

Radiologická fyzika a radiobiologie

Vznik a interakce fotonového ionizujícího záření



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V \psi = E \psi$$

$$2 \tan \frac{\theta_B}{2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

$$pV = nRT$$

$$\Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$$

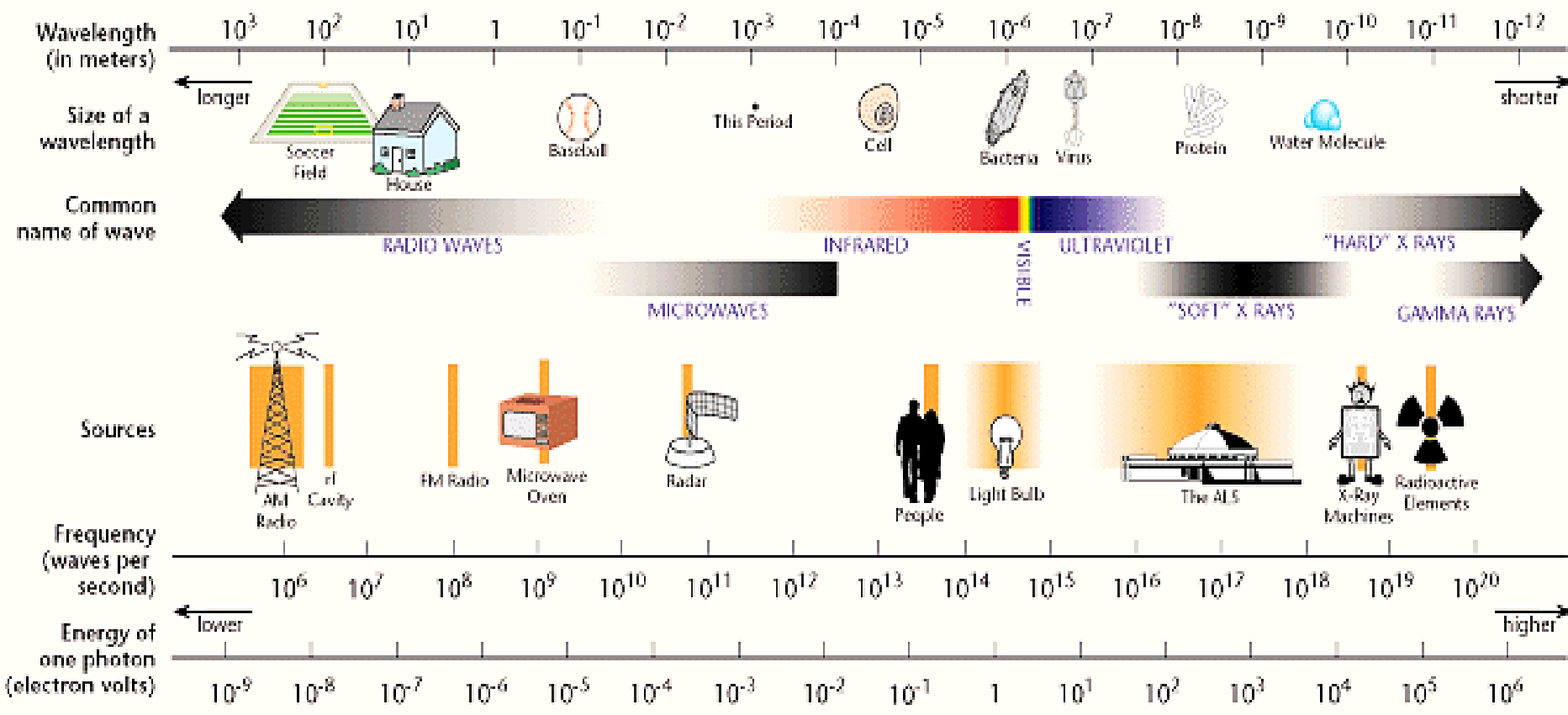
$$H_\lambda = \frac{\Delta M_e}{\Delta \lambda}$$

$$C \frac{\Delta \varphi}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{x_2 - x_1}{\lambda} S_2$$

$$V = c/\lambda$$

$$\Phi = NBS$$

THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM



$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

Nejběžnější elmg. záření je viditelné světlo, ale to tvoří jen nepatrnou část celkového spektra. Každou část spektra se naučil člověk nějak využívat. Od radiového vlnění, přes mikrovlnné, infračervené až po RTG a gama.

RTG

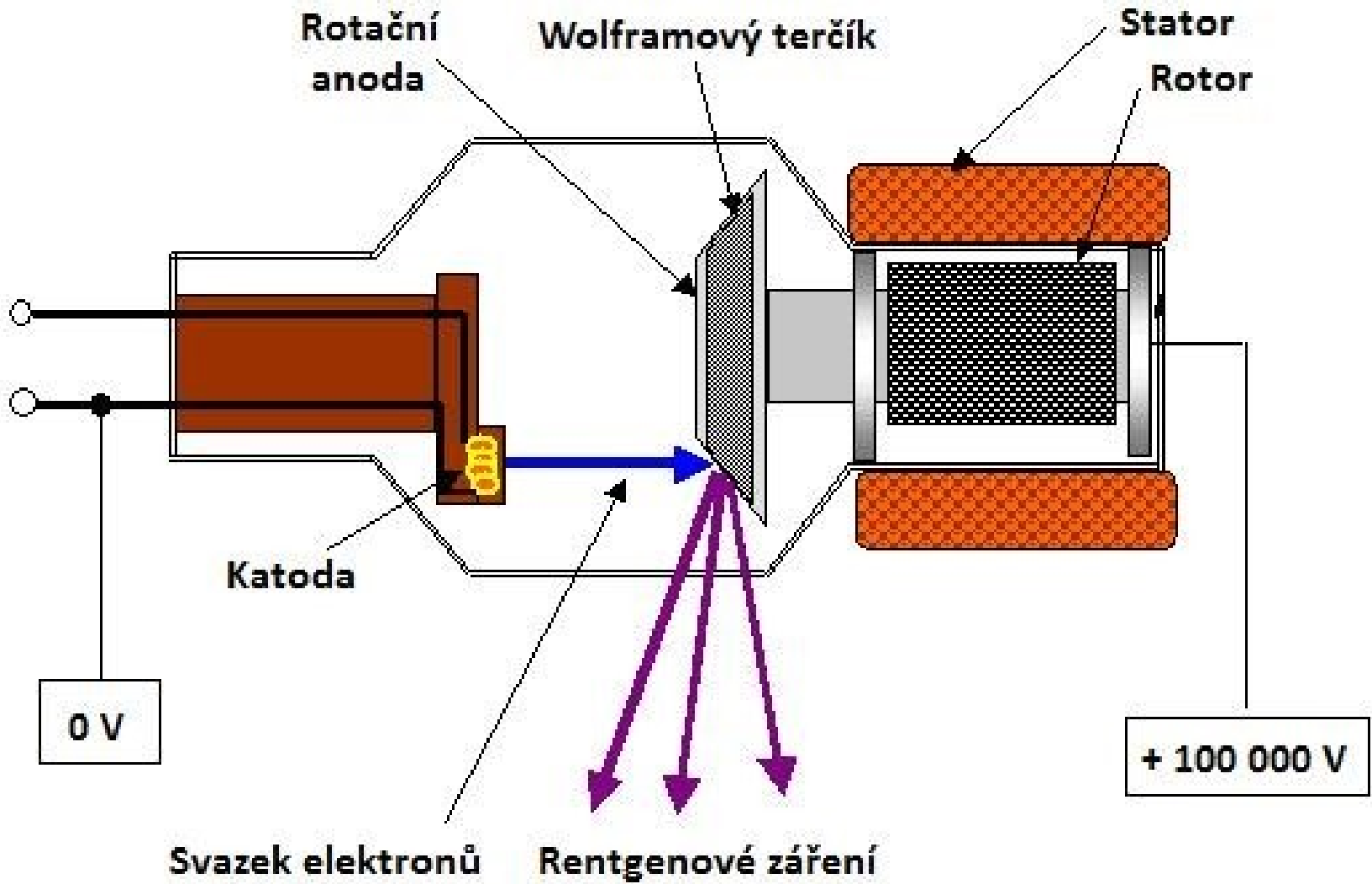
- RTG záření je nepostradatelné v dnešní medicíně.
- Jak ovšem vzniká?
- Jak je detekujeme?
- Jak interaguje s látkou?
- Jaké veličiny jsou s ionizujícím zářením spjaté?
- O všem bude řeč...

RTG

- Ze zákona elektromagnetické indukce vyplývá, že při pohybu el. náboje se indukuje magnetické pole.
- Pokud je náboj prudce zpomalen, přebytečná energie se přemění v elektromagnetické záření.
- Možné hodnoty intenzity a energetické spektrum záření je obvykle značně široké, ale má své fyzikální limity.

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$

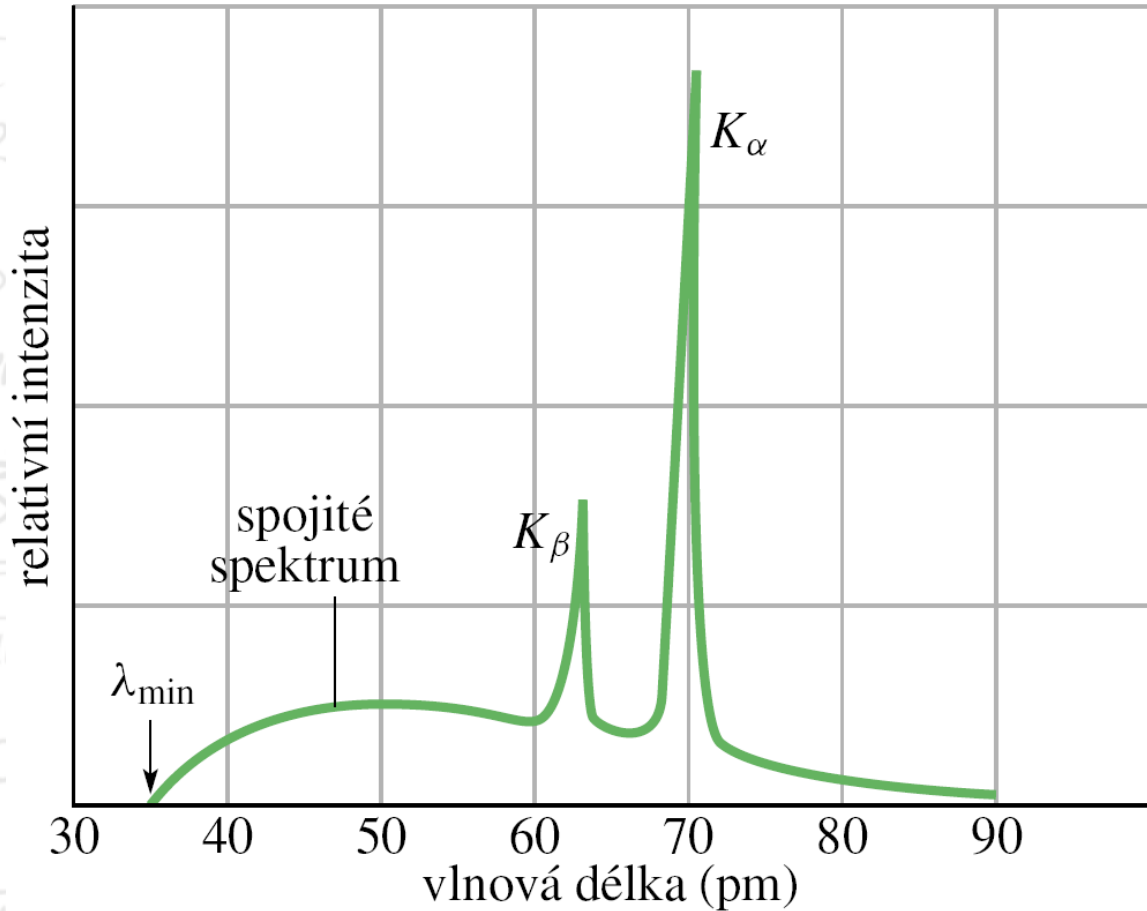
Rentgenka



$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

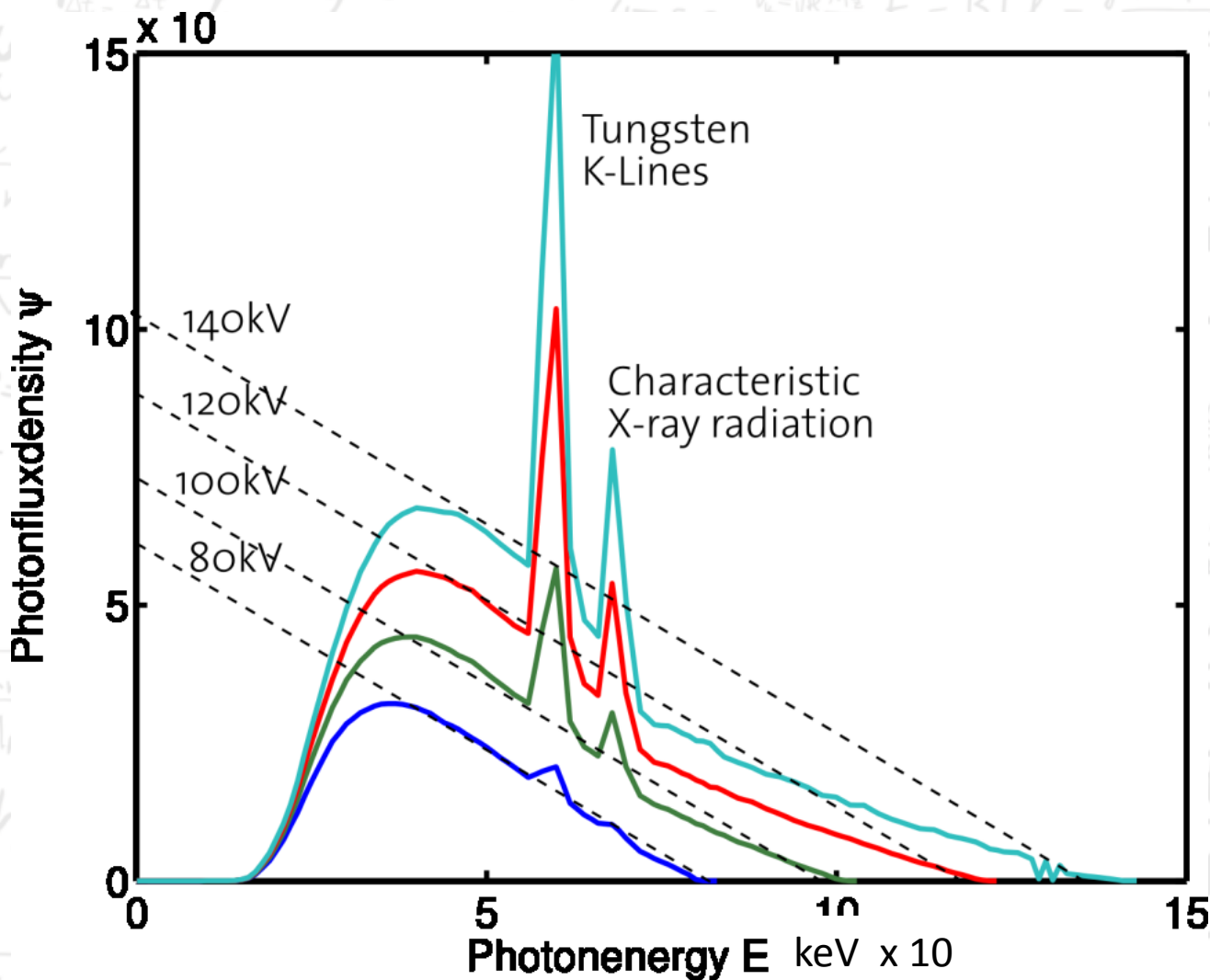
$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Rentgenka



Závislost intenzity rtg záření na vlnové délce při dopadu elektronů s kinetickou energií $E_{k,0} = 35$ keV na **molybdenový** terč (urychlovací napětí 35 kV). Na x ose vlnová délka (lambda min = energie max)

RTG



existují horní hranice (E_{max}). V čem je rozdíl mezi brzdovým (spojitým) a charakteristickým (diskrétním) zářením? Na x ose je energie.

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

$$U_{ef} = U_n$$

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{r}$$

$$k = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$v_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$C(s)$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

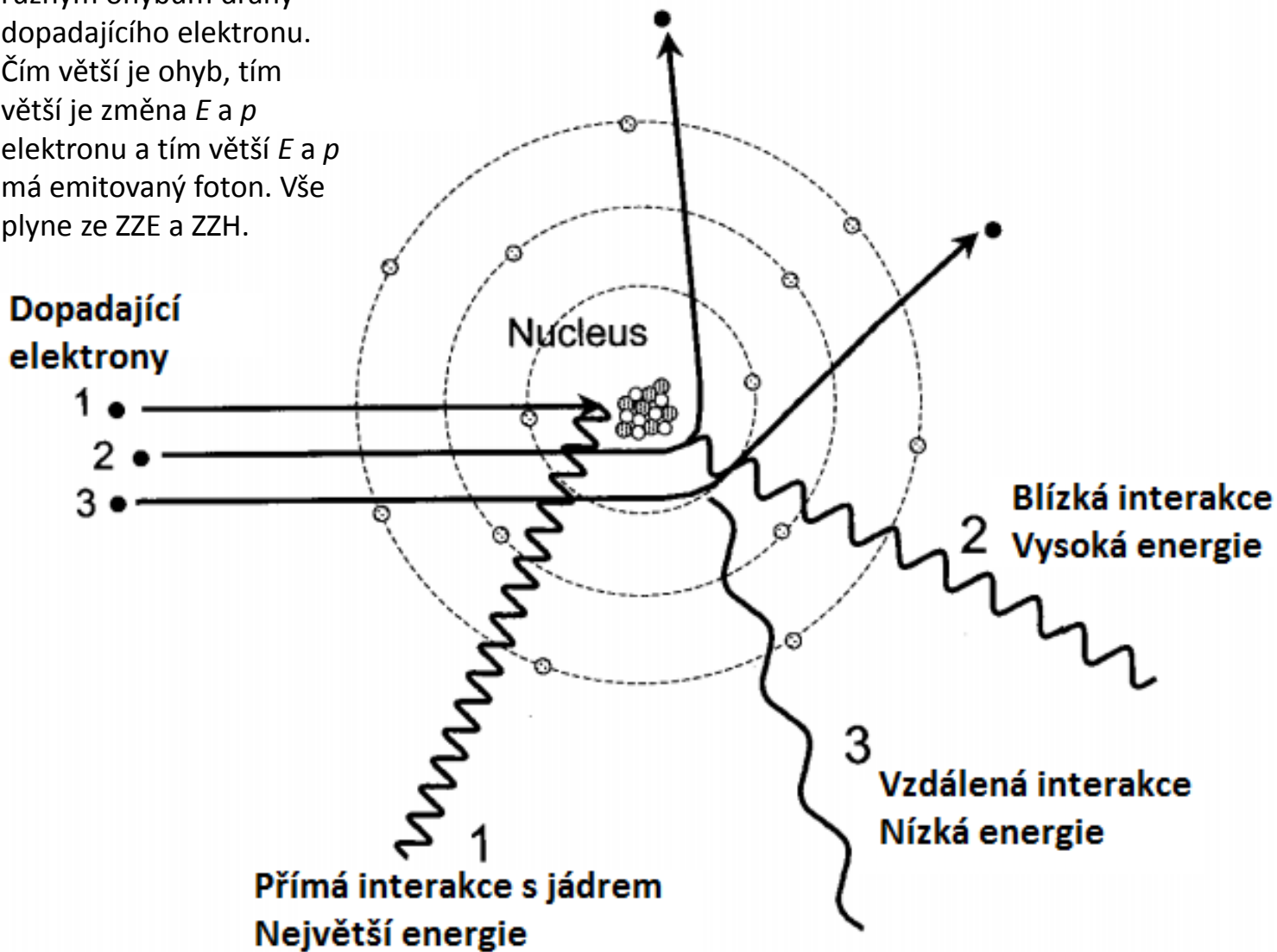
$$\left(\frac{E_\tau}{E_0}\right)_\parallel = \frac{2\cos\theta}{1 + \cos\theta}$$

$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$S = \frac{1}{A} \frac{dE}{dt}$$

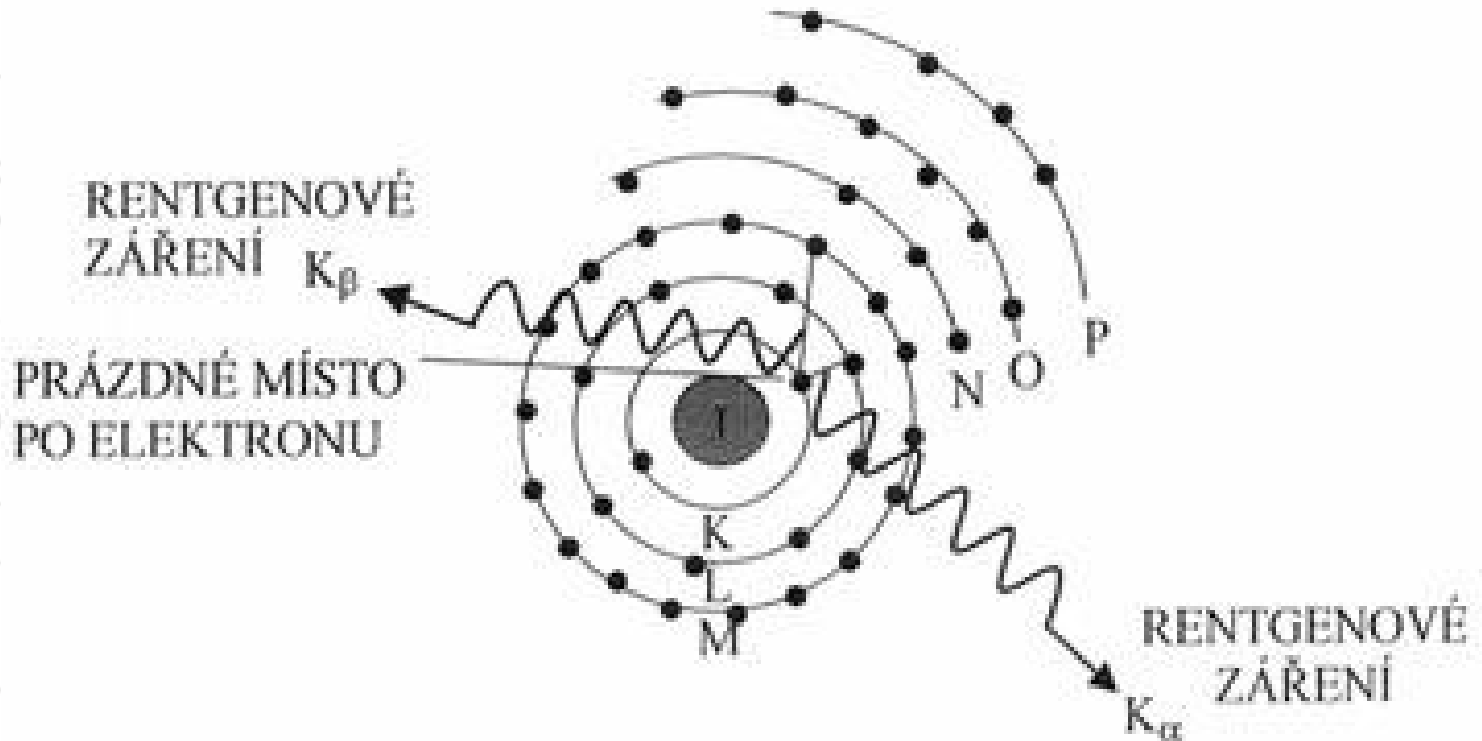
Brzdné záření má spojité spektrum. Je to dáno různými směry dopadů, při kterých dochází k různým ohybům dráhy dopadajícího elektronu. Čím větší je ohyb, tím větší je změna E a p elektronu a tím větší E a p má emitovaný foton. Vše plyne ze ZZE a ZZH.

Brzdné RTG



Charakteristické RTG

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$
$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{r}$$
$$k = \frac{p^2}{2m} = \frac{M_p^2}{2m_0} = \frac{M_p^2}{2m_0}$$
$$\lambda = \frac{h}{p}$$
$$v = \sqrt{2eU_m}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \psi(\alpha)$$
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} d\vec{s}$$
$$C(s)$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN}{M_m}}$$
$$\lambda = \frac{h \ln 2}{T} F_h$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)}$$
$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

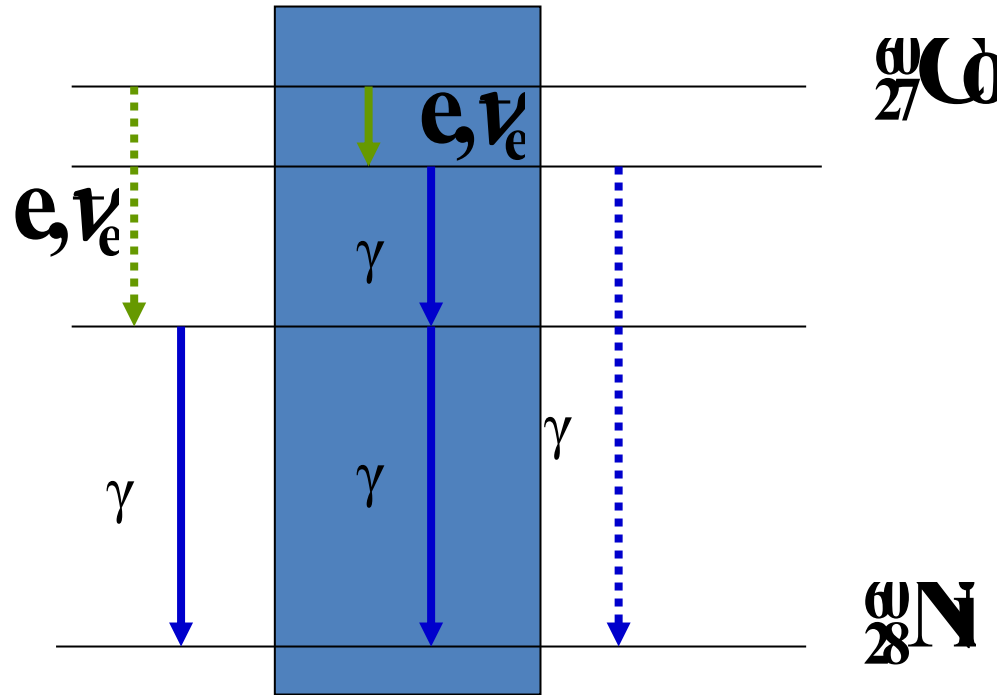
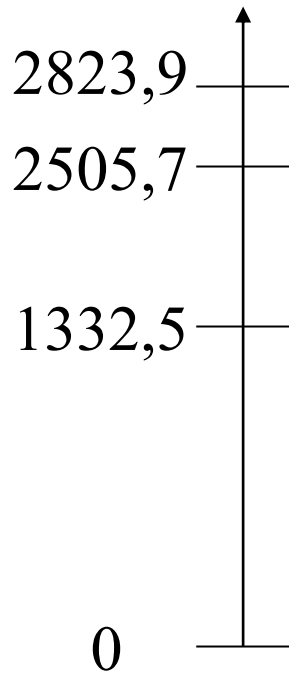






Charakteristické záření nemá spojité spektrum, protože jeho vznik je odlišný od brzdného záření. Char. RTG vzniká při deexcitaci elektronů u těžších atomů ve vrstvách blízkých jádru ($n=1-3$), kdy se emituje foton o energiích RTG. Pro přeskoky mezi danými dvěma hladinami el. obalu je energie vždy stejná a proto i frekvence vyzářeného fotonu je stejná a výsledné spektrum je diskrétní.

Protony a neutrony jsou fermiony, takže mohou být pouze na přesně daných energetických hladinách (jako elektrony v el. obalu), proto i energie jádra může mít jen diskrétní hodnoty. Při štěpení se e. jádra zmenšuje a přebytek je buď předáván vnikajícím částicím nebo je vyzářen jako fotony. Při přechodech elektronů v obalu může být vyzářeno RTG záření nebo světlo, při deexcitaci jader hlavně vysokoenergetické γ -fotony.

Vznik γ záření

E [keV]



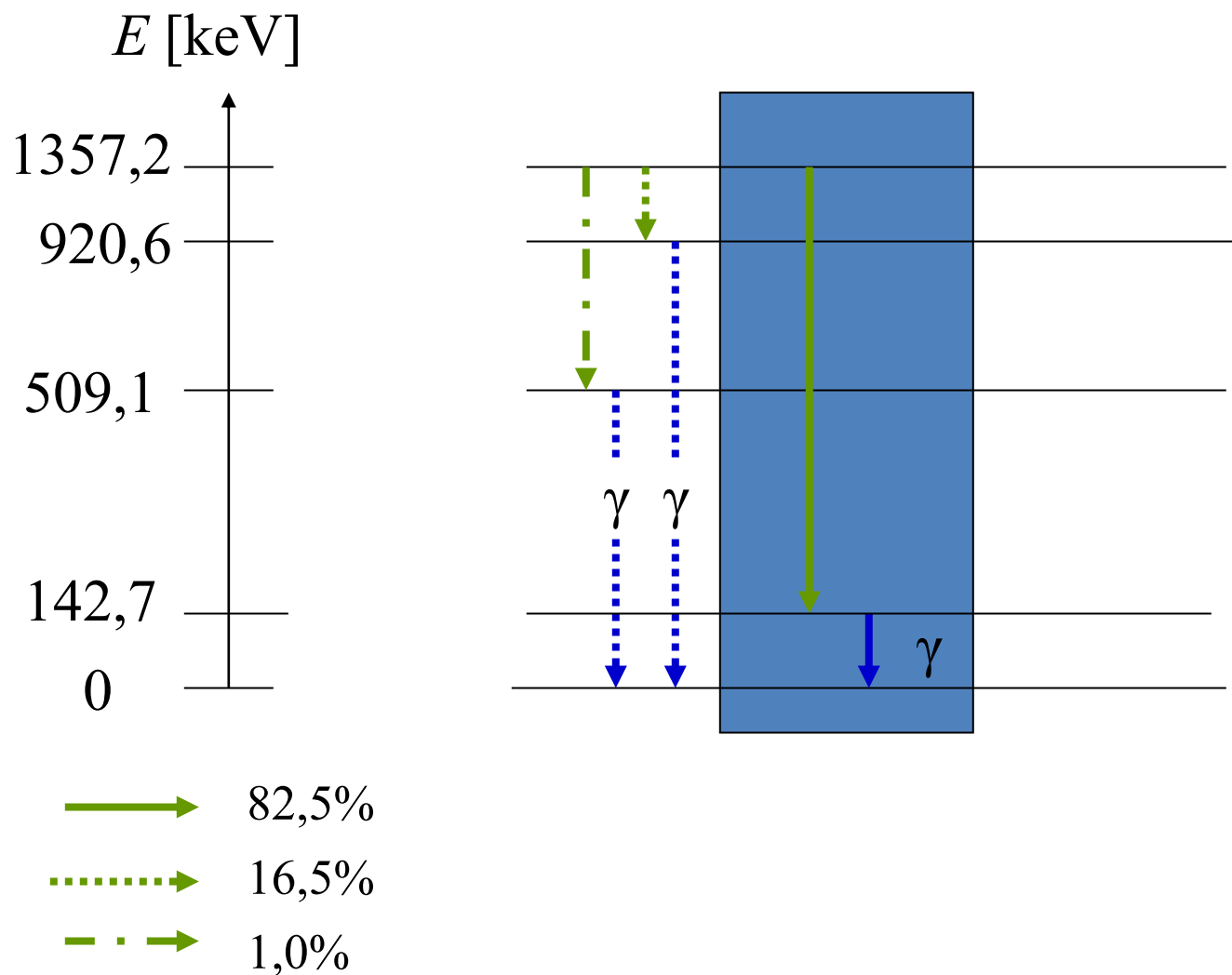
- | | | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
|  | 99,88% |  | > 99,9% |
|  | 0,12% |  | < 0,1% |

$$T_{1/2}({}^{60}\text{Co} \rightarrow {}^{60}\text{Ni}) = 1925,28 \text{ dní}$$

Zde Co přechází β -rozpadem na excitovaný Ni (2 cesty), jehož jádro pak deexcituje) a vyzáří se fotony.

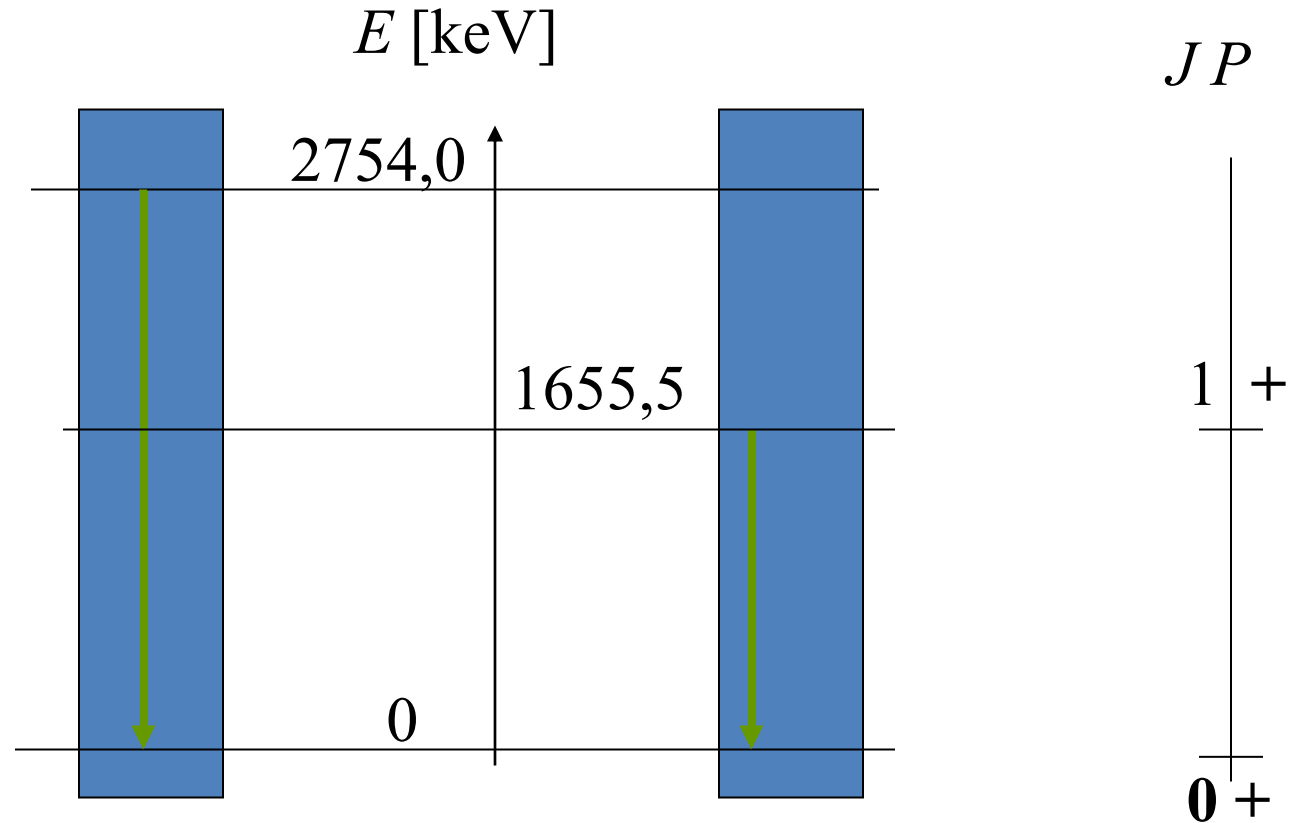
Vznik γ záření

Zde dochází opět k beta-rozpadu tentokrát Mo (vidíme 3 různé cesty).

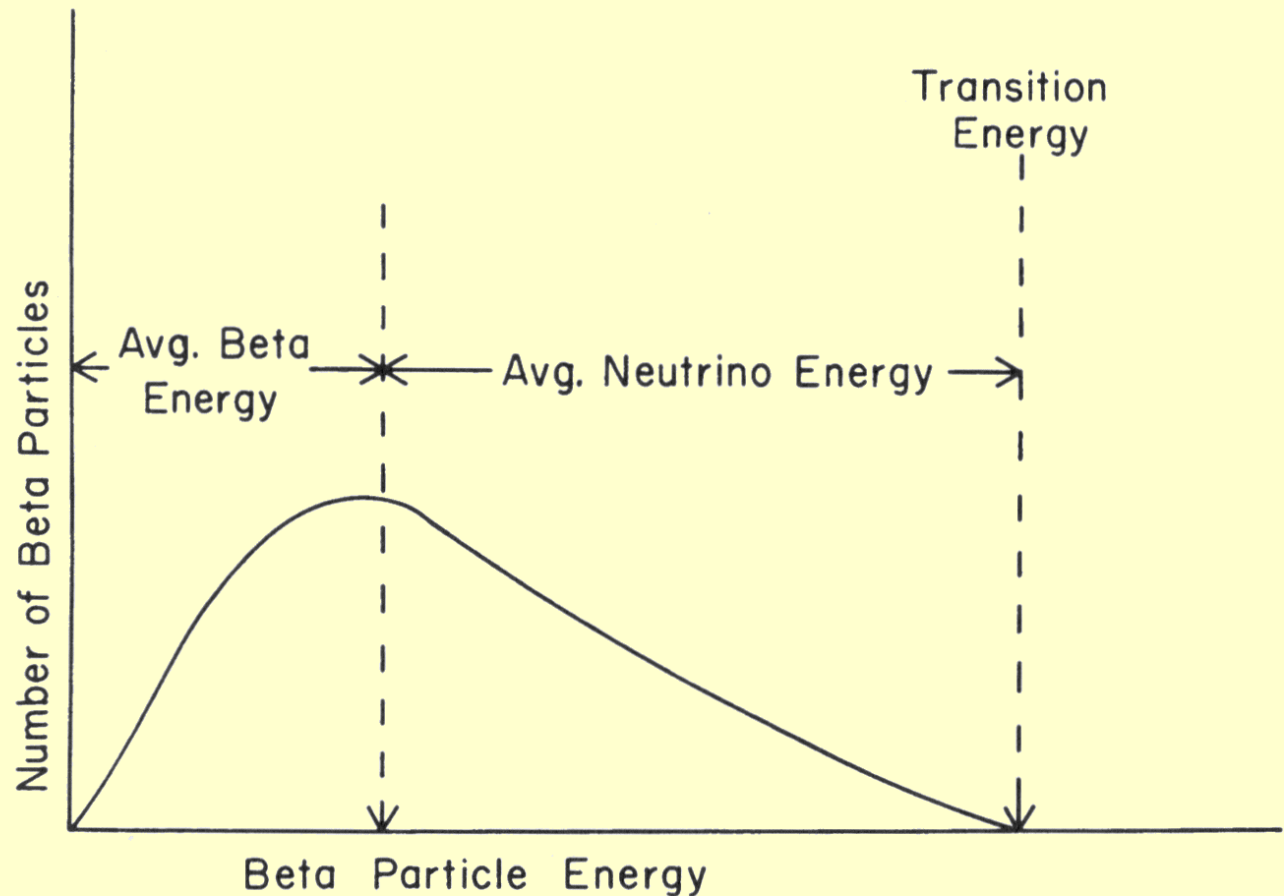


Pro srovnání: Při β^+ rozpadu dochází ke vzniku pozitronového záření. To nemá diskrétní spektrum, přestože vzniká při přechodu z přesně daných energetických hladin. Důvodem je to, že energii, uvolněnou při přeměně si mezi sebe téměř náhodně rozdělí pozitron a neutrino. Proto energii pozitronů popisujeme spíše střední hodnotou. Čím víc energie se při štěpení uvolní, tím rychleji proces probíhá (poločas rozpadu je kratší).

Pozitronová emise

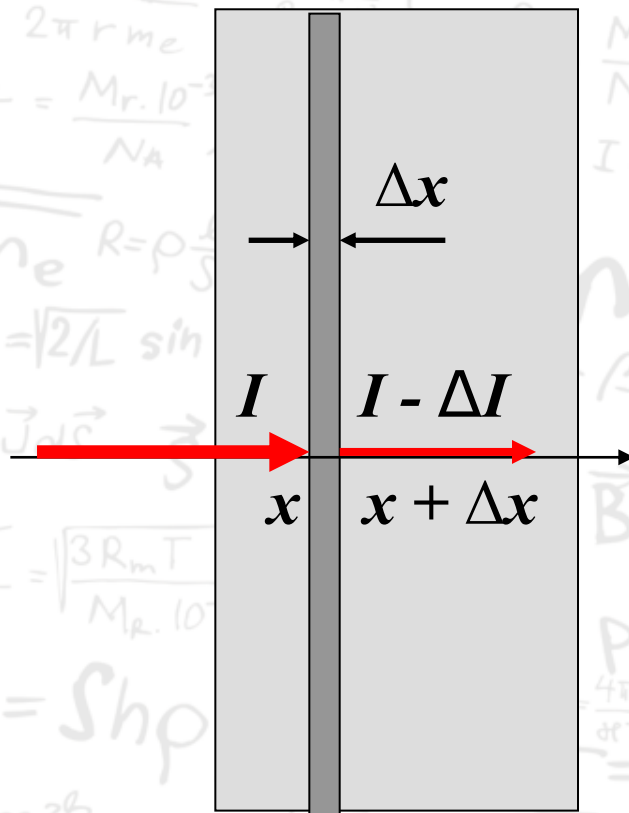


Pozitronová emise



Histogram energie β částic. Je patrné, že neutrino mohou odnášet značnou část energie. (viz též předchozí schéma, kdy střední E pozitronu je 700 keV, kdežto rozdíl energie hladin je 2700 keV. Poměr rozdělení energií mezi β částice a neutrino je pro každou přeměnu jiný.

Útlum záření



$$\frac{dI(x)}{dx} = -\mu I(x)$$

$$I(x) = I(0)e^{-\mu x}$$

$$I(d_{1/2}) = \frac{1}{2}I(0)$$

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho}$$

$$\mu_a = \frac{m_{\text{mol}} \cdot \mu}{N_A \cdot \rho}$$

$D_{1/2}$ je polotloušťka a μ je lineární koeficient útlumu. Zavádí se hmotnostní koeficient útlumu, nezávislý na hustotě látky, a atomový koeficient útlumu, nezávislý jak na hustotě tak i na látkovém množství.

Útlum záření

- Foton předává energii částicím látky.
- Energie částic je buď absorbována nebo opětovně vyzářena.
- Zavádí se koeficient energiového útlumu a koeficient energiové absorpce.

$$\mu_{tr} = \frac{\langle E_{tr} \rangle}{\hbar\omega} \mu \qquad \mu_{ab} = \frac{\langle E_{ab} \rangle}{\hbar\omega} \mu$$

Pokud lineární koeficient útlumu vynásobíme poměrem střední hodnoty **prošlé** energie a energie původního záření ($\hbar\omega$) dostáváme *koeficient energiového útlumu*.

Pokud lineární koeficient útlumu vynásobíme poměrem střední hodnoty **absorbované** energie a energie původního záření ($\hbar\omega$) dostáváme koeficient energiové absorpce.

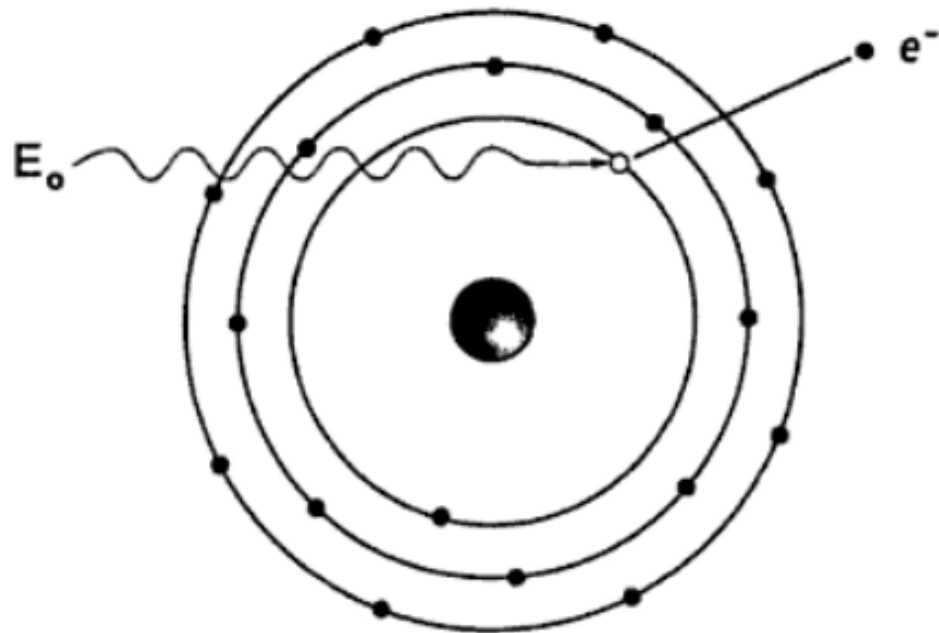
Interakce fotonů

- Fotoelektrický jev
 - Lin. koeficient útlumu - τ
- Rayleighův rozptyl
 - Lin. koeficient útlumu - σ_R
- Comptonův jev
 - Lin. koeficient útlumu - σ_C
- Tvorba elektron-pozitronový pár
 - Lin. koeficient útlumu - κ

Každý z těchto jevů má svůj vlastní lineární koeficient útlumu, který se podílí na celkovém útlumu záření!!!

Fotoelektrický jev

- Energie fotonu je absorbována elektronem a následně je využita k ionizaci. Zbytek se přemění na kinetickou energii elektronu.
- Energie fotonu musí být dostatečná k ionizaci.



Fotoelektrický jev

➤ Vnitřní:

- Elektron je vytržen z elektronového obalu.
- Neopouští ovšem látku, ale není vázán na konkrétní atom.
- Stává se z něj vodivostní elektron a podílí se spolu se vzniklými „děrami“ na lepším vedení elektrického proudu látkou, např. polovodičem.

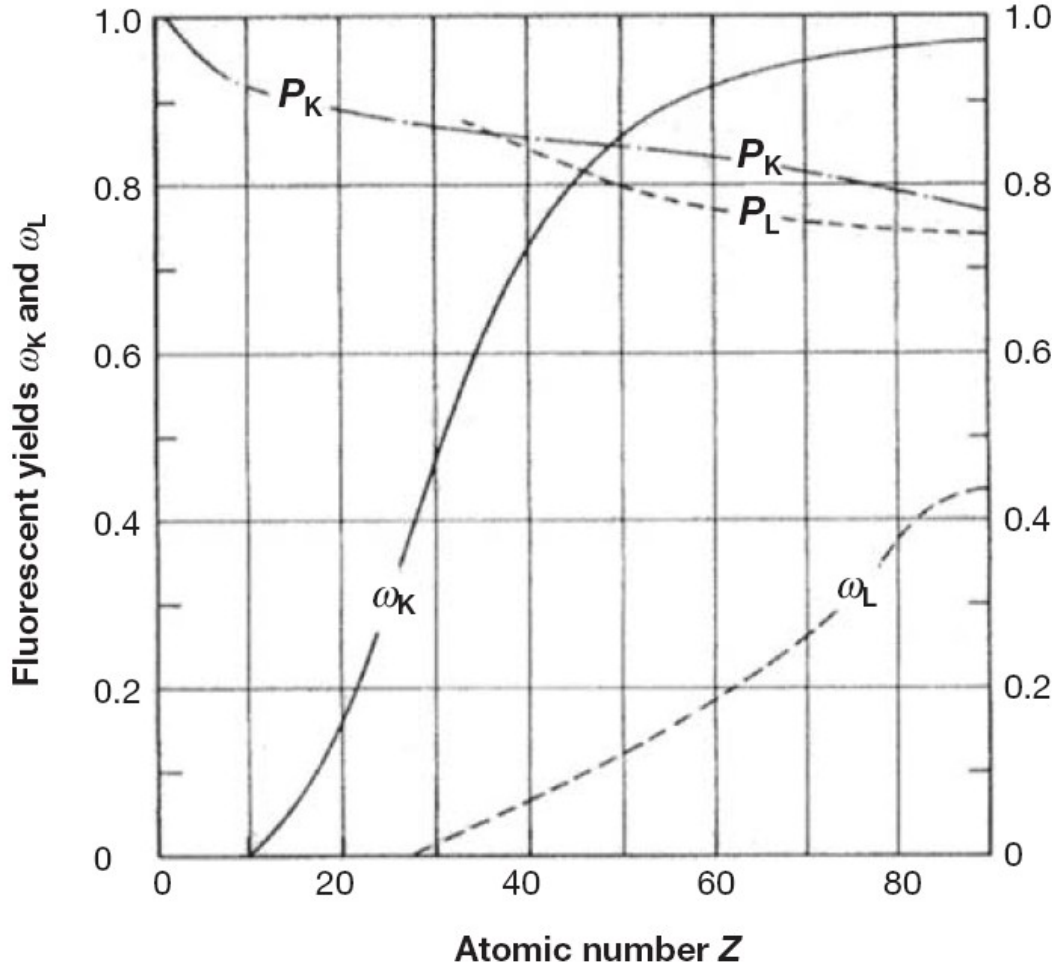
➤ Vnější:

- Elektron je vytržen z el. obalu.
- Opouští látku a je zcela volným.
- Vzniklou „díru“ může zaplnit elektron z vyšší vrstvy a vyzářit foton.
- Vyzářený foton může okamžitě způsobit vnější fotoelektrický jev a vyrazit další (tzv. Augerův) elektron.

Fotoelektrický jev

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$
$$U_p = U_m$$

$$2 \operatorname{tg} \psi_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$
$$pV = nRT \quad \Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD \quad H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$
$$M_e = \sigma T^4$$
$$E = \hbar \omega$$
$$X_L = \frac{U}{m} = \omega L = 2\pi f L$$
$$\Phi = NBS$$
$$I_1 I_2$$
$$\frac{2\pi d}{\lambda}$$
$$m_1 m_2$$



Fluorescenční výtěžek $\omega_{K(L)}$ udává podíl pravděpodobností emise fotonu a Augerova elektronu při zaplnění dané volné hladiny (K nebo L). Vidíme, že A. elektrony mají větší pravděpodobnost emise u lehčích atomů. U těžších atomů převažuje fotoemise (pro vrstvu K velmi výrazně). Pro hladinu L je poměr výrazně nižší tzn., že při absorpci fotonu elektronem z hladiny L je větší pravděpodobnost emise A. elektronu než při absorpci na K hladině i pro těžší atomy.

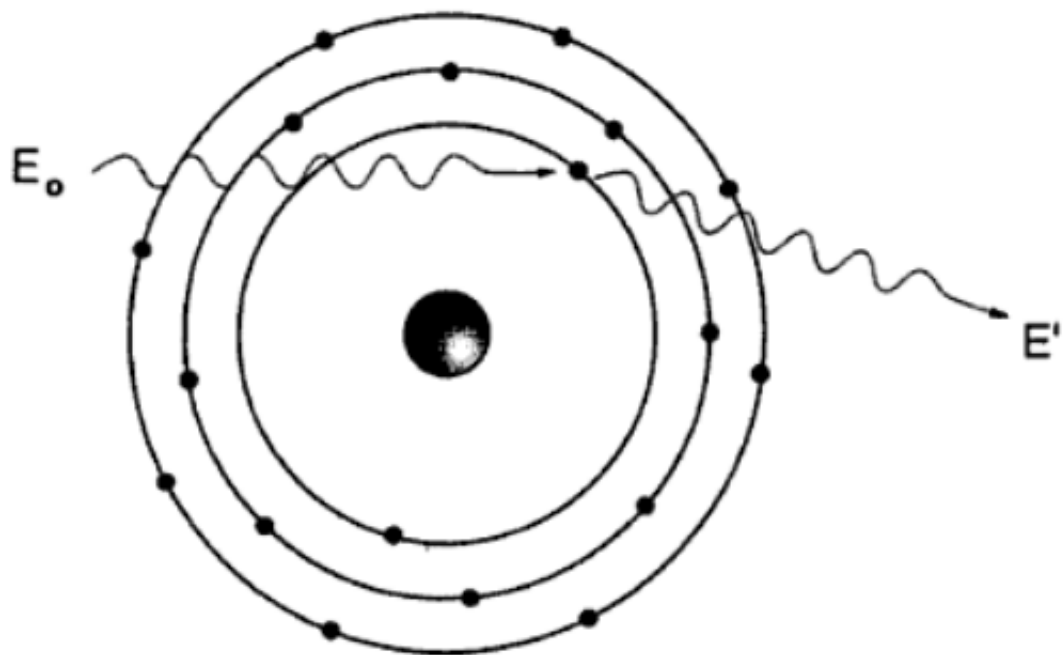
$$E_y = E_0 \sin(k_x x - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$R = R_0 \sqrt[3]{A}$$
$$J E dl = - \iint \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$
$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$
$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Rayleighův rozptyl je úměrný 4. mocnině vlnové délky záření. Na malých molekulách plynu se dá pozorovat v přírodě a je zodpovědný za modrou barvu oblohy. Modrá barva se rozptyluje víc než ostatní vlnové délky. Podobný jev je Ramanův rozptyl. Není elastický a dochází při něm ke změně vlnové délky fotonu, což je výhodné pro spektroskopická měření (Ramanova spektroskopie).

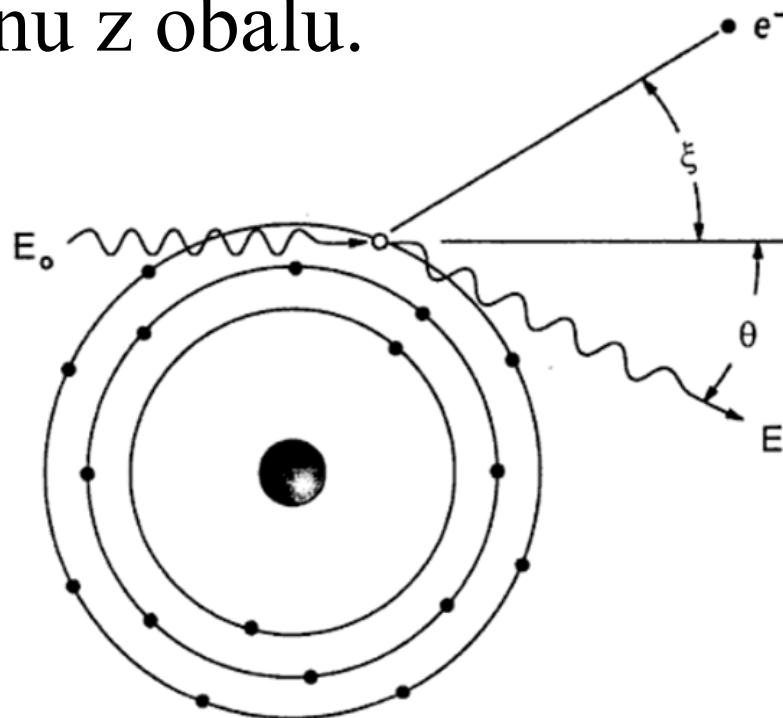
Rayleighův rozptyl

- Foton interaguje s elektronem z obalu.
- Dojde pouze k rozptylu fotonu, což nemá za následek ztrátu jeho energie.



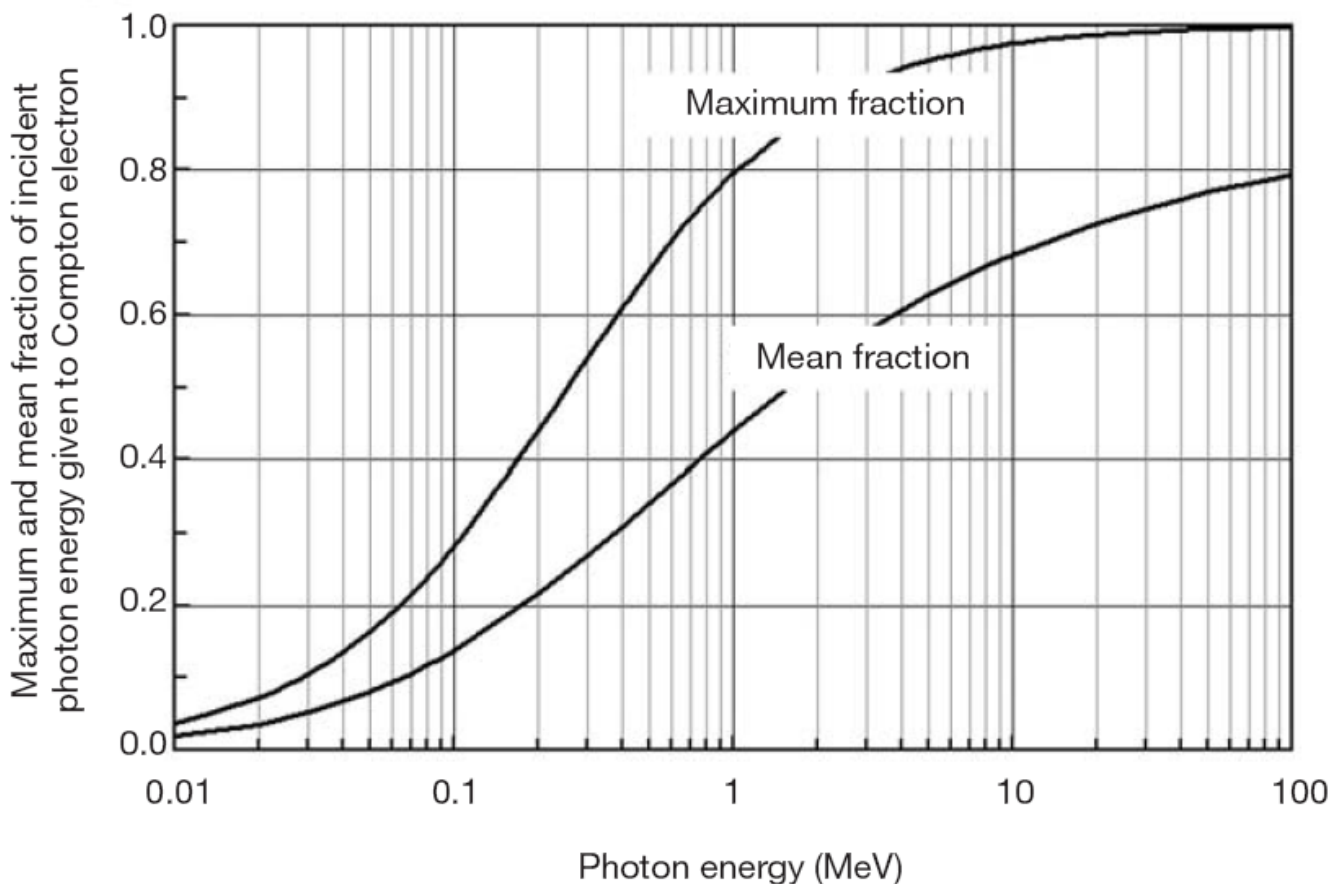
Comptonův rozptyl

- Foton interaguje s elektronem z vyšší vrstvy obalu.
- Dojde k rozptylu fotonu i vyražení elektronu z obalu.



Comptonův rozptyl

Maximální a průměrný podíl energie předané fotonem Comptonovu elektronu.



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

$$U_{ef} = U_m$$

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r}$$

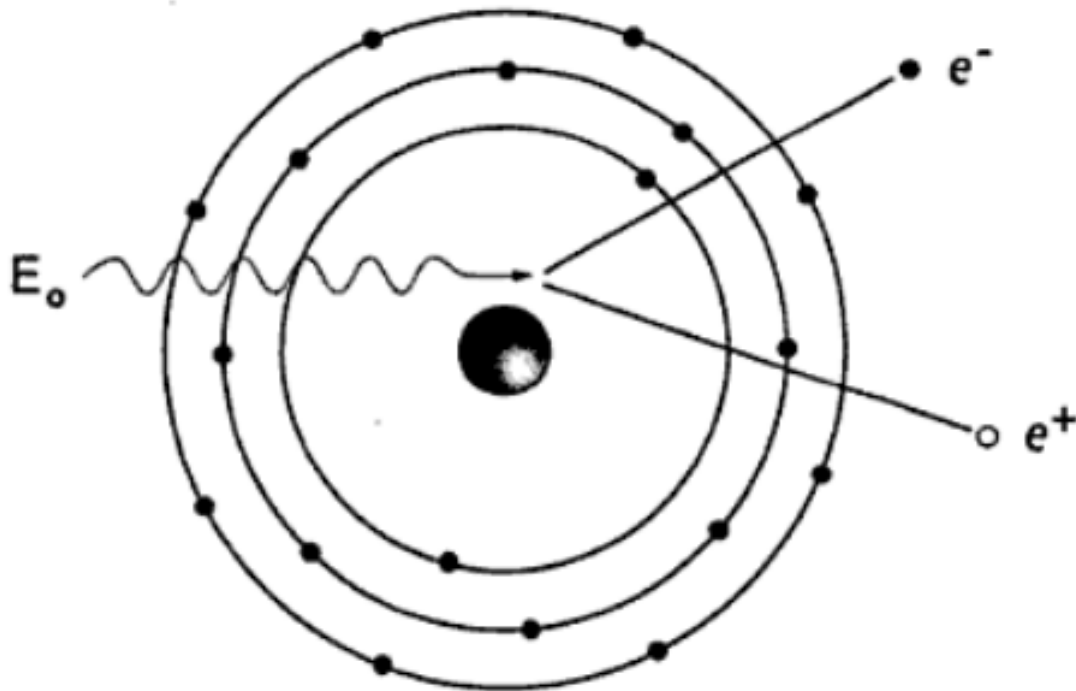
$$k = \frac{p^2}{2m} m_0 = \frac{M_0}{N_0}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eU_m}}$$

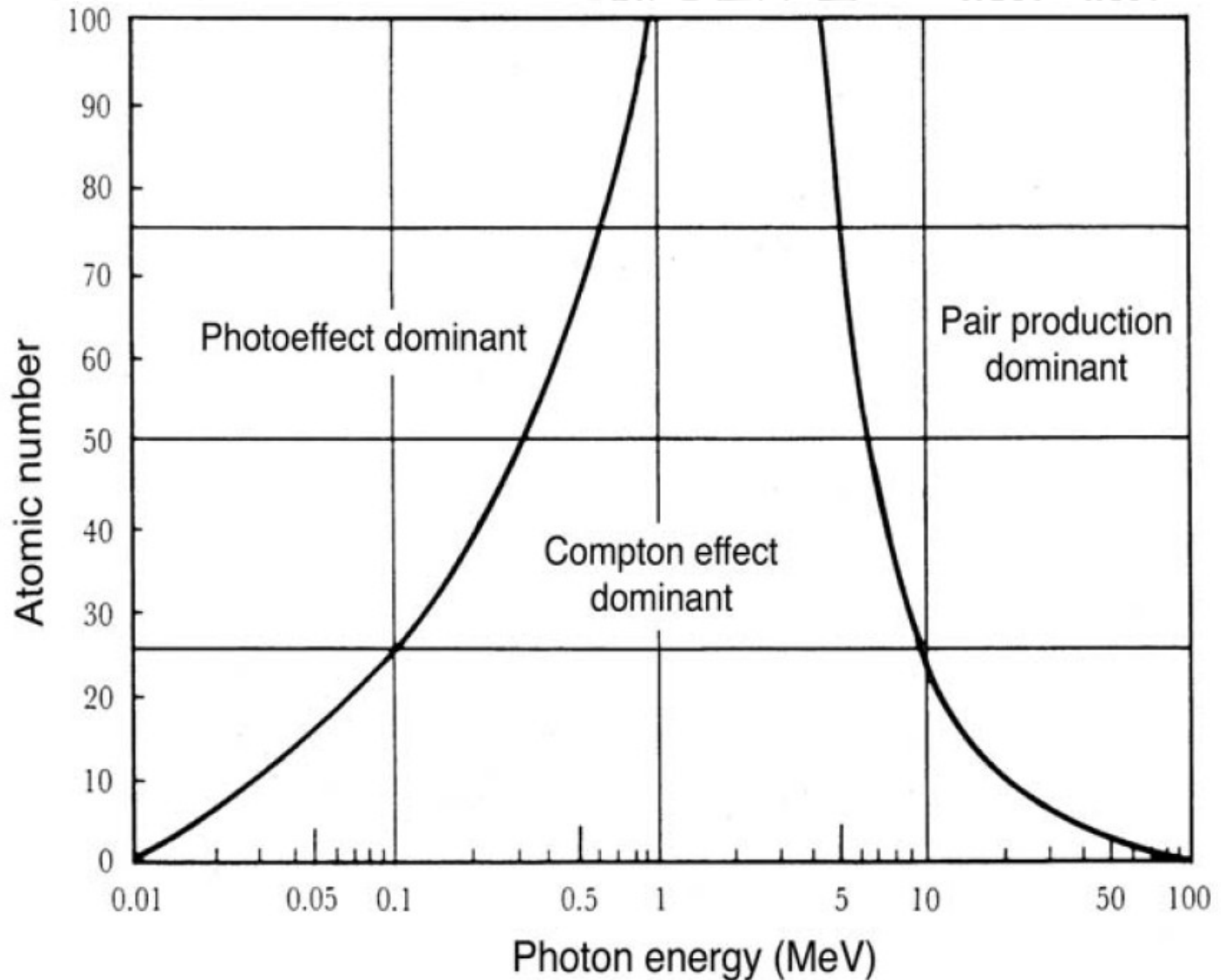
$e^- - e^+$ pár

- V blízkosti silného jádra se může foton přeměnit na elektron a pozitron.
- Důkaz, že hmota a energie jedno jest.

Z energie „nehmotného“ fotonu se stane hmota páru a z přebytku kinetická energie obou částic. Mají opačné náboje, takže když bude E_k moc malá, opět se mohou přitáhnout a anihilovat. Obecně ovšem e^+ anihiluje o chvíli později s libovolným elektronem.



Dominance



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$
$$U_{ef} = U_m$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{l}$$
$$k = \frac{p^2}{2m} m_0 = \frac{M_p}{N_A}$$
$$\lambda = \frac{h}{m v}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} d\vec{s}$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$$
$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\cos(\theta_1 - \theta_2)}$$
$$E_y = E_0 \sin(k_x - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

Lin. koef. útlumu

- Na celkovém lineárním koeficientu útlumu záření se podílejí všechny čtyři interakce.

$$\mu = \tau + \sigma_R + \sigma_C + \kappa$$

- Zavádí se také lineární koeficient absorpce.

$$\mu_{ab} = \tau_{ab} + (\sigma_C)_{ab} + \kappa_{ab}$$

- U Rayleighova rozptylu nedochází k absorpci energie (je to rozptyl).

Ionizující záření

- Je tok částic, které mohou ionizovat atomy či excitovat jádra.
- Rozlišujeme dva typy:
 - Přímě ionizující záření.
 - Nepřímě ionizující záření.

Přímo ionizující z.

- Je tvořeno elektricky nabitými částicemi (α , β^+ , β^- , protony...).
- Mohou mít dostatečnou energii k ionizaci atomů.
- Při průchodu absorbuji prostředím dochází k ionizačním ztrátám (záření předává energii okolním částicím), čímž dochází k narušení rovnováhy.

Přímo ionizující z.

- Čím větší hmotnost nebo náboj tím větší je ionizační ztráta.
- Větší ionizační ztráta znamená předání víc energie na malé dráze letu.
- Tudíž záření má malou pronikavost, ale v malém objemu dochází k velkému počtu ionizací.
- Tento stav popisuje veličina „lineární přenos energie“ (L).

Přímo ionizující z.

- Lineární přenos energie (LET) je pro nabitě částice definován vztahem:

$$L = \left(\frac{dE}{dl} \right)$$

- dE vyjadřuje ztrátu energie a dl , na jaké dráze k této ztrátě došlo.
- Jak už bylo řečeno, těžké a nabitě částice mají L větší.
- Hustě ionizující záření (velké L).
- Řídce ionizující záření (malé L).

Nepřímo ionizující z.

- Je tvořeno elektricky neutrálními částicemi jako jsou fotony a neutrony.
- Jejich průchod látkou sám o sobě neionizuje prostředí.
- Ovšem po interakci s látkou se mohou uvolnit sekundární, přímo ionizující částice, které již mohou prostředí ionizovat (pokud mají dostatečnou energii).

Veličiny

- Z logiky věci se dělí na čtyři skupiny.
 - Popisující zdroj ionizujícího záření.
 - Popisující ionizující záření v prostoru.
 - Popisující interakci s hmotou.
 - Popisující interakci s živou hmotou.

Veličiny

- U radionuklidů se používá aktivita:

$$A = \frac{dN}{dt}$$

- Jednotka becquerel ($\text{Bq} = \text{s}^{-1}$).

- Odvozené:

- Hmotnostní aktivita a_m ($\text{Bq} \cdot \text{kg}^{-1}$)
- Objemová aktivita a_V ($\text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$)
- Plošná aktivita a_S ($\text{Bq} \cdot \text{m}^{-2}$)

Dříve byla používána jednotka aktivity 1 curie. $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$

Veličiny

- Přeměnová konst. (u radionuklidů):

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad [\lambda] = s^{-1}$$

- Emise zdroje (u umělých zdrojů):

$$N_z = \frac{dN_z}{dt} \quad [N_z] = s^{-1}$$

- Počet emitovaných částic za jednotkový čas.

Veličiny

- Ionizující záření v prostoru se dá charakterizovat více veličinami:

➤ Fluence částic $\Phi = \frac{dN}{da}$ [m^{-2}]

➤ Příkon fluence částic $\varphi = \frac{d\Phi}{dt}$ [$\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$]

➤ Fluence energie $\Psi = \frac{dR}{da}$ [$\text{J} \cdot \text{m}^{-2}$]

➤ Příkon fluence energie $\psi = \frac{d\Phi}{dt}$ [$\text{J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$]

Veličiny

- Pravděpodobnost interakce ionizujícího záření je charakterizována účinným průřezem σ . (více v letním semestru)
- Pokud již k interakci dojde, tak nás zajímá, kolik energie látka absorbuje, což můžeme popsat veličinami dávka (D) a kerma (K).

Veličiny

- Dávka nám udává střední energii nabitých částic absorbovaných v látce:

$$D = \frac{d\langle E \rangle}{dm} \quad [J \cdot kg^{-1}] = [Gy]$$

- Kerma nám popisuje součet kinetických energií nabitých částic, které vznikly nepřímo ionizujícím zářením (fotony, neutrony):

$$K = \frac{dE_{se}}{dm} \quad [Gy]$$

Kerma je zejména při vyšších energiích částic větší než absorbovaná dávka. Proč?

Veličiny

- Okamžitou radiační situaci vystihují kermová případně dávková rychlost/příkon:

$$v_D = \frac{dD}{dt} \quad v_K = \frac{dK}{dt} \quad [Gy \cdot s^{-1}]$$

- Připomeňme si i lineární přenos energie (L), který představuje energii, kterou při zpomalování nabitě částice látka absorbuje.

Veličiny

- Při interakci ionizujícího záření s živou hmotou závisí efekt nejen na dávce, ale také na druhu záření a na tkáni, kterou ionizující záření prochází.
- Existuje několik veličin vystihujících biologické účinky.
- Dávkový ekvivalent vyjadřuje biologický účinek záření na *člověka*, Zohledňuje veličinu L (lineární přenos energie).

Veličiny

- Dávkový ekvivalent (H)

$$H = Q \cdot D \quad [J \cdot kg^{-1}] = [Sv] - \textit{sievert},$$

kde D je dávka a Q je jakostní koeficient, který je určen funkcí L.

L [keV/μm]	Q
L < 10	1
10 ≤ L < 100	0,32L - 2,2
100 ≤ L	$\frac{300}{\sqrt{L}}$

Veličiny

- Častěji se využívá ekvivalentní dávka:

$$H_T = \sum_R w_R \cdot D_{RT}$$

- w_R je radiační váhový faktor a D_{RT} je střední hodnota absorbované dávky zářením typu R v orgánu T.
- Jednotka je také Sv.

Suma (sčítání) přes R. To znamená, že se sečtou dávky všech typů záření (R), které byly absorbovány v orgánu/tkání T.
(předpokládáme tedy současné působení více druhů záření!!!)

Veličiny

- Radiační váhový faktor a typ záření.

Záření		W_R
γ, RTG, β ⁺ , β ⁻		1
Protony a nabité piony		2
α, produkty štěpení, těžká jádra		20
Neutrony	< 1 MeV	$2,5 + 18,2e^{-\frac{\ln^2 E}{6}}$
	1-50 MeV	$5 + 17e^{-\frac{\ln^2 2E}{6}}$
	> 50 MeV	$2,5 + 3,25e^{-\frac{\ln^2 0,04E}{6}}$

Veličiny

- Efektivní dávka zohledňuje radiční citlivost tkání

$$E = \sum_T w_T H_T = \sum_T w_T \sum_R w_R D_{RT}$$

- w_T je tkáňový váhový faktor a H_T je ekvivalentní dávka.
- Jednotka je také Sv.

Sčítáme tentokrát před všechny druhy zasažených tkání.

Veličiny

- Tkáňový váhový faktor.

Tkáň	w_T [%]	suma w_T [%]
Kostní dřev, tlusté střevo, plíce, žaludek, mléčná žláza, ostatní	12	72
Gonády	8	8
Močový měchýř, jícen, játra, štítná žláza	4	16
Povrch kostí, mozek, slinné žlázy, kůže	1	4
Celkem		100

Pokud je ozářeno celé tělo (všechny tkáně), pak je váhový faktor $w_T = 100\%$

Konec



Děkuji za pozornost

**Konec
6. přednášky**

**Prezentace vznikla v rámci projektu
fondu rozvoje MU 1515/2014**