

Radiologická fyzika a radiobiologie



7. cvičení



Opakování

1. Dva protony byly urychleny. Energie prvního je $E_1 = 300 \text{ GeV}$ a $E_2 = 4,005 \cdot 10^{-10} \text{ J}$. Určete celkovou energii soustavy. [Řešení](#)

2. Hmotnost urychlené částice byla $300 \text{ GeV}/c^2$. Jaká byla její hmotnost v kg? O jakou částici se jedná? [Řešení](#)

Opakování

3. Jaký bude hmotnostní úbytek ${}^{245}_{94}\text{Pu}$?
Jaká je vazebná energie jádra?

– $m_n = 1,00866u$

– $m_p = 1,00727u$

– ${}^{245}_{94}\text{Pu}$ je $m_{\text{Pu}} = 245,06774u$

[Řešení](#)

Opakování

4. Jakou hmotnost bude mít tauon o rychlosti $0,93c$ a klidové hmotnosti $m_{t0} = 1776,84 \text{ MeV}/c^2$
5. Jak dlouho letí světlo ze Slunce na Zemi ($1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$)? Jak dlouho poletí mion (rychlostí $0,998c$) z pohledu pozorovatele ze Země a jak dlouho pro samotný mion? (předpokládejme, že střední doba života je nekonečná).

[Řešení](#)

[Řešení](#)

Opakování

6. Jakou vlnovou délku má elektromagnetické vlnění o frekvenci 235 MHz? [Řešení](#)
7. Jakou vlnovou délku má boson W^+ o rychlosti $0,32c$? $m_{W^0} = 80,387 \text{ GeV}/c^2$. [Řešení](#)

Opakování

8. Jakou vlnovou délku a do jaké kategorie záření patří foton vyzářený při přechodu stříbra z excitovaného stavu $^{109}\text{Ag}^*$ (109,05272) do základního ^{109}Ag (108,90475)?

[Řešení](#)

Opakování

9. Mějme excitované technecium ${}_{43}\text{Tc}^*$.
Určete vlnovou délku emitovaného
světla při přechodu K_α a L_β .

[Řešení](#)

MRI příklady

10. Mějme cívku ve vakuu o 500 závitech, délce 20 cm a prochází jí proud 0,5 A. Určete magnetickou indukci pole, které indukuje.

[Řešení](#)

11. Mějme cívku o indukci 3 T, 50000 závitech a délce 2,4 m. Určete, jaký proud jí musí procházet.

[Řešení](#)

MRI příklady

12. Jaká bude Larmorova frekvence jádra atomu vodíku ^1H v magnetickém poli o indukci 1,5 T a 20 T?

[Řešení](#)

13. Jaký magnetický moment má jádro atomu ^1H , ^2H , ^{19}F , ^{31}P , ^{23}Na v magnetickém poli o indukci 1,5 T a 20 T.

[Řešení](#)

MRI příklady

14. Jaká bude Larmorova frekvence jádra atomu ^2H , ^{12}C , ^{13}C a F v magnetickém poli o indukci 3 T?

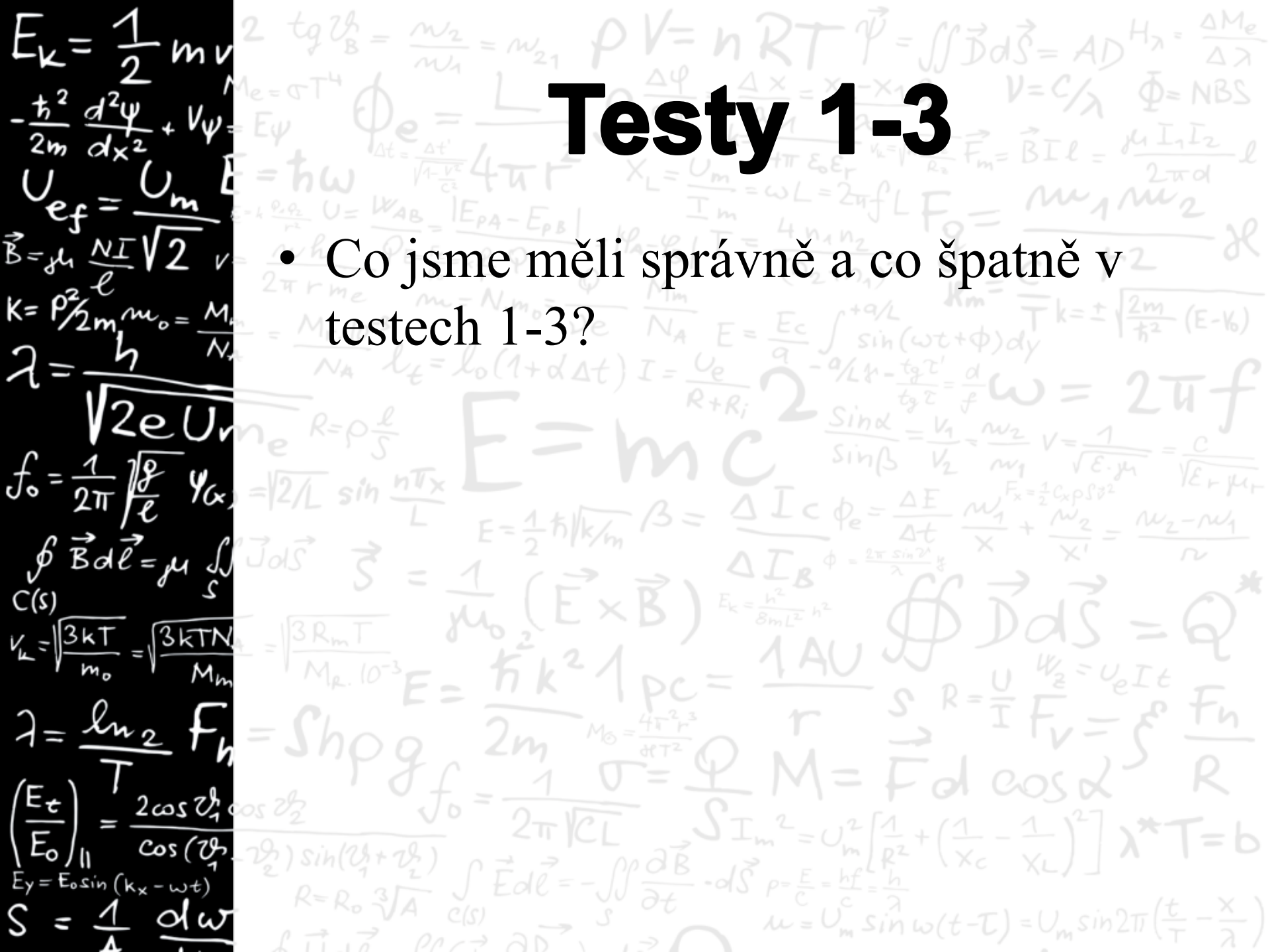
[Řešení](#)

15. Jakou magnetizaci budou mít všechna jádra vodíku v 1ml vody, v magnetickém poli o indukci 0T a 1,5T? Uvažujme, že všechny vodík je pouze ^1H a všechna jádra zaujmou pouze energeticky výhodnější polohu.

[Řešení](#)

Testy 1-3

- Co jsme měli správně a co špatně v testech 1-3?



Konec 7. cvičení



I DON'T STOP
WHEN I'M
TIRED.
I STOP WHEN
I'M DONE.

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$
$$U_{ef} = \frac{U_m}{2}$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2\pi r}$$
$$k = \rho \sqrt{\frac{2}{m}} m_0 = \frac{M_r \cdot 10^{-3}}{N_A}$$
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} d\vec{S}$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_r \cdot 10^{-3}}}$$
$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = \frac{Shp}{g}$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$$
$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{d\omega}{dt}$$

$$2 \operatorname{tg} \vartheta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$
$$\rho V = n R T \quad \Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$$
$$H_\lambda = \frac{\Delta M_e}{\Delta \lambda}$$
$$\frac{\Delta \varphi}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{x_2 - x_1}{\lambda}$$
$$V = c/n$$
$$\Phi = NBS$$
$$U = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{|E_{PA} - E_{PB}|}{q}$$
$$I_m = \omega L = 2\pi f L$$
$$F_g = \frac{m_1 m_2}{r^2}$$
$$T = 4n_1 n_2$$
$$R = \rho \frac{l}{S}$$
$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$
$$\int \vec{E} d\vec{l} = - \int \frac{\partial B}{\partial t} d\vec{S}$$
$$\rho = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$
$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$
$$\lambda^* T = b$$

Dodatky 1

1. Dva protony byly urychleny. Energie prvního je $E_1 = 300 \text{ GeV}$ a $E_2 = 4,005 \cdot 10^{-10} \text{ J}$. Určete celkovou energii soustavy.

$$E_1 = 3 \cdot 10^{11} \text{ eV}$$

$$E_2 = 4,005 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$E_1 = 3 \cdot 10^{11} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_2 = \frac{4,005 \cdot 10^{-10}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \text{ eV}$$

$$E_1 = 4,806 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

$$E_2 = 2,5 \cdot 10^9 \text{ eV}$$

$$E = 484,605 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$E = 302,5 \cdot 10^9 \text{ eV}$$

Konec 1. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 2

2. Hmotnost urychlené částice byla 300 GeV/c². Jaká byla její hmotnost v kg? O jakou částici se jedná?

$$E = mc^2$$

$$E = 300 \text{ GeV} = 4,806 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

$$\frac{E}{c^2} = m = \frac{4,806 \cdot 10^{-8}}{9 \cdot 10^{16}} = 5,34 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

Konec 2. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 3

3. Jaký bude hmotnostní úbytek ${}^{245}_{94}\text{Pu}$?
Jaká je vazebná energie jádra?

$$m_n = 1,00866u \quad m_p = 1,00727u$$

$$m_{\text{Pu}} = 245,06774u$$

- $m_p = 94m_p = 94,6833u$
- $m_N = (245 - 94)m_n = 152,3076u$
- $m = m_p + m_N = 246,9909u$
- $\Delta m = m - m_U = 1,9231u$

Dodatky 3

- Hmotnostní úbytek jádra ${}^{245}_{94}\text{Pu}$ je $\Delta m = 1,9231 \text{ u}$
- Vazebnou energii určíme $\Delta E = \Delta mc^2$
- $\Delta E = \Delta mc^2 = 1,9231 \text{ u} c^2 = 1,9231 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} = \Delta E = 2,87397 \cdot 10^{-10} \text{ J}$

Dodatky 4

- Jakou hmotnost bude mít tauon o rychlosti $0,93c$ a klidové hmotnosti $m_{t0} = 1776,84 \text{ MeV}/c^2$

$$m = m_{t0} \gamma \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,8649c^2}{c^2}}}$$

$$\gamma_1 = 2,72064$$

$$m_1 = 4834,155 \text{ MeV}/c^2$$

Konec 4. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 5

5. Jak dlouho letí světlo ze Slunce na Zemi ($1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$)? Jak dlouho poletí mion (rychlostí $0,998c$) z pohledu pozorovatele ze Země a jak dlouho pro samotný mion? (předpokládejme, že střední doba života je nekonečná).

$$t_0 = \frac{s}{c} \quad t_0 = \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 500 \text{ s} = 8,3 \text{ min}$$

Dodatky 5

- Jak dlouho poletí mion (rychlostí $0,998c$) z pohledu pozorovatele ze Země a jak dlouho pro samotný mion? (předpokládejme, že střední doba života je nekonečná).

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,996c^2}{c^2}}} = 15,8113$$

$$t = \gamma t_0$$

$$t_0 = \frac{s}{v}$$

$$t_0 = \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{2,994 \cdot 10^8} = 501 \text{ s}$$

$$t = 7921,46 \text{ s}$$

$$t = 2,2 \text{ h}$$

Dodatky 6

6. Jakou vlnovou délku má elektromagnetické vlnění o frekvenci 235 MHz?

$$\lambda = \frac{v}{f}$$
$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{2,35 \cdot 10^8} = 1,276 \text{ m}$$

Konec 6. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 7

7. Jakou vlnovou délku má boson W^+ o rychlosti $0,32c$? $m_{W0} = 80,387 \text{ GeV}/c^2$.

- Je potřeba uvažovat relativitu?

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{0,8976}} = 1,055 \quad m = m_0 \gamma = 84,848 \text{ GeV}/c^2$$

$$E = 1,35926 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

$$m = 1,5102 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

- Ano

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0 \gamma v} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{1,5102 \cdot 10^{-25} \cdot 0,96 \cdot 10^8}$$

$$\lambda = 4,2119 \cdot 10^{-17} \text{ m} = 42,11 \text{ am}$$

Dodatky 8

8. Jakou vlnovou délku a do jaké kategorie záření patří foton při přechodu stříbra z excitovaného stavu $^{109}\text{Ag}^*$ (109,01272) do základního ^{109}Ag (108,90475)?

$$\Delta M = 0,10797u = 1,792 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

$$\Delta E = \Delta M c^2 = 1,6128 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

$$\Delta E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad \lambda = \frac{hc}{\Delta E}$$

$$\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,792 \cdot 10^{-11}} = 11,0926 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

Jedná se o gama záření

Konec 8. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 9

9. Mějme excitované stříbro $_{47}\text{Ag}^*$. Určete vlnovou délku emitovaného světla při přechodu K_α a L_β .

a) K_α je přechod z 1. do 2. hladiny $n_1=1$ a $n_2=2$

$$E = 13,6(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 21,583 \text{ keV}$$

b) L_β z 2. do 4. $n_1=2$ a $n_2=4$

$$E = 13,6(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 5,395 \text{ keV}$$

Dodatky 10

10. Mějme cívku ve vzduchu o 500 závitěch, délce 20 cm a prochází jí proud 0,5 A. Určete magnetickou indukci pole, které indukuje.

$$B = \mu \frac{NI}{l}$$

$$B = 4\pi 10^{-7} \frac{500 \cdot 0,5}{0,2}$$

$$B = 1,57 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$$

Materiál	μ_r
Metglas	1 000 000
Železo	5 000
Vzduch	1
Supravodiče	0

Dodatky 11

11. Mějme cívku o indukci 3T, 50000 závitů a délce 2,4m. Určete, jaký proud jí musí procházet.

$$B = \mu \frac{NI}{l} \qquad I = \frac{Bl}{N\mu_r\mu_0}$$

$$I = \frac{3,2,4}{5 \cdot 10^4 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = \frac{7,2}{6,28 \cdot 10^{-2}} = 114,6 \text{ A}$$

Dodatky 12

12. Jaká bude Larmorova frekvence jádra atomu vodíku ^1H v magnetickém poli o indukci 1,5 T a 20 T?

$$f_{L1,5} = \frac{\gamma}{2\pi} B_{1,5} = \frac{2,681 \cdot 10^8}{2\pi} 1,5 = 64,036 \text{ MHz}$$

$$f_{L20} = \frac{\gamma}{2\pi} B_{20} = \frac{2,681 \cdot 10^8}{2\pi} 20 = 853,821 \text{ MHz}$$

Konec 12. dodatku

[zpět](#)

Dodatky 13

13. Jaký magnetický moment má jádro atomu ^1H , ^2H , ^{19}F , ^{31}P , ^{23}Na v magnetickém poli o indukci 1,5 T a 20 T.

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{S}$$

$$\vec{\mu}_{1H} = \gamma \hbar \sqrt{s(s+1)} \vec{S}$$

$$\vec{\mu}_{1H} = 1,5378 \cdot 10^{-25} \vec{S}$$

$$\vec{\mu}_{z1H} = \gamma \hbar m_z \vec{z}$$

$$\vec{\mu}_{z1H} = 8,878 \cdot 10^{-26} \vec{z}$$

	Spin s	$\gamma [10^8 \text{T}^{-1} \text{s}^{-1}]$
^1H	1/2	2,68
^2H	1	0,41
^{13}C	1/2	0,67
^{14}N	1	0,19
^{15}N	1/2	-0,27
^{19}F	1/2	2,51
^{23}Na	3/2	0,71
^{31}P	1/2	1,08

Dodatky 14

14. Jaká bude Larmorova frekvence jádra atomu ^2H , ^{12}C , ^{13}C a ^{19}F v magnetickém poli o indukci 3 T?

$$f_L = \frac{\gamma}{2\pi} B_0$$

$$f_{^{13}\text{C}} = \frac{0,67 \cdot 10^8}{2\pi} \cdot 3$$

$$f_{^{13}\text{C}} = 32,006 \text{ MHz}$$

$$f_{^{12}\text{C}} = 0 \text{ MHz}$$

Prvek		$\gamma [10^8 \text{T}^{-1} \text{s}^{-1}]$
Vodík	^1H	2,68
Deut.	^2H	0,41
Uhlík	^{13}C	0,67
Dusík	^{14}N	0,19
Dusík	^{15}N	-0,27
Fluor	^{19}F	2,51
Sodík	^{23}Na	0,71
Fosfor	^{31}P	1,08

Dodatky 15

15. Jakou magnetizaci budou mít všechna jádra vodíku v 1ml vody, v magnetickém poli o indukci 0T a 1,5T? Uvažujme, že všechn vodík je pouze ^1H a všechna jádra zaujmou pouze energeticky výhodnější polohu.

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{N_H} \vec{\mu}_i \quad \vec{\mu} = \gamma \vec{S} \quad n = \frac{m}{M_r} = \frac{1}{18} \text{ mol}$$

$$N_H = 2nN_A = 2 \frac{1}{18} 6,022 \cdot 10^{23} = 6,691 \cdot 10^{22}$$

Dodatky 15

15. Jakou magnetizaci budou mít všechna jádra vodíku v 1ml vody, v magnetickém poli o indukci 0T a 1,5T? Uvažujme, že všechen vodík je pouze ^1H a všechna jádra zaujmou pouze energeticky výhodnější polohu

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{S} \quad \vec{M} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{6,691 \cdot 10^{22}} \vec{\mu}_i = \frac{1}{V} N_H \vec{\mu}$$

$$|\vec{\mu}| = \gamma |\vec{S}| = \gamma \hbar \sqrt{s(s+1)}$$

$$|\vec{M}| = \frac{1}{V} N_H \gamma \hbar \sqrt{s(s+1)}$$

Dodatky 15

15. Jakou magnetizaci budou mít všechna jádra vodíku v 1ml vody, v magnetickém poli o indukci 0T a 1,5T? Uvažujme, že všechny vodík je pouze ^1H a všechna jádra zaujmou pouze energeticky výhodnější polohu.

$$|\vec{M}| = \frac{1}{V} N_H \gamma \hbar \sqrt{s(s+1)} = 10^{-9} 6,691 \cdot 10^{22}$$

$$2,681 \cdot 10^8 \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right)} =$$
$$1,0293 \cdot 10^{-11} \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$$

Konec 15. dodatku

[zpět](#)

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$
$$U_{ef} = U_m$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2l}$$
$$k = \frac{p^2}{2m} m_0 = \frac{M_p}{M_r \cdot 10^{-3}}$$
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm}}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} d\vec{S}$$
$$C(s)$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$$
$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = \frac{Shp}{g}$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0} \right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$$
$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{d\omega}{dt}$$

$2 \operatorname{tg} \vartheta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$ $pV = nRT$ $\vec{\Psi} = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$ $H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$ $\Phi = NBS$ $V = c/\lambda$ $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\vec{F}_m = \vec{B} I l = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l$ $X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L = 2\pi f L$ $F_g = \frac{m_1 m_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r r^2}$ $\vec{F}_g = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l$ $U = W_{AB} = |E_{PA} - E_{PB}|$ $T = \frac{4n_1 n_2}{n_1^2 + n_2^2}$ $E = \frac{Ec}{\sin(\omega t + \phi)}$ $\vec{J} d\vec{S} = \vec{Q}^*$ $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{H})$ $E = \frac{1}{2} \hbar \omega / m$ $\phi_e = \frac{\Delta E}{\Delta t} \frac{m_1}{x} + \frac{m_2}{x'} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{v}$ $\vec{D} d\vec{S} = Q$ $PC = \frac{TAU}{S}$ $R = \frac{U}{I}$ $W_2 = U_e I t$ $F_v = \int \frac{F_n}{R}$ $E = \hbar k$ $M_0 = \frac{4\pi^2 r^3}{3} \rho$ $\sigma = \frac{Q}{S}$ $M = F d \cos \alpha$ $S I_m^2 = U_m^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right]$ $\lambda^* T = b$ $\int \vec{E} d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ $p = \frac{E}{c} = \frac{\hbar f}{c} = \frac{\hbar}{\lambda}$ $u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

Prezentace vznikla v rámci fondu rozvoje MU

1515/2014