

Disperze a planární prvky

Obsah

- **Disperze**
Index lomu, disperze, duha
- **Základní optické prvky**
Planparalelní deska, rovinná zrcadla, hranoly

Index lomu

Fázová rychlost je dle Maxwellových rovnic: $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ (1.1)

Poměr rychlostí světla ve vakuu vůči rychlosti v daném prostředí:

$$n \equiv \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r\mu_r} \quad (1.2)$$

Absolutní index lomu (1.3)

kde ϵ_r a μ_r jsou **konstanty** - relativní permitivita a permeabilita prostředí. Materiály průhledné ve VIS oblasti jsou obvykle nemagnetická dielektrika:

$$n \approx \sqrt{\epsilon_r} \quad (1.4)$$

Plyny, 0°C, 1 atm	$\sqrt{\epsilon_r}$	n
Air	1.000294	1.000293
Helium	1.000034	1.000036
Hydrogen	1.000131	1.000132
Carbon dioxide	1.00049	1.00045

Pevné látky, 20°C, 1 atm	$\sqrt{\epsilon_r}$	n
Diamond	4.06	2.419
Amber	1.6	1.55
Fused silica	1.94	1.458
Sodium chloride	2.37	1.50



Maxwellův vztah platí jen pro jednoduché plyny.
Nepočítá s disperzí (důsledek mikroskopických jevů)

Disperze

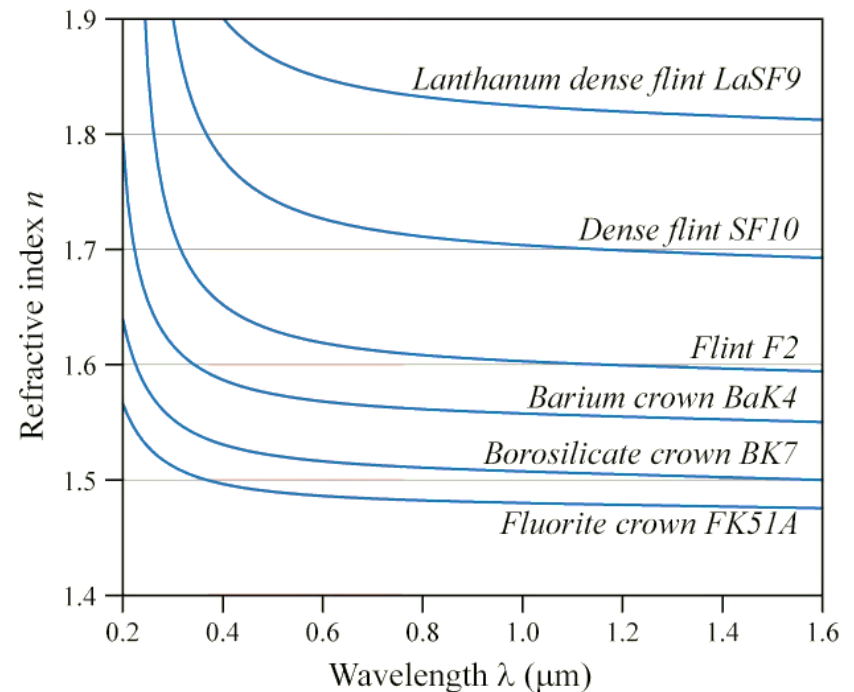
Závislost fázové rychlosti světla, tedy i indexu lomu, na frekvenci



$$(1.5) \quad n = f(\omega)$$

Index lomu se značí s indexem konkrétní vlnové délky

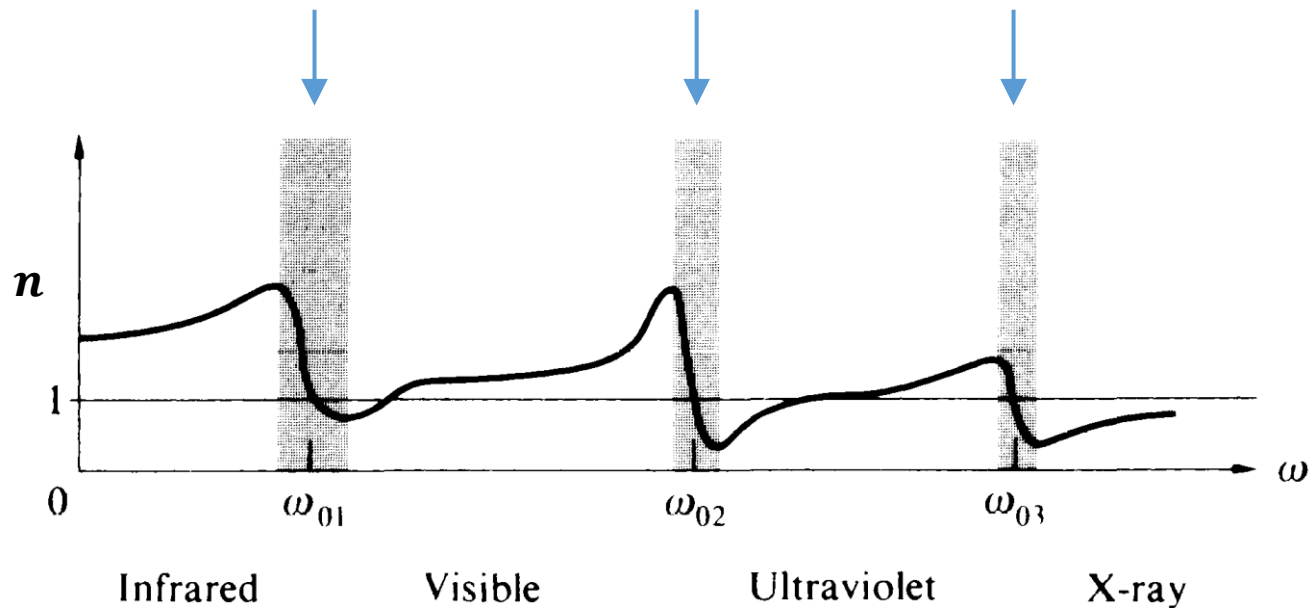
$$(1.6) \quad n_\lambda = \frac{c}{v_\lambda}$$



Pozn.: Zmíněné hodnoty vlnových délek jsou hodnoty platné ve vakuu.

Typy Disperze:

- Žádná – světlo ve vakuu
- Normální – Většina optických materiálů ve VIS
- **Anomální** – V blízkosti absorpčních pásů



Index lomu vzduchu

Nízká hodnota disperze

$$\begin{array}{l}
 n_{\lambda_1} = 1,0002957 \quad (435,9 \text{ nm}) \\
 n_{\lambda_2} = 1,0002914 \quad (656,3 \text{ nm})
 \end{array}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{array}{l}
 \text{Disperze zanedbána} \\
 \mathbf{n = 1}
 \end{array}
 \quad (1.7)$$

Index lomu optických materiálů

Zpravidla uváděn pro čáru **D** (589,3 nm)

▪ **Střední disperze:** $\delta_r = n_F - n_C$ (1.8)

▪ **Abbeovo číslo:** $v = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$ (1.9)

kde F: 486,1 nm, D: 589,3 nm, C: 656,3 nm

Skupiny skel

Druh skla	n	ν
Korunové obyčejné	1,45-1,56	70-58
Flintové obyčejné	1,62-1,80	37-21
Korunové těžké	1,60-1,68	60-50
Flintové těžké	1,54-1,56	46-43

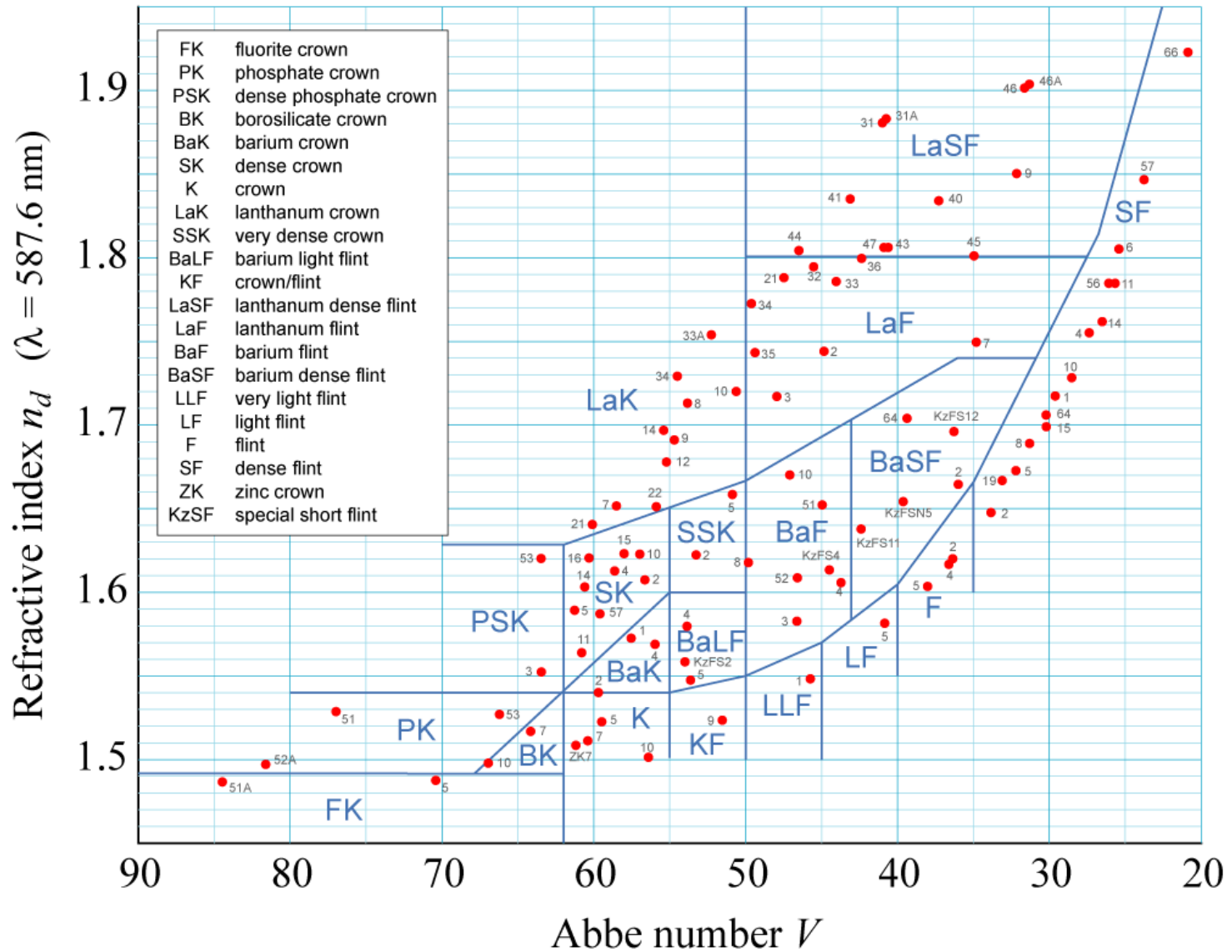
Určuje optickou mohutnost



Určuje míru disperze



Abbeho diagram



Indexy lomu materiálů

Pevné látky	n	Kapaliny	n	Plyny	n
Led	1,31	Voda	1,33	Vzduch	1
Kamenná sůl	1,54	Etylalkohol	1,36	CO ₂	1,36
Plexisklo	1,5	Benzol	1,5		
Diamant	2,4	Sirouhlík	1,62		

Disperzní vztahy

Cornuův vzorec:
$$n_\lambda = n_0 + \frac{a}{\lambda - \lambda_0} \quad (1.10)$$

kde konstanty n_0 , a a λ_0 lze získat řešením soustavy rovnic na základě znalosti indexu lomu pro 3 jiné vlnové délky.

Cauchyho vzorec:
$$n_\lambda = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots \quad (1.11)$$

kde A , B , C jsou tabelované konstanty, první dva členy obvykle dostačují.

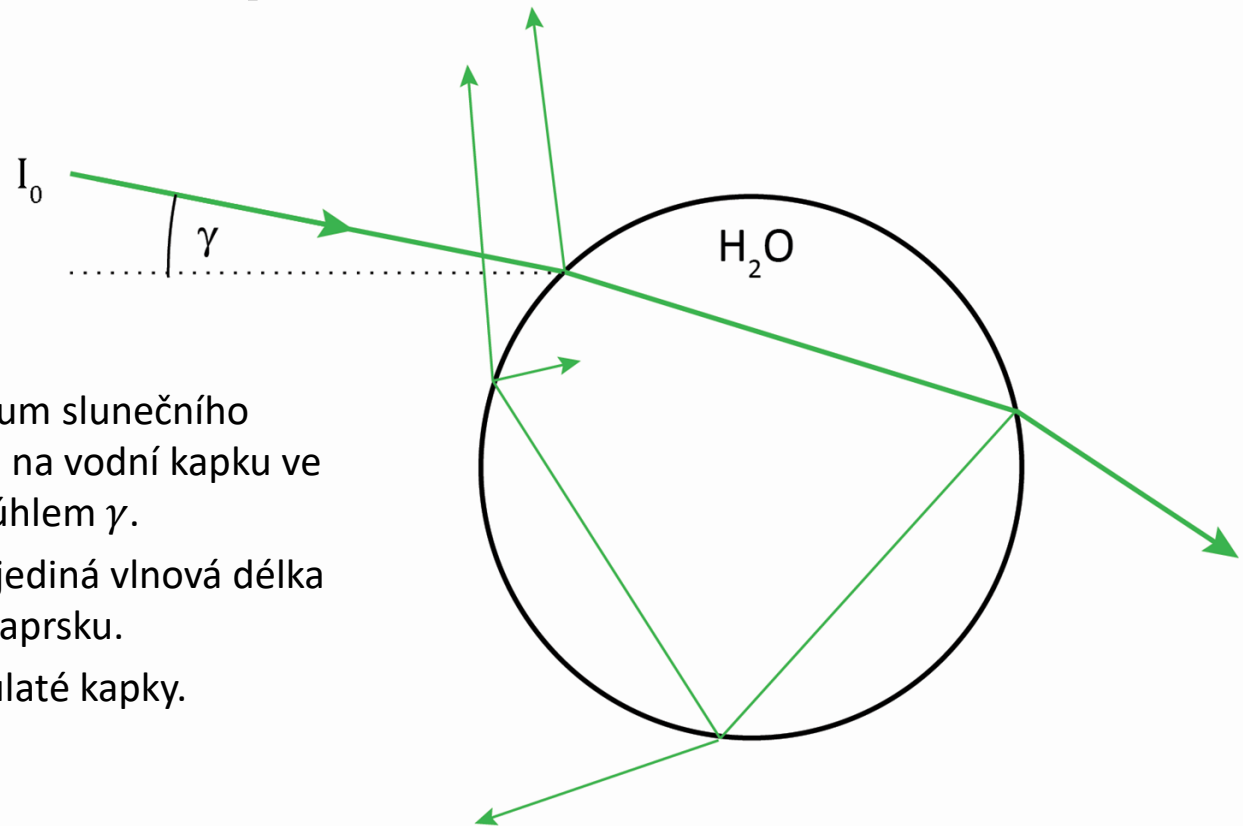
Selmeirův vztah
$$n_\lambda = \sqrt{1 + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3}} \quad (1.12)$$

kde A_x , C_x jsou tabelované konstanty. Využíváno firmou *Schott*.

Duha – disperze na vodní kapce

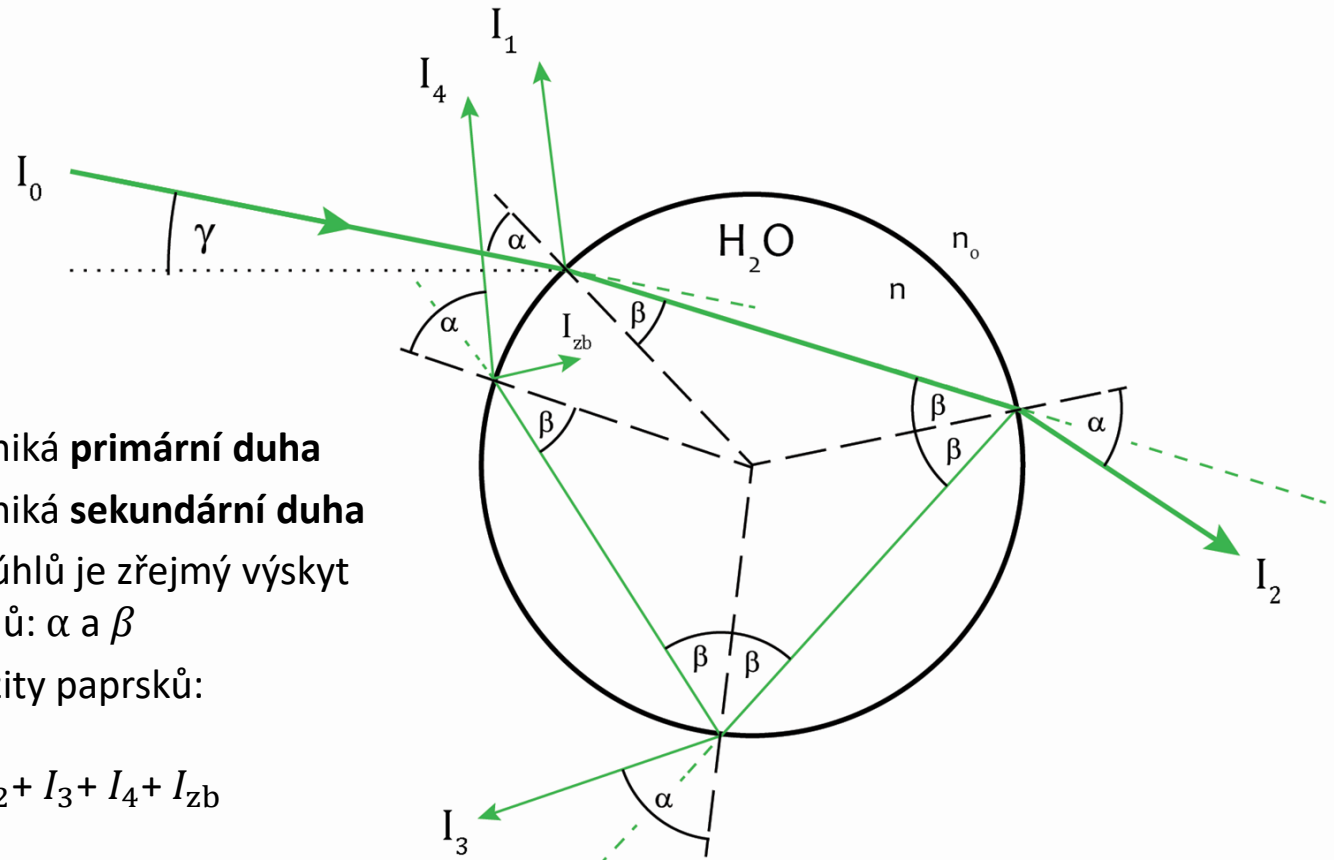


Chod paprsků kapkou



- Spojité spektrum slunečního záření dopadá na vodní kapku ve vzduchu pod úhlem γ .
- Zakreslena je jediná vlnová délka konkrétního paprsku.
- Předpoklad kulaté kapky.

Chod paprsků kapkou

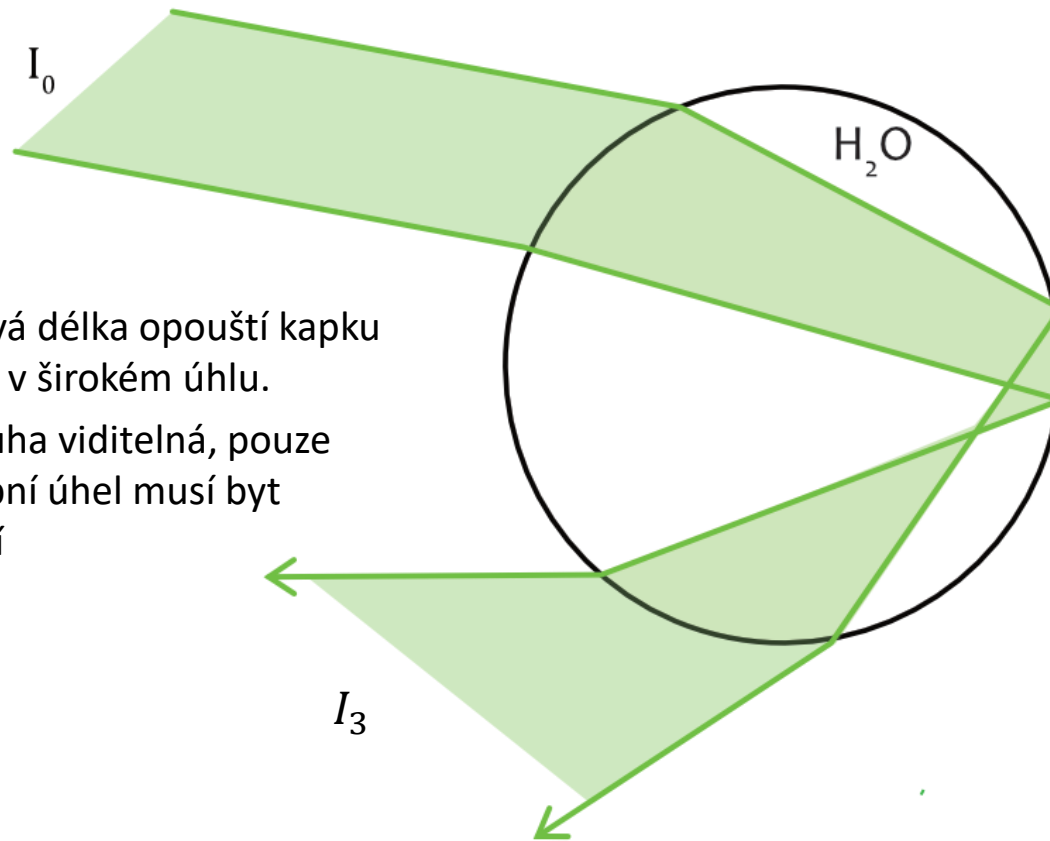


- Ve směru I_3 vzniká **primární duha**
- Ve směru I_4 vzniká **sekundární duha**
- Po rozkreslení úhlů je zřejmý výskyt pouze dvou úhlů: α a β
- Relativní intenzity paprsků:

$$(2.8) \quad I_0 = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_{zb}$$

Který směr je dominantní?

- Každá vlnová délka opouští kapku ve směru I_3 v širokém úhlu.
- Aby byla duha viditelná, pouze úzký výstupní úhel musí být dominantní



Relativní intenzity paprsků

- Pro všechna rozhraní je hodnota odrazivosti R pro daný paprsek shodná:

$$(2.9) \quad I_1 = RI_0$$

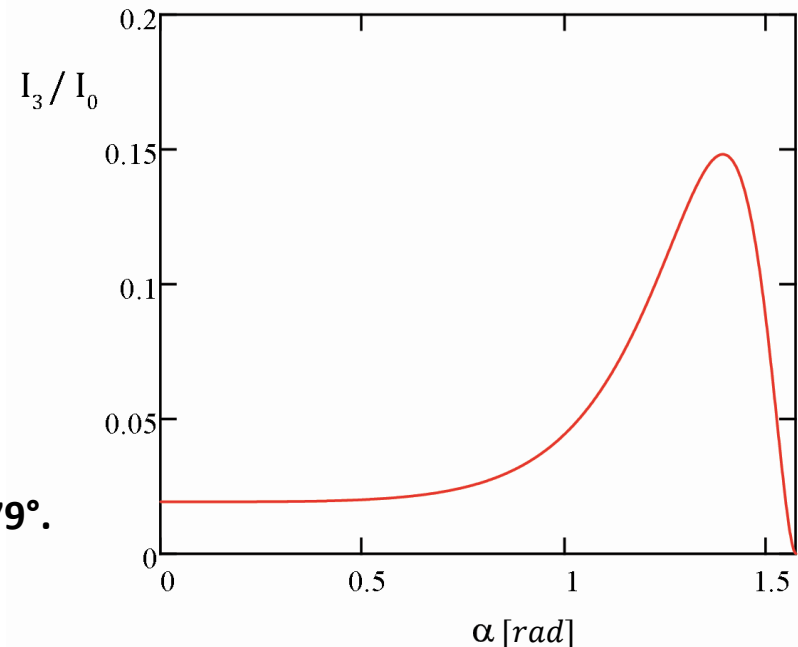
$$I_2 = (1 - R)^2 I_0$$

$$I_3 = (1 - R)^2 R I_0$$

$$I_4 = (1 - R)^2 R^2 I_0$$

- Nejvíce intenzity pokračuje původním směrem (I_2), více než 85%.
- Závislost intenzity I_3 na vstupním úhlu má maximum pro dopadový úhel $\alpha = 79^\circ$.

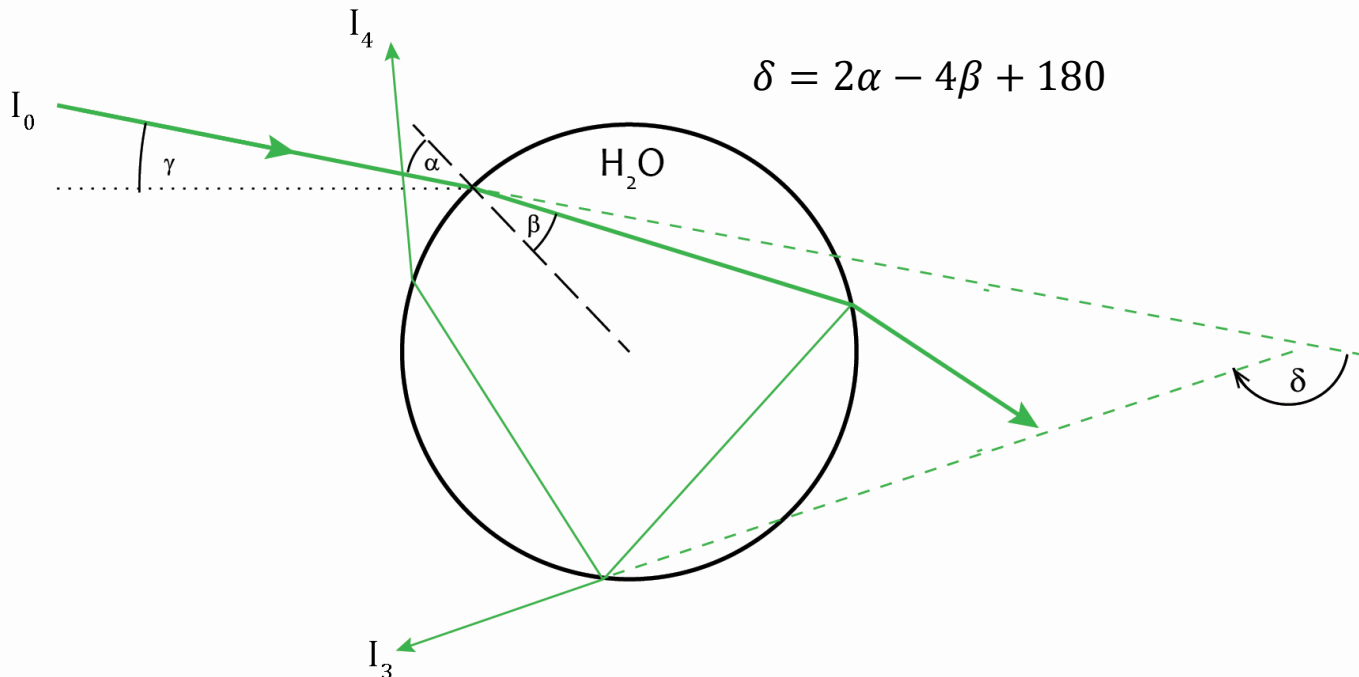
➔ Toto maximum však duhu nevytváří.



Deviační úhel



δ je úhel deviace paprsku 3 (primární duhy),
z geometrie vyplývá:



$$\delta = 2\alpha - 4\beta + 180$$

(2.10)

- Dopadající paprsky se vzájemně liší různým dopadovým úhlem α
- Je vhodné vyšetřit závislost $\delta = f(\alpha)$

Průběh deviačního úhlu

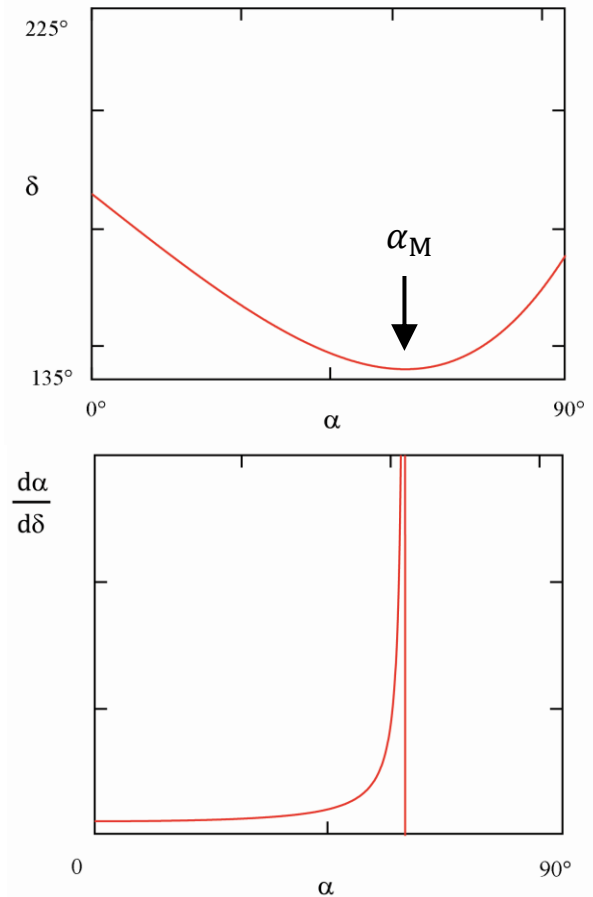
- Závislost $\delta(\alpha)$ není lineární a má extrém pro $\alpha_M = 59,6^\circ \rightarrow$ úhel minimální deviace (δ_M).



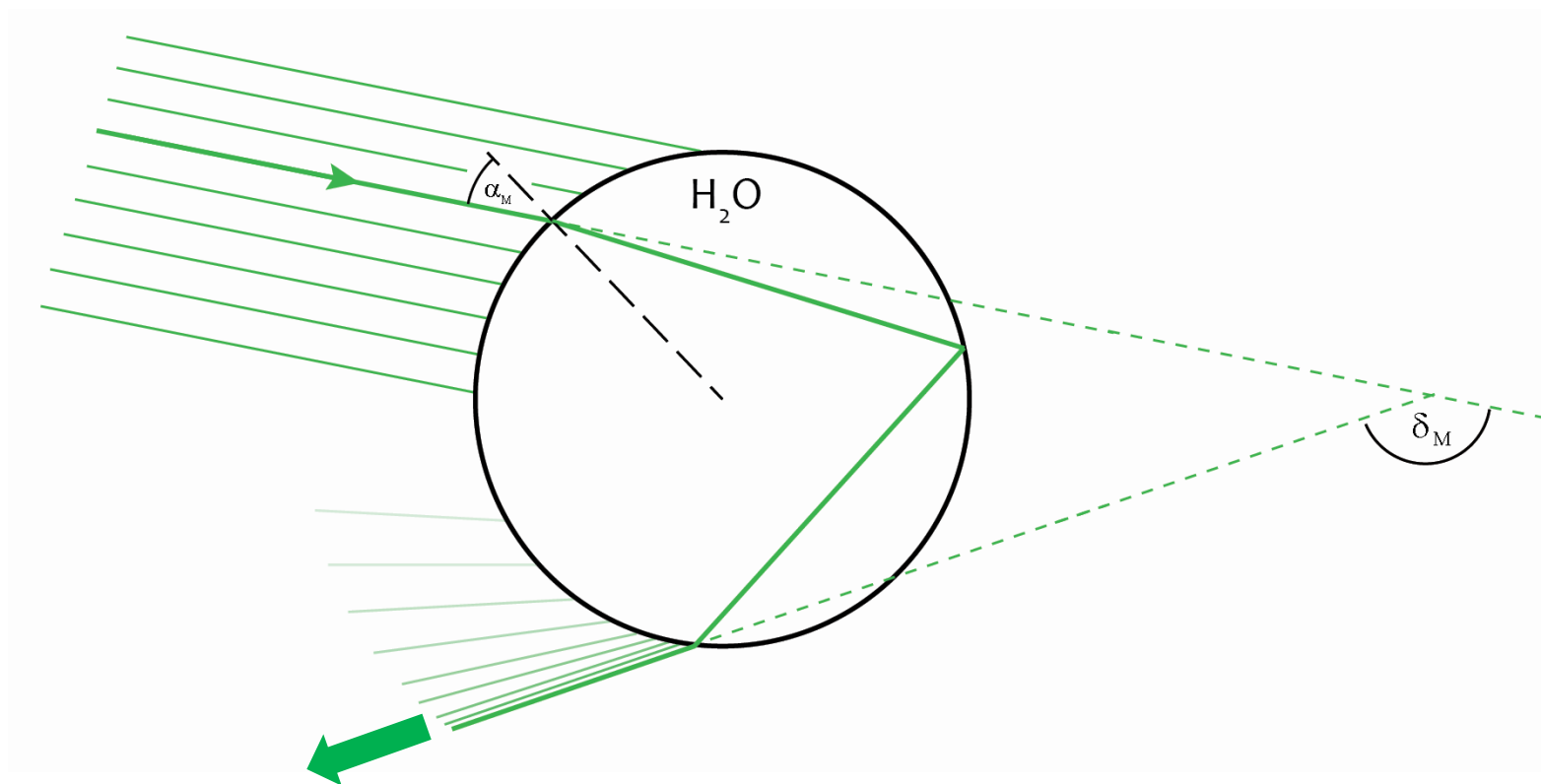
- Velkému rozsahu vstupních úhlů α přísluší jen malý rozsah výstupních úhlů δ a je zde tedy vysoká úhlová hustota paprsků.

Úhel minimální deviace určuje dominantní směr lomu dané vlnové délky.

(2.10)



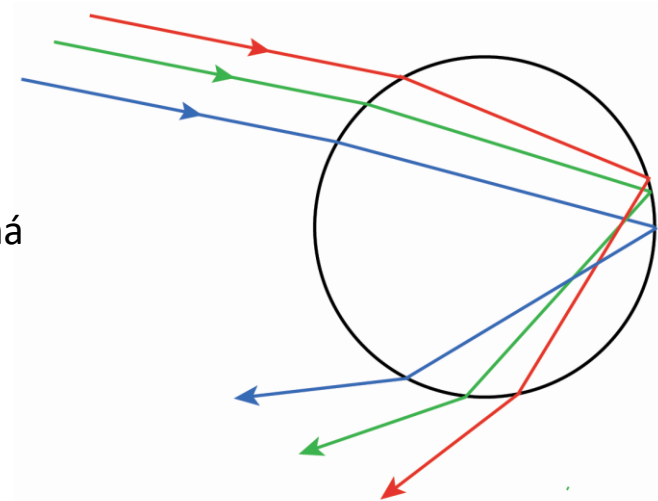
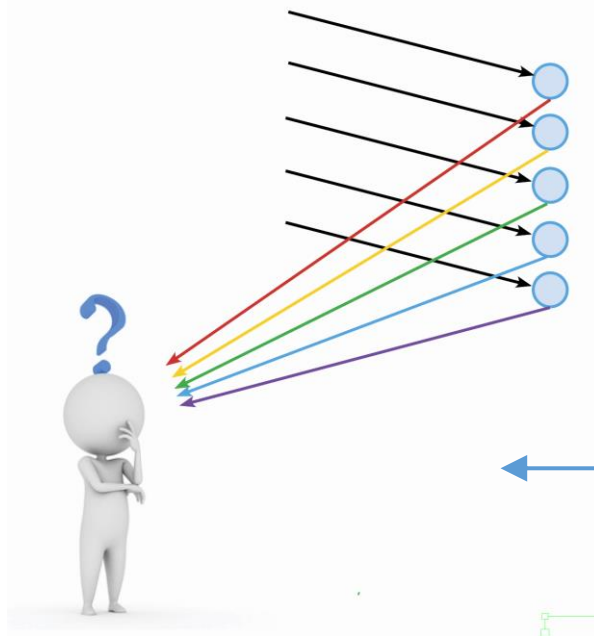
Směr duhy



„Nejhustší“ směr, určuje pro dané λ dominantní směr lomu.

Vznik duhy

Všechny vlnové délky jsou přítomny v celém rozsahu výstupního úhlu, avšak každá z nich má svůj dominantní výstupní úhel ($\delta_{MX} = f(n)$)



Různé směry způsobí zdánlivé výškové rozdělení jednotlivých barev

Částečný odraz

Index odrazivosti a propustnosti:

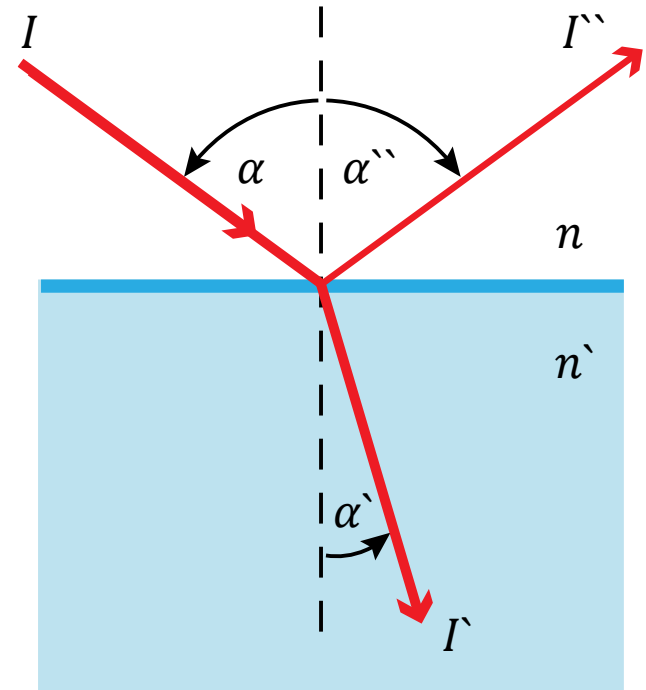
$$(2.3) \quad R = \frac{I''}{I} \quad T = \frac{I'}{I} \quad 1 = T + R$$

Dle Fresnelových vzorců platí:

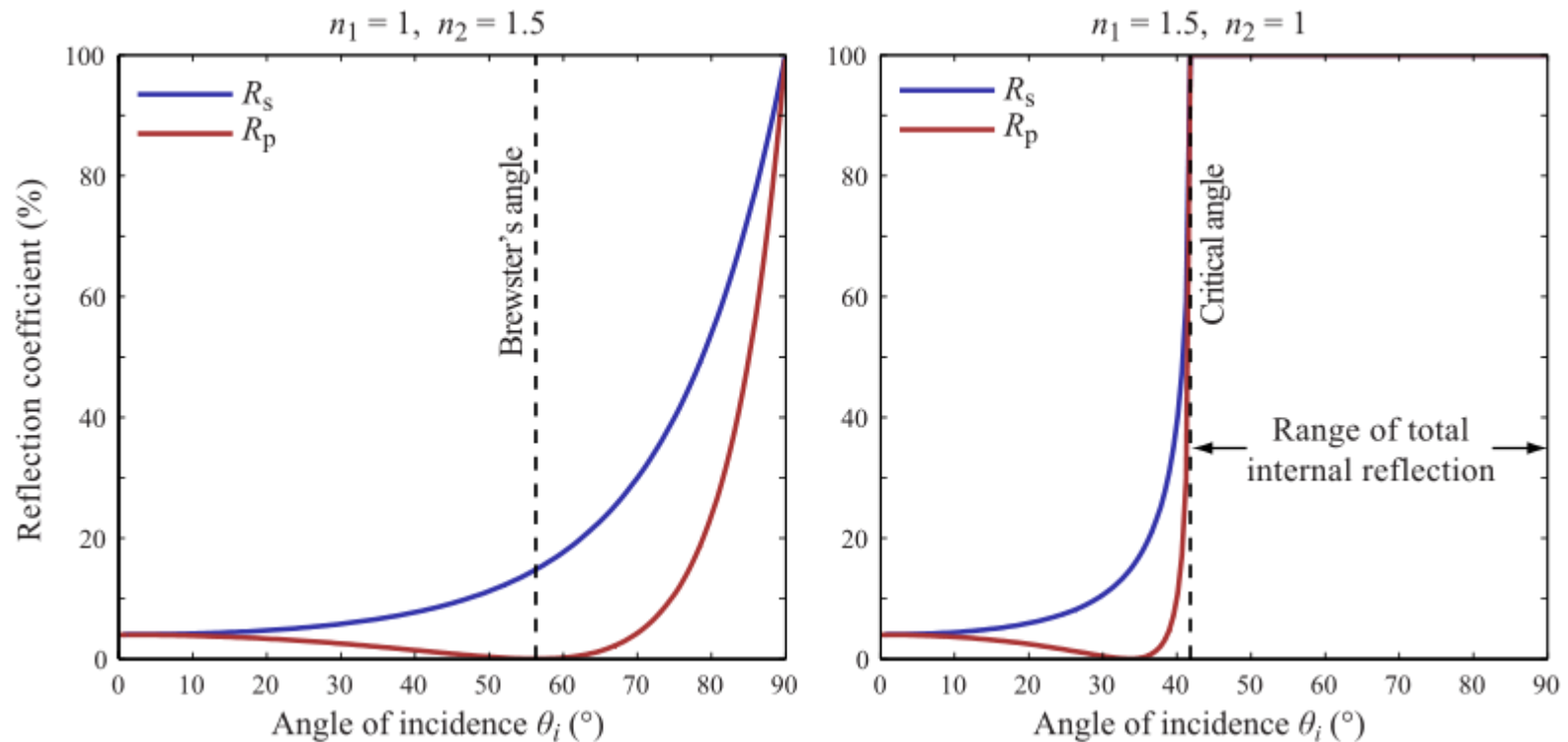
$$(2.4) \quad R = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\alpha - \alpha')}{\sin^2(\alpha + \alpha')} + \frac{\text{tg}^2(\alpha - \alpha')}{\text{tg}^2(\alpha + \alpha')} \right]$$

Pro malé úhly dopadu:

$$(2.5) \quad R = \left(\frac{n' - n}{n' + n} \right)^2$$



Částečný odraz



Celková propustnost T_c soustavy 12 čoček, je-li $R = 0,04$:

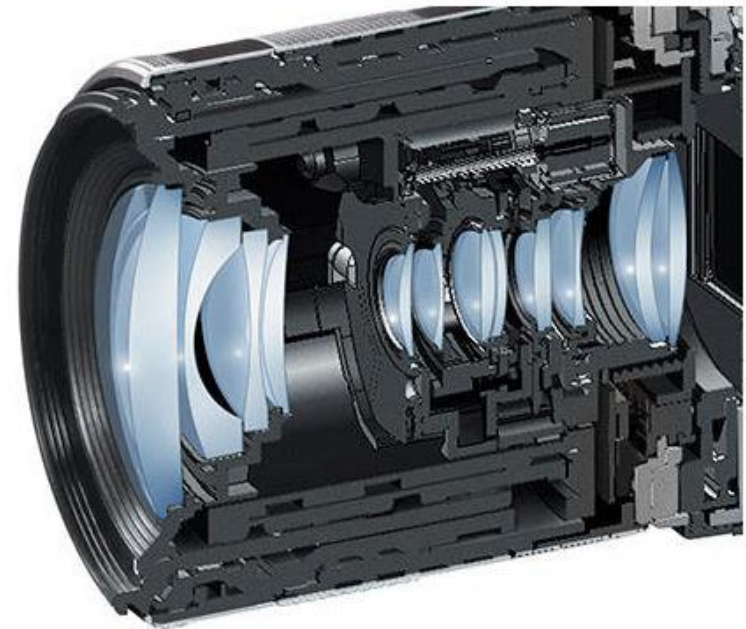
$$(2.6) \quad T_c = T^{24} = 0,96^{24} = 0,38 = \mathbf{38\%}$$

Důsledky:

- Snížení světlosti obrazu
- Snížení kontrastu násobným odrazem
- Poškození optiky u laserových aplikací

Zvýšení T_c pomocí AR vrstev na 0,995 má za důsledek:

$$(2.7) \quad T_c = T^{24} = 0,995^{24} = \mathbf{88\%}$$



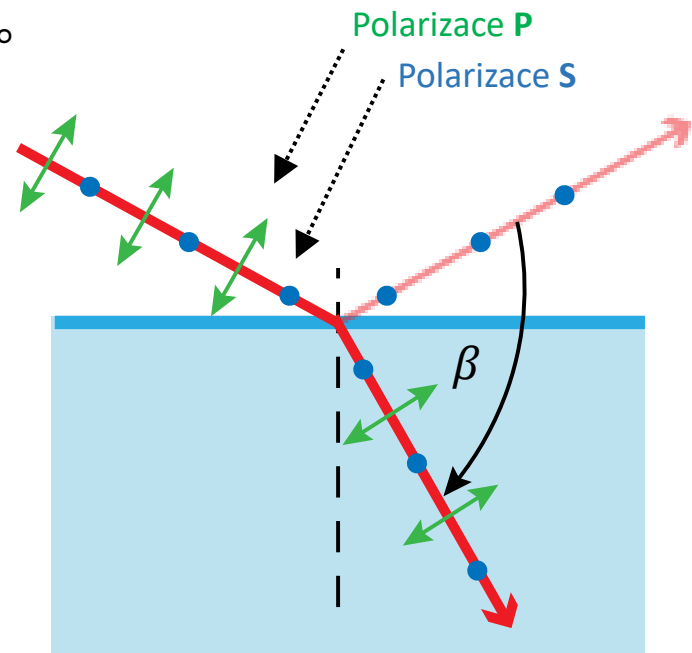
Brewsterův úhel

- Odráží se pouze polarizace typu S – **Polarizace odrazem**
- Úhel mezi odraženým a lomeným: $\beta = 90^\circ$

(2.9) $\tan \alpha = \frac{n'}{n}$

Aplikace:

- Polarizace odrazem
- Lasery (skloněná okénka rezonátoru)



Totální odraz

Při $n' < n$ a při určitém mezním úhlu dopadu α_m je úhel lomu 90°

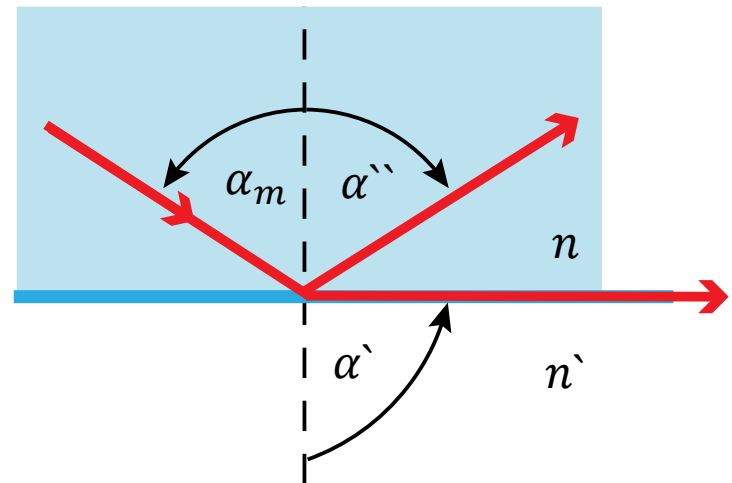
↓

$$n \sin \alpha_m = n' \sin 90^\circ$$

(2.10) $\sin \alpha_m = \frac{n'}{n}$

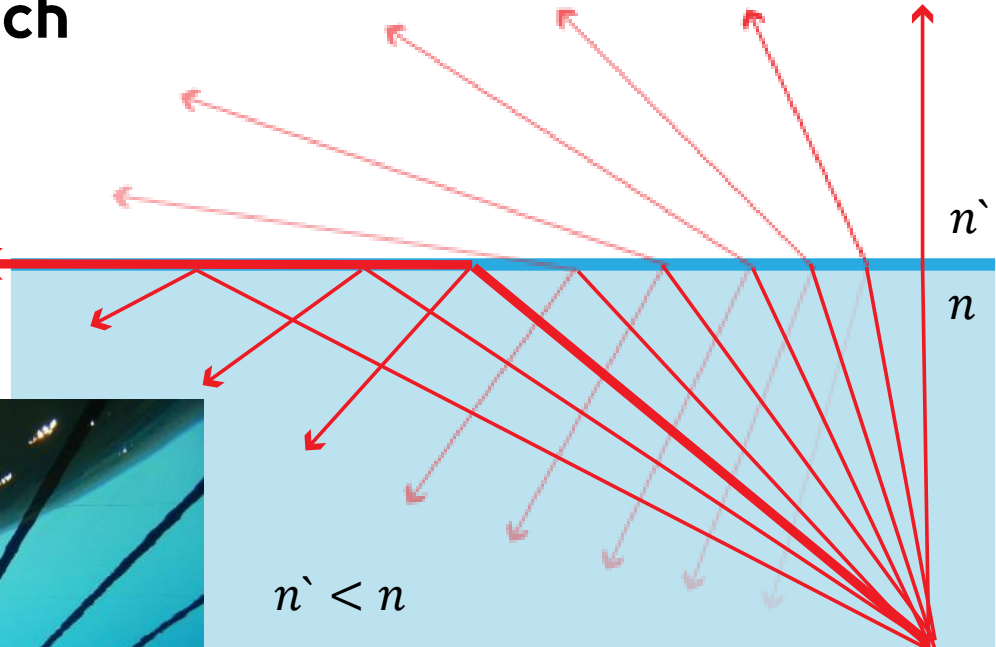
Aplikace:

- Odrazné hranoly
- Optická vlákna



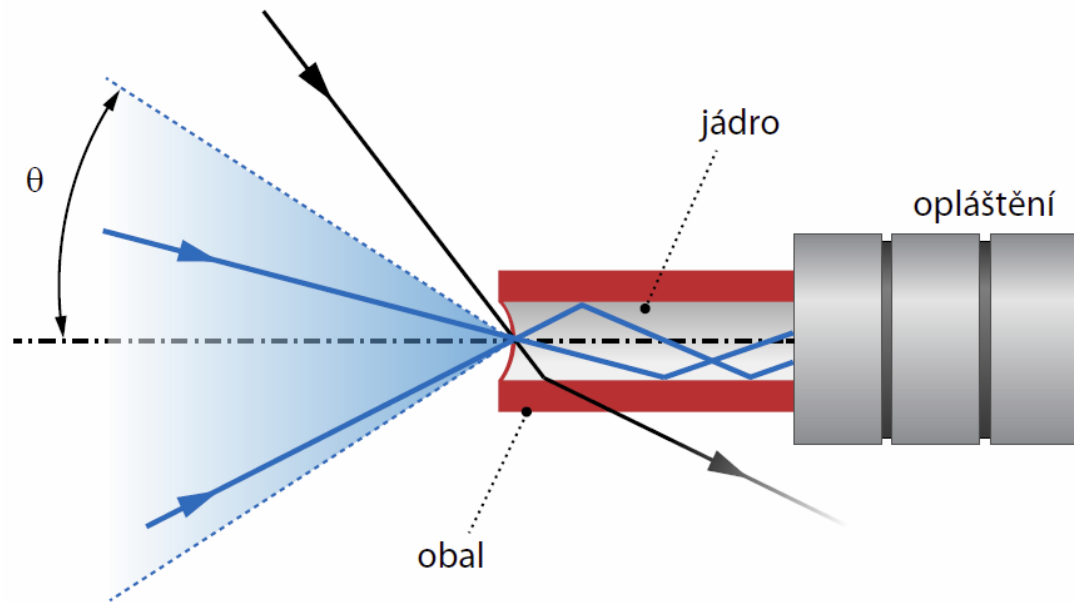
Rozhraní voda-vzduch

Paprsek s kritickým dopadovým úhlem



Světlo bodového zdroje z optický hustšího prostředí uniká jen úzkým průzorem.

Totální odraz v optickém vlákně

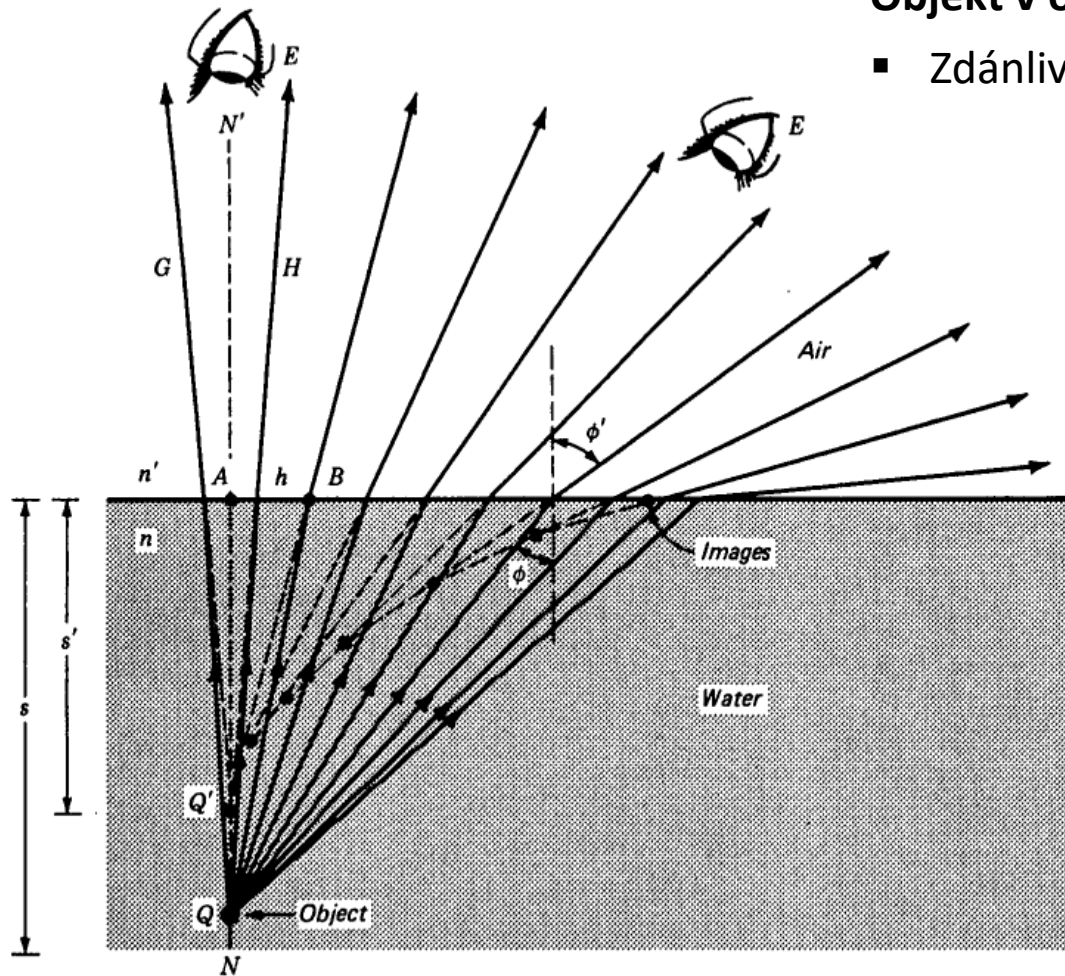


Numerická apertura: $NA = n_0 \sin \theta$

(2.11)

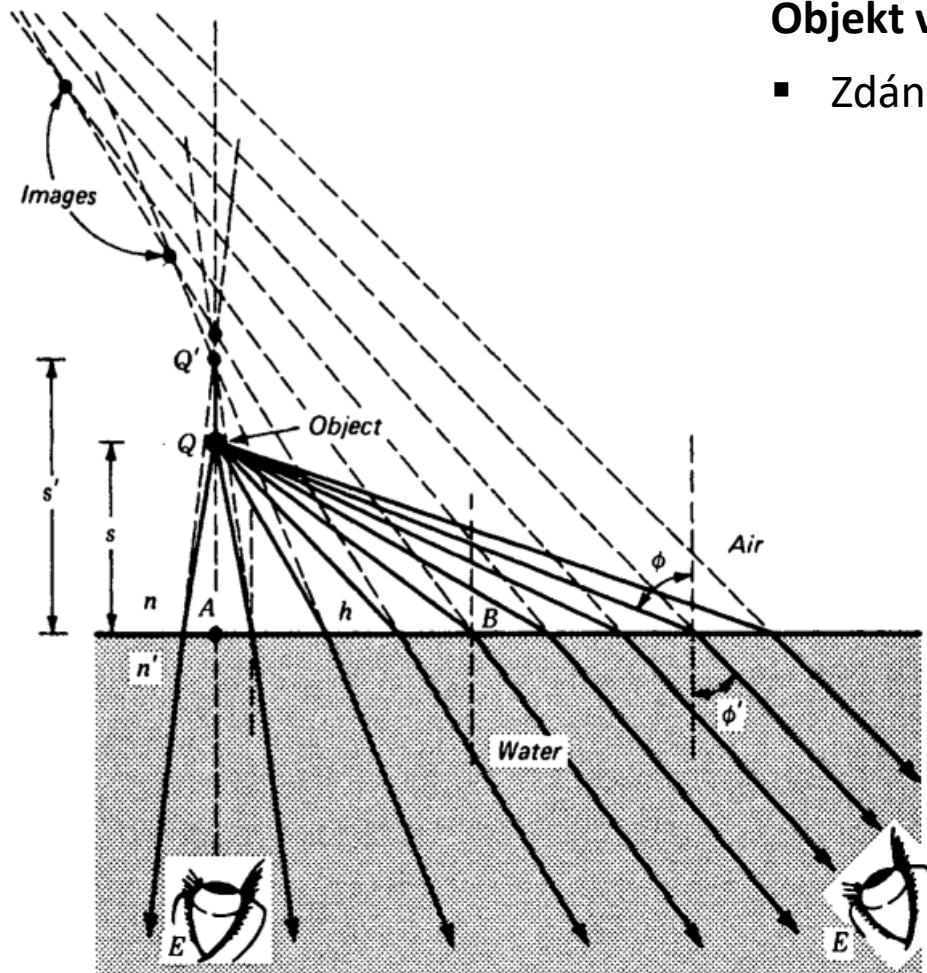
Objekt v opticky hustším prostředí

- Zdánlivě blíže rozhraní



Objekt v opticky řidším prostředí

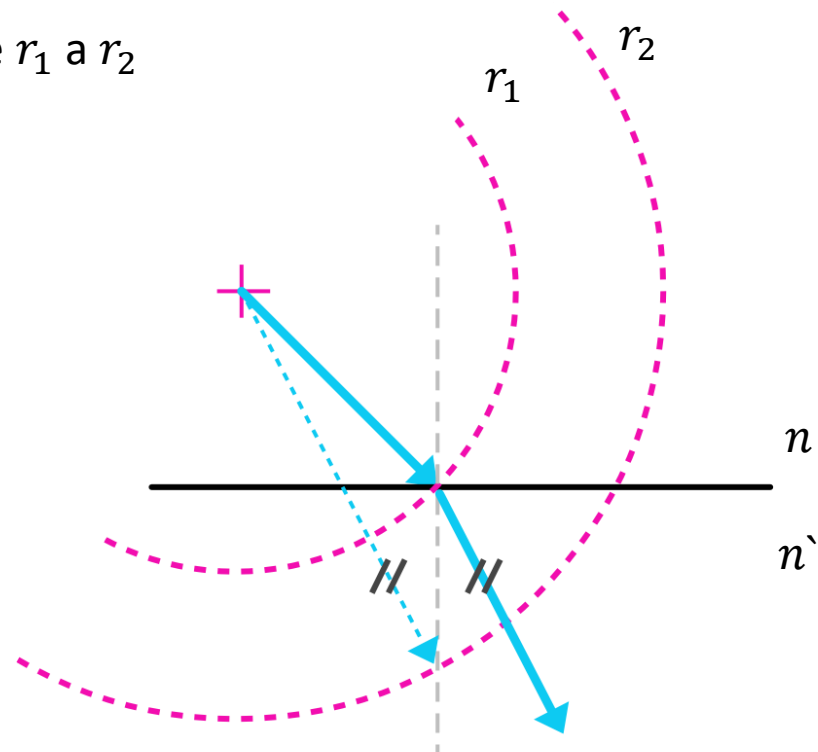
- Zdánlivě dále od rozhraní



Grafické řešení lomu

- Pomocné kružnice r_1 a r_2
- Pro případ $n < n'$

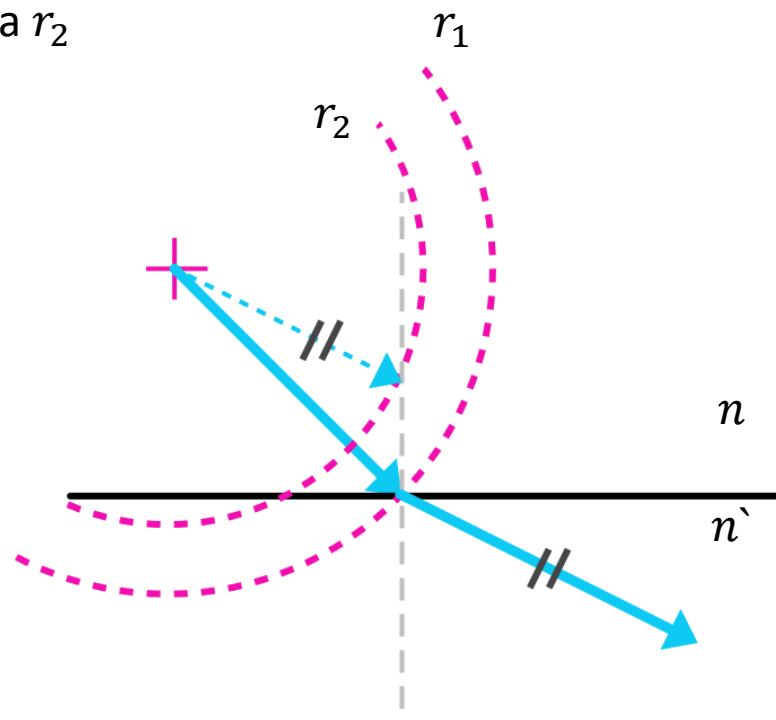
$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n'}{n}$$



Grafické řešení lomu

- Pomocné kružnice r_1 a r_2
- Pro případ $n > n'$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n'}{n}$$



Rovinná zrcadla

Odchylka odraženého paprsku:

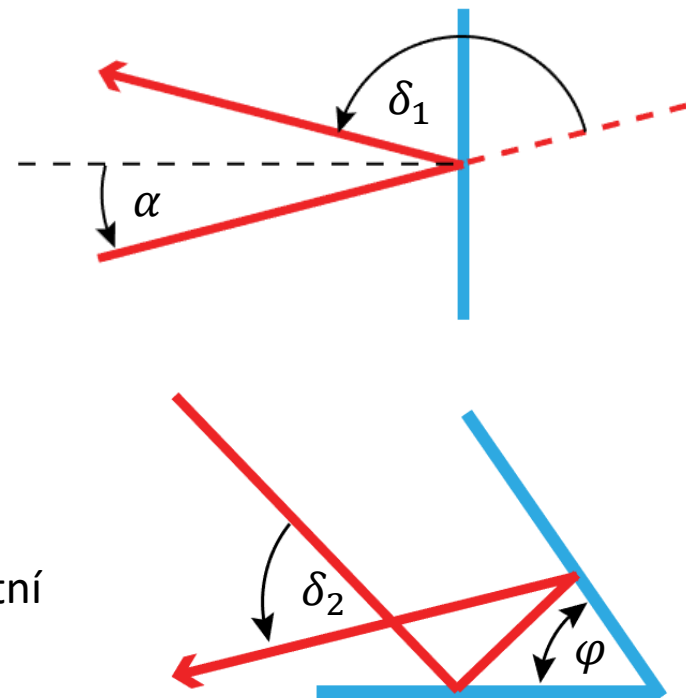
$$(3.1) \quad \delta_1 = 180^\circ - 2\alpha$$

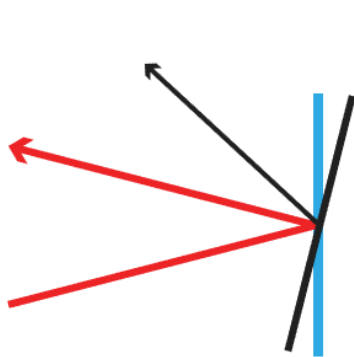
V případě soustavy 2 zrcadel:

$$(3.2) \quad \delta_2 = 2\varphi$$

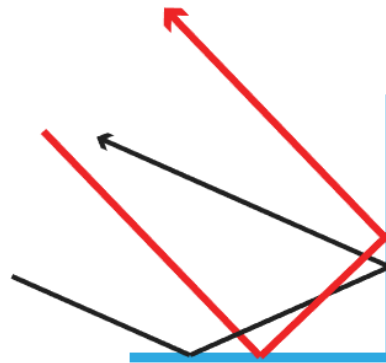


Sudý počet odrazných ploch má invariantní deviační úhel (ve 2D)

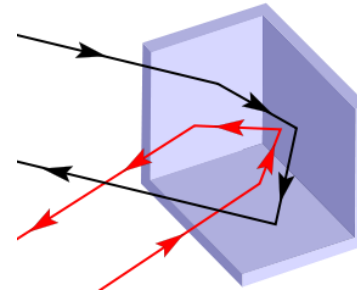




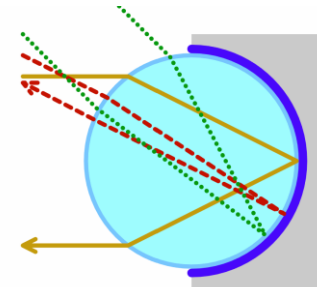
Rotace zrcadla



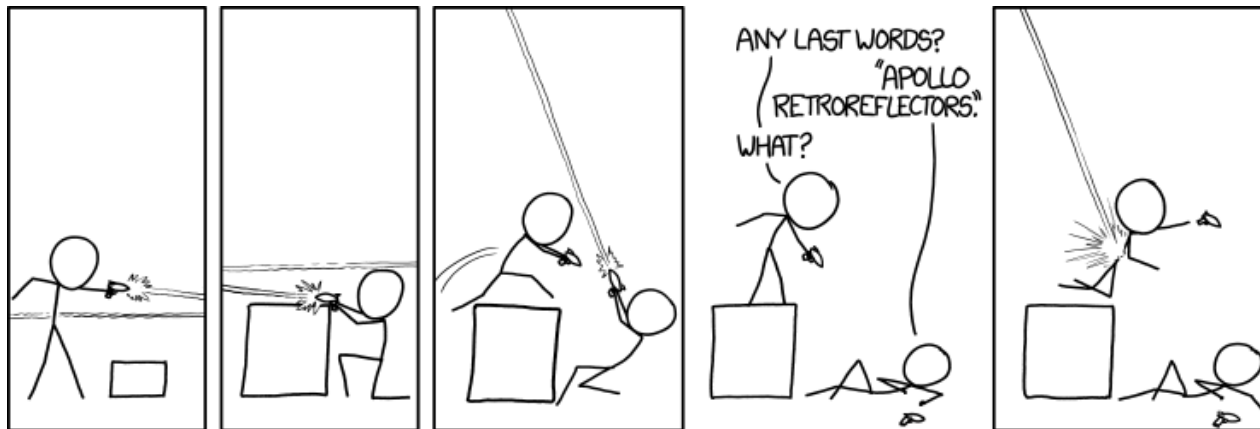
Rotace soustavy



Libovolná rotace
Koutový odražeč



Libovolná rotace
Kulový koutový odražeč



Planparalelní deska

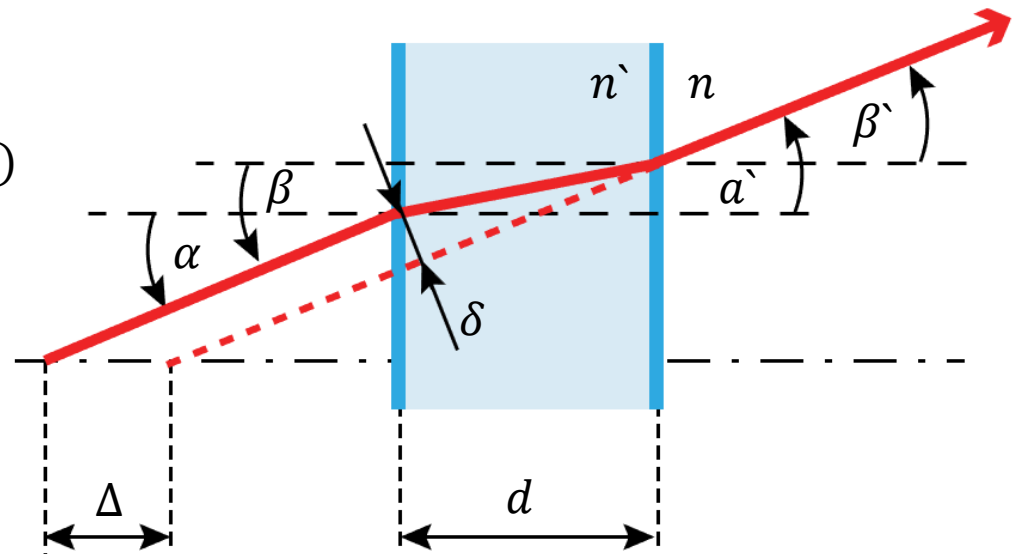
- Dvě rovnoběžné rovinné plochy s tloušťkou d
- Vytváří virtuální obraz, zvětšení 1
- Paprsek posouvá, neodklání: $\alpha = \beta'$

Příčné posunutí:

$$(3.3) \quad \delta = \frac{d}{\cos \alpha'} \sin(\alpha - \alpha')$$

Podélné posunutí:

$$(3.4) \quad \Delta = \frac{\delta}{\sin \alpha}$$



- Pro případ malých dopadových úhlů a desky ve vzduchu se vztah redukuje na

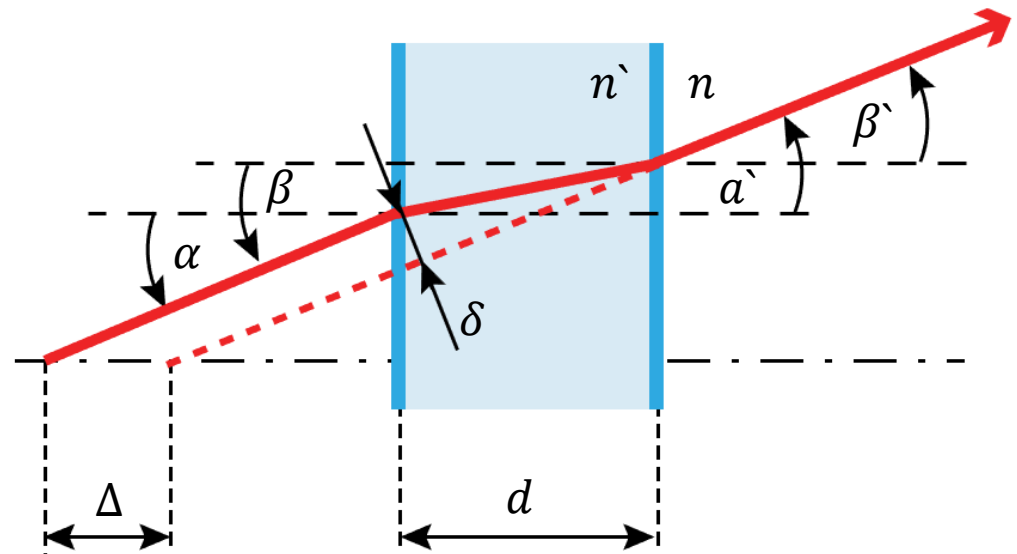
$$\Delta = d \frac{n - 1}{n} \sim \frac{d}{3} \text{ (sklo s } n = 1,5\text{)} \quad (3.5)$$

- Vnáší do systému sférickou a chromatickou vadu
- Efektivní tloušťka desky:**

$$(3.6) \quad d_e = d - \Delta = \frac{\alpha d}{n'}$$

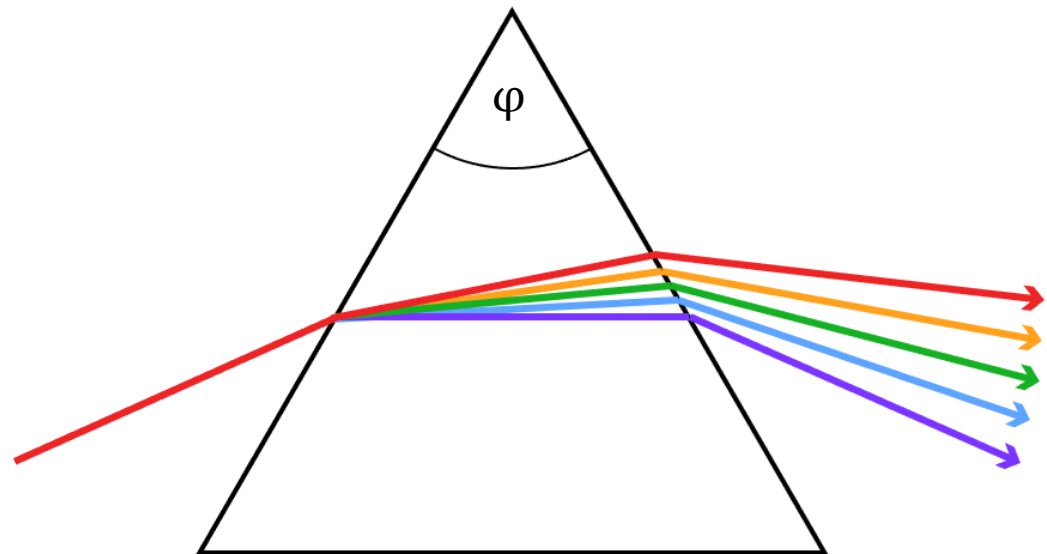
Využití

- Posun paprsků
- Krycí skla / průhledy



Disperzní hranol

- Dvě sbíhavé rovinné plochy s lámavým úhlem φ
- Využíván pro rozklad světla



Disperzní hranol

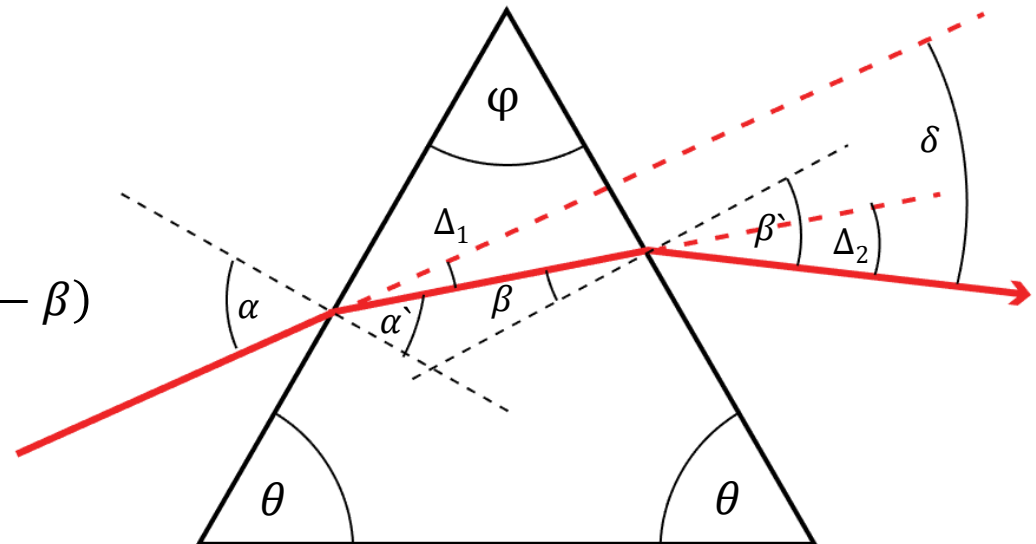
- Dvě sbíhavé rovinné plochy s lámavým úhlem φ
- Využíván pro rozklad světla
- Odklon paprsku od původního směru šíření: δ

↓

(3.7) $\delta = \Delta_1 + \Delta_2$

$$\delta = (\alpha - \alpha') + (\beta' - \beta)$$

$$\delta = \alpha + \beta' - \varphi$$



Využitím Snellova zákona v (3.7) získáme průběh závislosti odchytky na vstupním úhlu:

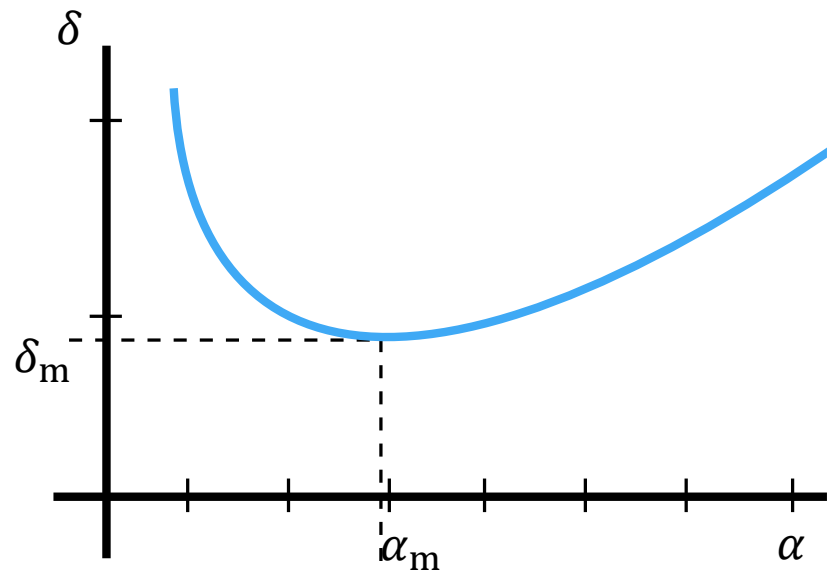
$$\delta = f(\alpha) \quad (3.8)$$

Funkce má extrém, minimum δ_m - **Úhel minimální deviace**, jenž nastává pro

$$(3.9) \quad \alpha = \beta' \quad \alpha' = \beta$$



Symetrický průchod paprsku
hranolem



Využitím Snellova zákona v (3.7) získáme průběh závislosti odchytky na vstupním úhlu:

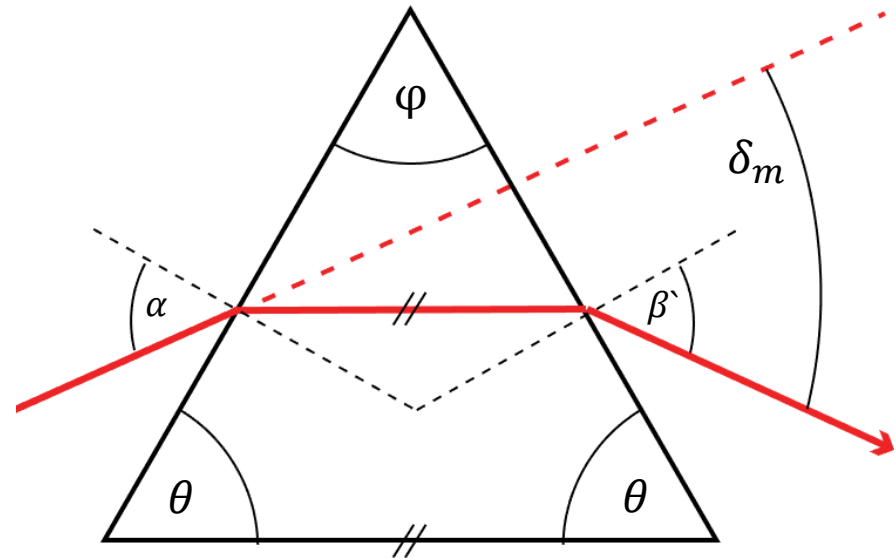
$$\delta = f(\alpha) \quad (3.8)$$

Funkce má extrém, minimum δ_m - **Úhel minimální deviace**, jenž nastává pro

$$(3.9) \quad \alpha = \beta' \quad \alpha' = \beta$$



Symetrický průchod paprsku
hranolem



Dosazením do (3.7) získáváme

$$\delta_m = 2\alpha - \varphi \quad (3.10)$$

Úhel dopadu a lomu vyjádříme z rovnice (3.9), respektive ze symetrie chodu paprsku jako

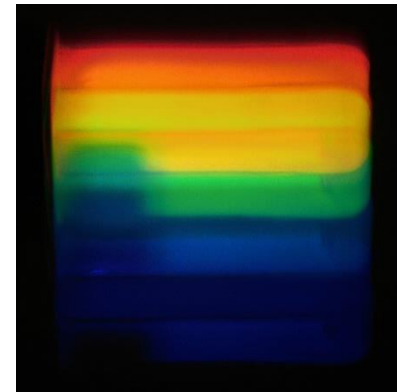
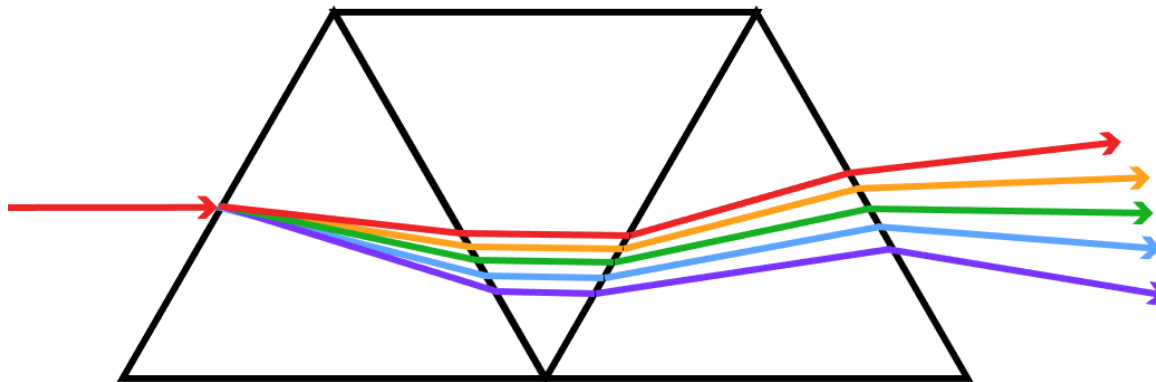
$$\alpha = \frac{1}{2}(\delta_m + \varphi) \quad \alpha' = \frac{1}{2}\varphi \quad (3.11)$$

Zpětným dosazením do rovnic lomu lze minimální deviaci δ_m využít k výpočtu indexu lomu hranolu:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha'} = \frac{\sin \left[\frac{1}{2}(\delta_m + \varphi) \right]}{\sin \left(\frac{1}{2}\varphi \right)} \quad (3.12)$$

Přímohledový hranol

- Kombinace tří hranolů
- Odchylka centrální vlnové délky: 0°
- Pro jednoduché spektrometry



Světlo fluorescenční lampy

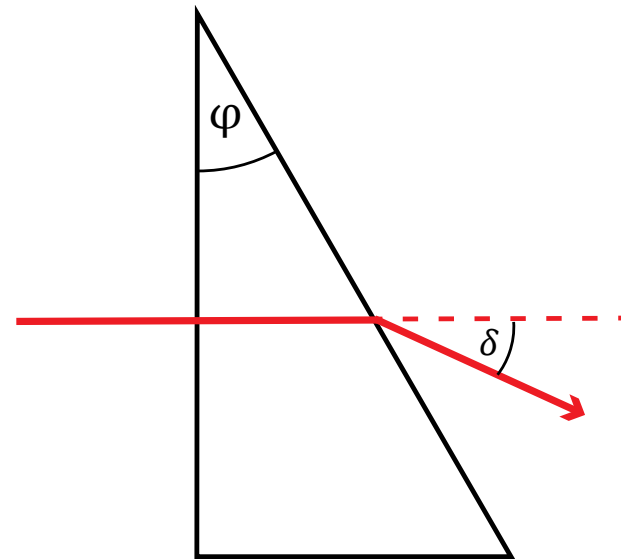
Optický klín

- Hranol s malým lámavým úhlem φ
- Za předpokladu malých dopadových úhlů α , lze pomocí Snellova zákona a rovnice (3.7) vyjádřit odklon δ jako

$$(3.13) \quad \delta = (n - 1)\varphi$$

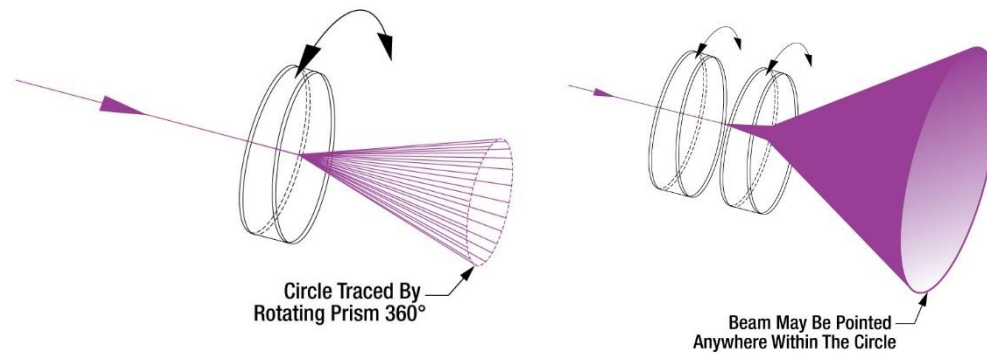
Využití

- Dvojce klínů pro proměnné vychylování paprsků



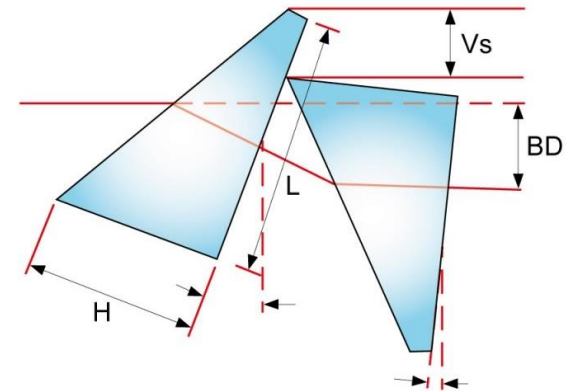
Risleyův skener

- Rotace dvou klínů – vysoká rychlost, přesnost a rozsah skenování v relativně kompaktním provedení



Anamorfní hranolový pár

- Rozšiřuje svazek v jedné ose
- Změna eliptického svazku na kruhový

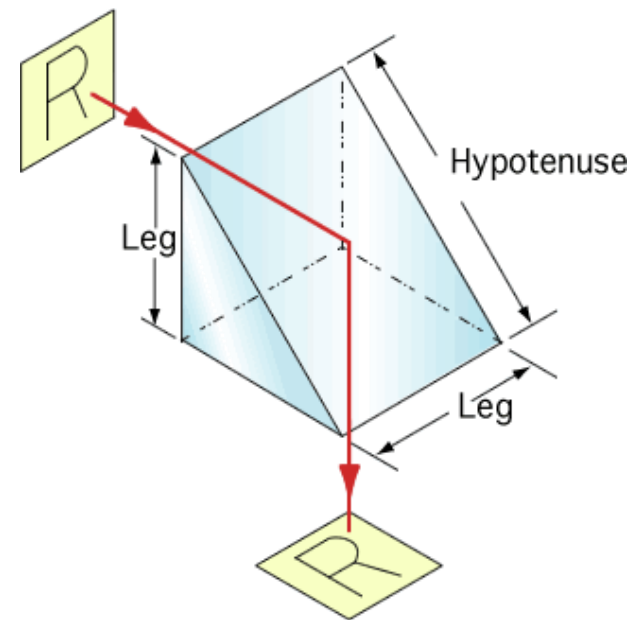


Odrazné hranoly

- Využití totální odrazu
- Metalických či dielektrických vrstev
- Posun, rotace / převrácení obrazu

Pravoúhlý hranol

- Odchylka 90° (zalomení optické osy)
- Převrací obraz



Doveův pravoúhlý hranol

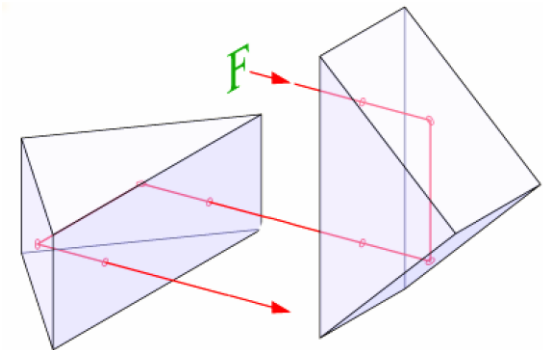
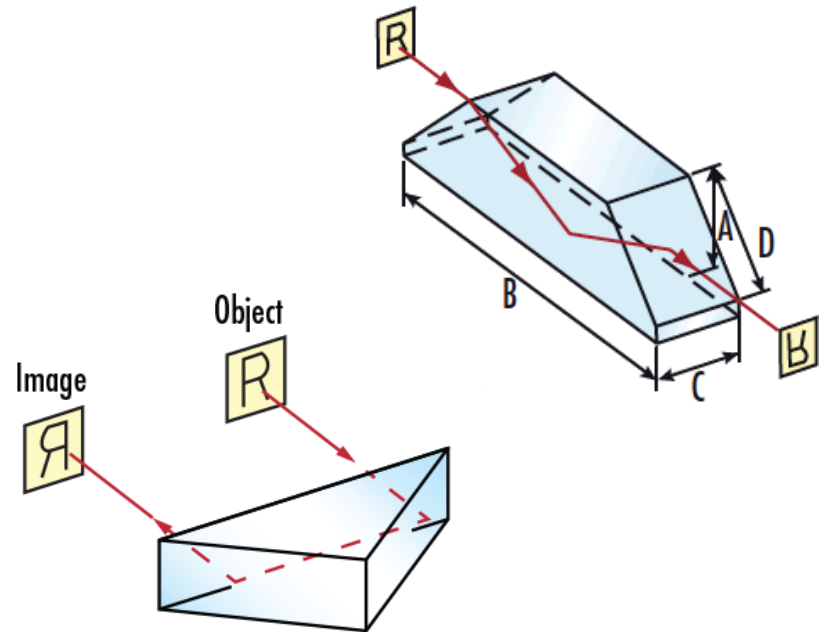
- Odchylka 0°
- Převrací obraz

Porrův pravoúhlý hranol

- Odchylka 180°
- Nepřevrací obraz

Porrův systém

- ...



Doveův pravoúhlý hranol

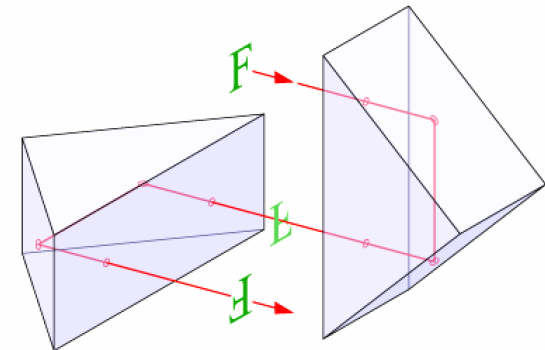
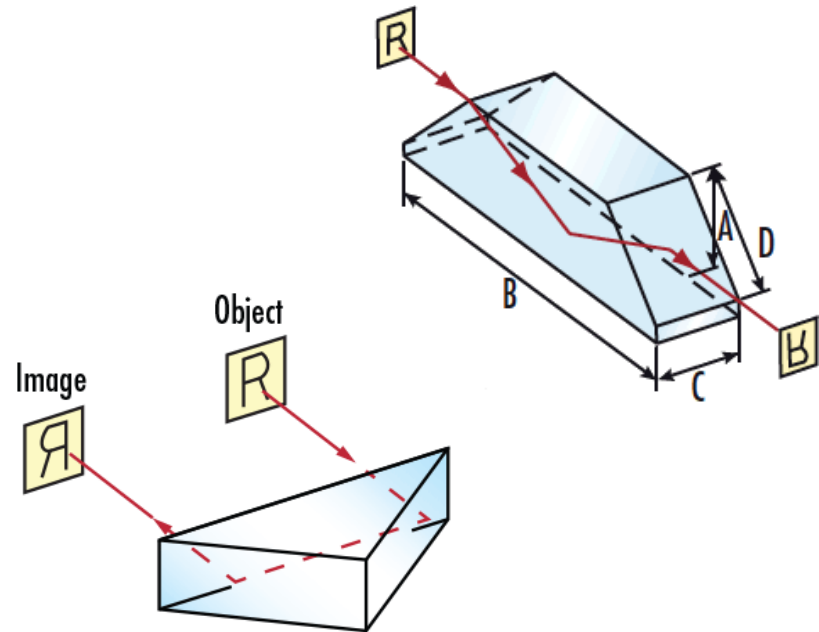
- Odchylka 0°
- Převrací obraz

Porrův pravoúhlý hranol

- Odchylka 180°
- Nepřevrací obraz

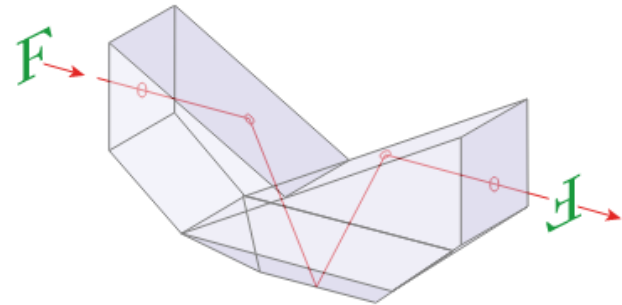
Porrův systém

- Odchylka 0°
- Otáčí obraz o 180°
- Korekce reálných obrazů - dalekohledy



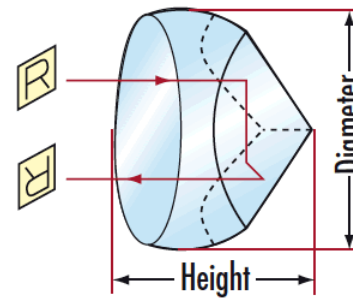
Abbého-Koenigův hranol

- 0° , otáčí obraz o 180° , neposouvá
- Korekce reálných obrazů – dalekohledy
- 3x totální odraz



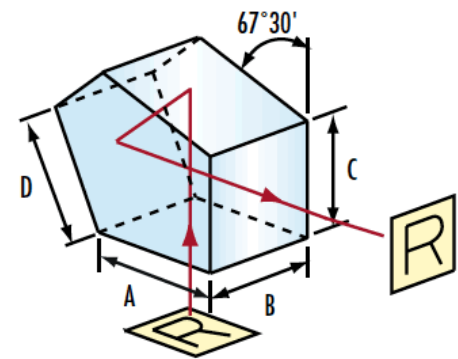
Koutový odražeč (retroreflektor)

- Odchylka 180° invariantní
- Geodézie, dálkoměry



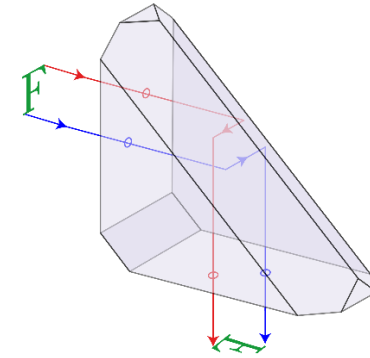
Pentagonální hranol

- Odchylka 90° invariantní, nepřevrací obraz
- Pokovené plochy
- Zobrazovací systémy, fotoaparáty



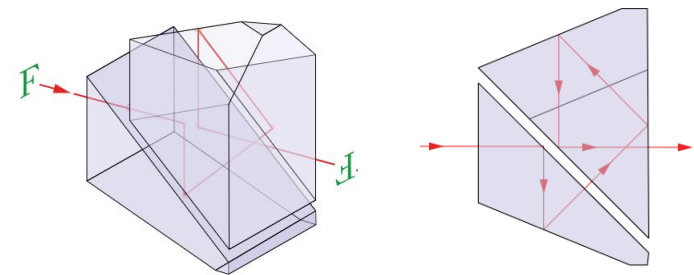
Střechový hranol

- Odchylka 90° , nepřevrací obraz
- Zvyšuje dopadový úhel na odraznou plochu
- Zobrazovací systémy, mikroskopy



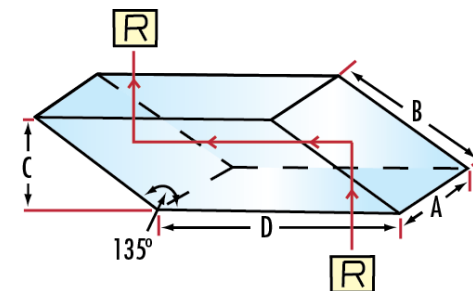
Schmidt-Pecan

- Odchylka 0° , otáčí obraz o 180°
- Korekce reálných obrazů - dalekohledy



Rhombický hranol

- Posouvá příčně
- 0° , nepřevrací obraz



Hranoly nebo zrcadla?

Hranoly

- Vyšší odrazivost
- Stálé polohy odrazných ploch
- Jednodušší seřízení
(některé typy s invariantní odchylkou)
- Odolnější
- Hranoly jsou defacto planparalelní desky



Posouvají obraz, způsobují disperzi
a vnášejí do systému optické vady

Zrcadla

- Modulárnější
- Bez většiny optických vad
- Nižší váha, nižší cena

