- Vypočítejme si hmotnostní úbytek

$$\Delta M = 233,0402472 - 230,036294 - 3,0160293$$

$$\Delta M = -0,012076$$

- Helium ^3He nemůže být alfa částicí.

[zpět](#)

Dodatky 1

- Mějme třeba ^{233}Pa (233,040247277)
- Předpokládejme, že se rozštěpí na ^{229}Ac (229,0330152) a ^4He (4,0026032)

- Vypočítejme si hmotnostní úbytek

$$\Delta M = 233,0402472 - 229,0330152 - 4,0026032$$

$$\Delta M = 0,0048536$$

- Helium ^4He může být alfa částicí.

Pa = protaktinium

Konec 1. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 2

- Pro beta rozpad platí

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}$$

$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu$$

- Dochází k takové přeměně, aby nové jádro bylo stabilnější.
- Jak může z lehčího protonu vzniknout těžší neutron?

[zpět](#)

Dodatky 2

- Musíme se na rozpad dívat globálně.
- Víme, že ^{176}Hg (175,987354) může podlehnout beta + rozpadu na ^{176}Au (175,980099).
- $M(e^+) = 0,00054$
- $M(p^+) = 1,00727$
- $M(n^0) = 1,00866$

[zpět](#)

Dodatky 2

- Nejprve se podíváme na rozpad protonu na neutron a pozitron

$$\Delta M = 1,00727 - 1,00866 - 0,00054$$

$$\Delta M = -0,00193$$

- Nyní se podíváme na přeměnu jader

$$\Delta M = 175,98735 - 175,980099$$

$$\Delta M = 0,007251$$

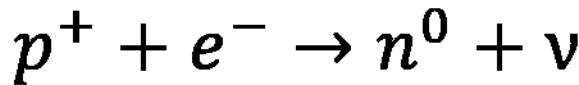
- Uvolní se víc E, než je potřeba na přeměnu protonu.

Konec 2. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 3

- Při elektronovém záchytu dochází k podobné situaci jako při beta rozpadu.



Konec 3. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 4

- **Vnitřní konverze**

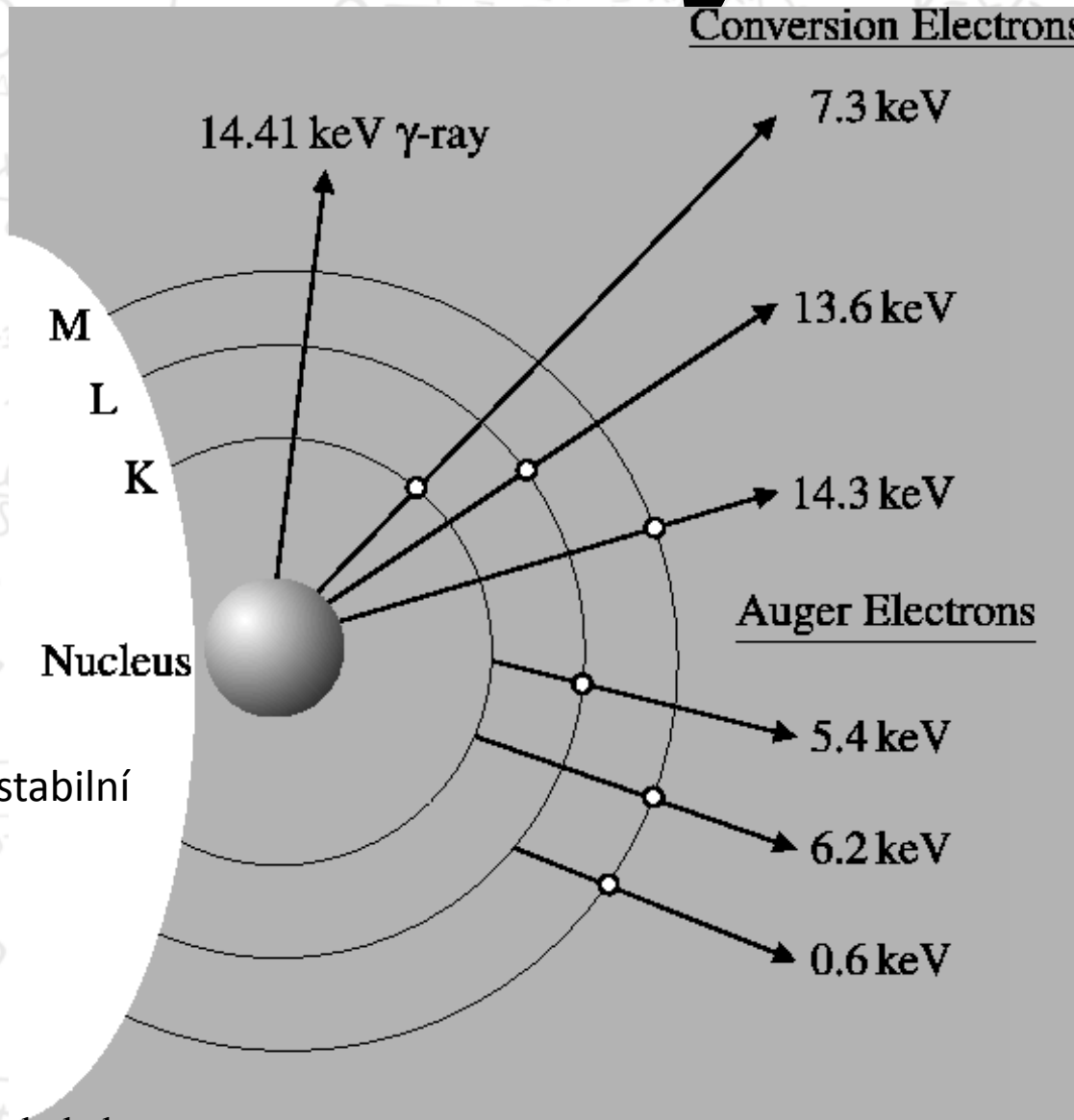
- Po tomto vyražení většinou nastává zaplnění volného místa elektronem z vyšší vrstvy, přičemž se vyzáří další foton.

- V případě slupek K nebo L těžkých prvků se jedná o charakteristické RTG, které může vyrazit další elektrony tzv. Augerovy elektrony.

[zpět](#)

Dodatky 4

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$
$$U_{ef} = U_m$$
$$E = \hbar\omega$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r m_e}$$
$$K = \frac{p^2}{2m} m_0 = \frac{M_r}{N_A} = \frac{M_r \cdot 10^{-3}}{N_A}$$
$$\lambda = \frac{h}{p}$$
$$v = \frac{wh}{2\pi r m_e}$$
$$R = \rho \frac{d}{s}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$
$$\psi(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin$$
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} d\vec{S}$$
$$C(s)$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$$
$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = Shp$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)}$$
$$E_y = E_0 \sin(k_x - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{d\omega}{dt}$$



Metastabilní
Fe-57

Konec 4. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 5

- Integrace zákona radioaktivní přeměny

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad / \text{separace proměnných}$$

$$-\frac{dN}{N} = \lambda dt \quad / \text{integrace}$$

$$-\int \frac{1}{N} dN = \int \lambda dt$$

$$-\ln N = \lambda t + c \quad / \text{odlogaritmuje}$$

$$N = e^{-(\lambda t + c)}$$

[zpět](#)

Dodatky 5

$$N = e^{-(\lambda t + c)}$$

/ na počátku máme N_0 atomů

$$N_0 = e^{-(\lambda \cdot 0 + c)}$$

$$N_0 = e^{-c}$$

/ dosadíme

$$N = e^{-\lambda t} e^{-c}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Konec 5. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 6

- Fyzikální poločas rozpadu

➤ Doba za jakou se rozpadne $\frac{1}{2}$ jader ve vzorku

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \quad / \text{logaritmujeme}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2}$$

[zpět](#)

Dodatky 6

- Fyzikální poločas rozpadu

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda T_{1/2} \quad / \text{úpravy}$$

$$\ln 2^{-1} = -\lambda T_{1/2}$$

$$-\ln 2 = -\lambda T_{1/2}$$

$$\frac{\ln 2}{\lambda} = T_{1/2}$$

Konec 6. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 7

- Necht' se prvek X může rozpadat dvěma cestami charakterizovanými rozpadovými konstantami $\lambda^{(1)}$; $\lambda^{(2)}$.
- Ze zákona radioaktivity plyne:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda^{(1)}N + \lambda^{(2)}N$$

- Stejnými úpravami dostaneme

$$N = N_0 e^{-(\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)})t}$$

[zpět](#)

Dodatky 7

- Stejným způsobem jak u jednoduchého poločasu rozpadu postupujeme i nyní.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)}}$$

- Dosadíme za rozpadové konstanty

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}^{(1)}} + \frac{\ln 2}{T_{1/2}^{(2)}}} = \frac{T_{1/2}^{(1)} T_{1/2}^{(2)}}{T_{1/2}^{(1)} + T_{1/2}^{(2)}}$$

Konec 7. dodatku

[zpět](#)