Radiologická fyzika a radiobiologie

3. cvičení

Opakování částice

- Jaké částice mohou vzniknout při:
  a) Interakci kvarků u,d,d? Řešení
  b) Interakci elektronu a pozitronu? Řešení
  c) **Interakci kvarků $u, \bar{d}$** Řešení
  d) Interakci kvarků u,u,d? Řešení
  e) Interakci neutronu a antineutronu? Řešení
  f) Interakci dvou fotonů každý o energiích 511 keV? Řešení

Relativita

- Vypočtěte:
  a) Jakou hmotnost bude mít pilot stíhačky, který má klidovou hmotnost 80 kg a letí rychlostí 1000 m.s^{-1} Řešení
  b) **Jakou hmotnost bude mít elektron o rychlosti 0,5c a 0,9c a klidové hmotnosti $m_{e0} = 9{,}1093.10^{-31} kg$** Řešení
  c) Jak dlouho by trvala cesta vesmírnou lodí (0,7c) ze Země na Slunce (1,5.10^{11}m) pro pozorovatele ze Země a jak dlouho pro pilota? Řešení

Dualismus a vlnění

- Vypočtěte:
  a) Jakou vlnovou délku má elmag. vlnění o frekvenci 50 MHz? Řešení
  b) Jakou úhlovou rychlost (kruhovou frekvenci) má světlo o vlnové délce 400 nm? Řešení
  c) Jakou vlnovou délku a frekvenci má vlnění, které se pohybuje rychlostí 330 $m.s^{-1}$ s periodou 50 ns? Řešení

Dualismus a vlnění

- Vypočtěte:
  d) Vlnění o kruhové frekvenci 3.10^{10} s^{-1} se šíří rychlostí 2.10^{5} $m.s^{-1}$. Jaká je jeho vlnová délka? Řešení
  e) Pružina kmitá s frekvencí 0,25 Hz. Její fázový posun je π rad a amplituda výchylky je 20 cm. Určete okamžitou výchylku po 4s od začátku pozorování. Řešení
  f) Jaká je frekvence pružiny, pokud fázový posuv je -π/2 rad, amplituda je 50 cm a okamžitá výchylka po 3s je -25 cm? Řešení

Dualismus a vlnění

- Vypočtěte:
  g) **Jakou vlnovou délku má elektron o rychlosti 0,05c? $m_{e0} = 9{,}1093.10^{-31} kg$**

  Řešení

  h) Částice o vlnové délce 10 pm má rychlost 0,6c. Jakou musí mít hmotnost? Jaká bude jeho klidová hmotnost?

  Řešení

  i) **Jakou musí mít rychlost proton, aby měl vlnovou délku 20 fm?**

  $$m_{p0} = 1{,}672.10^{-27} kg$$

  Řešení

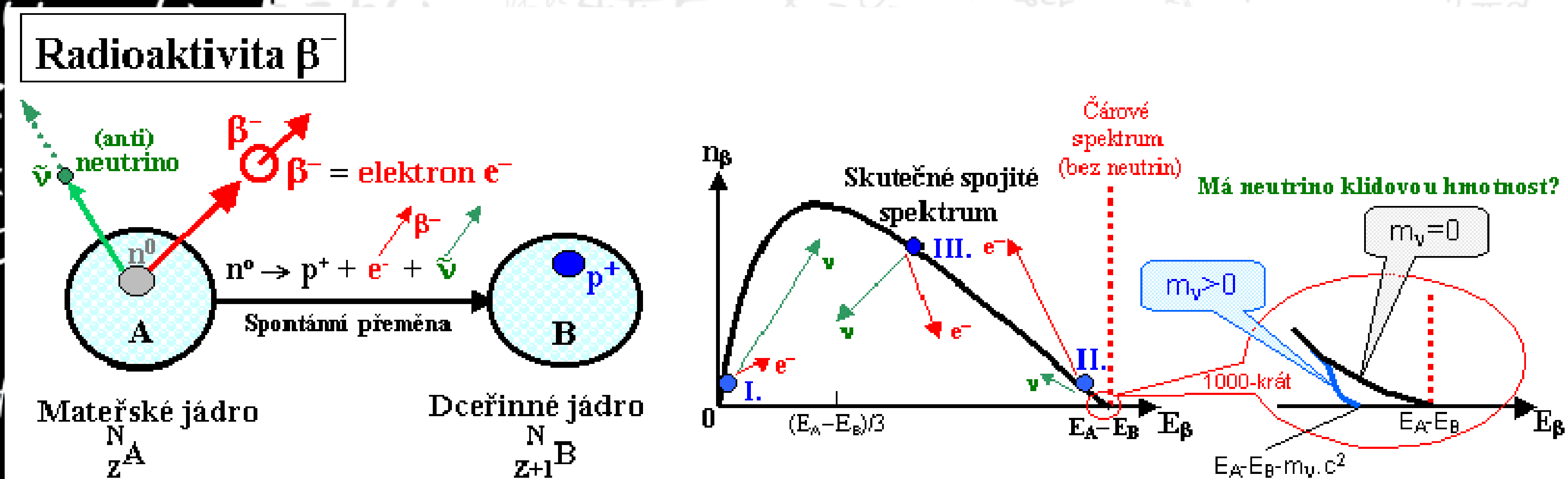
Neutrino

- V roce 1931 Pauli vysvětlil β-rozpad pomocí částice, kterou se podařilo detekovat až o 25 let později

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^-$$

- Co na to zákon zachování energie?
- Při rozpadu se vždy uvolní stejná energie, podle hmotností mateřského a dceřiného jádra
- Kinetická energie elektronu by měla být vždy stejná, ale není

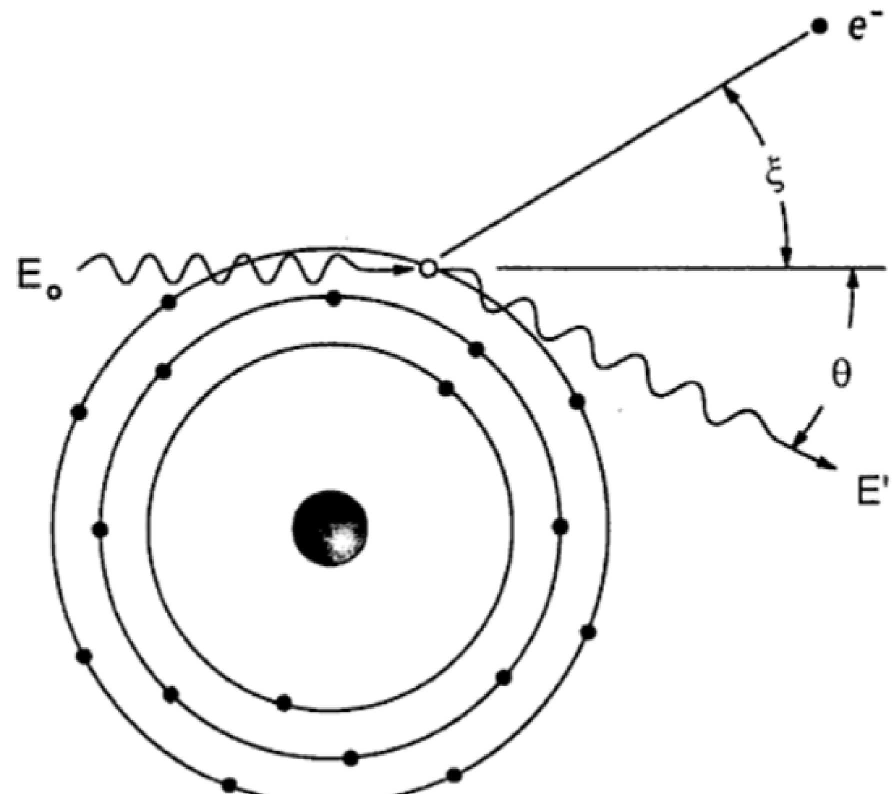
Neutrino



- Část energie odnáší velmi lehká elektricky neutrální částice a proto je spektrum spojité a nikoli čárové

Comptonův jev

- Jedná se o rozptyl fotonu na elektronu ve vnějších vrstvách atomového obalu



Comptonův jev

- Zákon zachování energie
  - Před srážkou

$$E = E_f + E_e \qquad E_f = hf \qquad E_e^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$$

$$\boxed{E = hf + m_0c^2} \qquad E_e = m_0c^2$$

  - Po srážce

$$\bar{E} = E_{\bar{f}} + E_e \qquad E_{\bar{f}} = h\bar{f} \qquad E_e^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$$

$$\boxed{\bar{E} = h\bar{f} + \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}}$$

Comptonův jev

- Zákon zachování energie

$$E = \bar{E}$$

$$hf + m_0c^2 = h\bar{f} + \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}$$ / $-h\bar{f}$ a vytknout

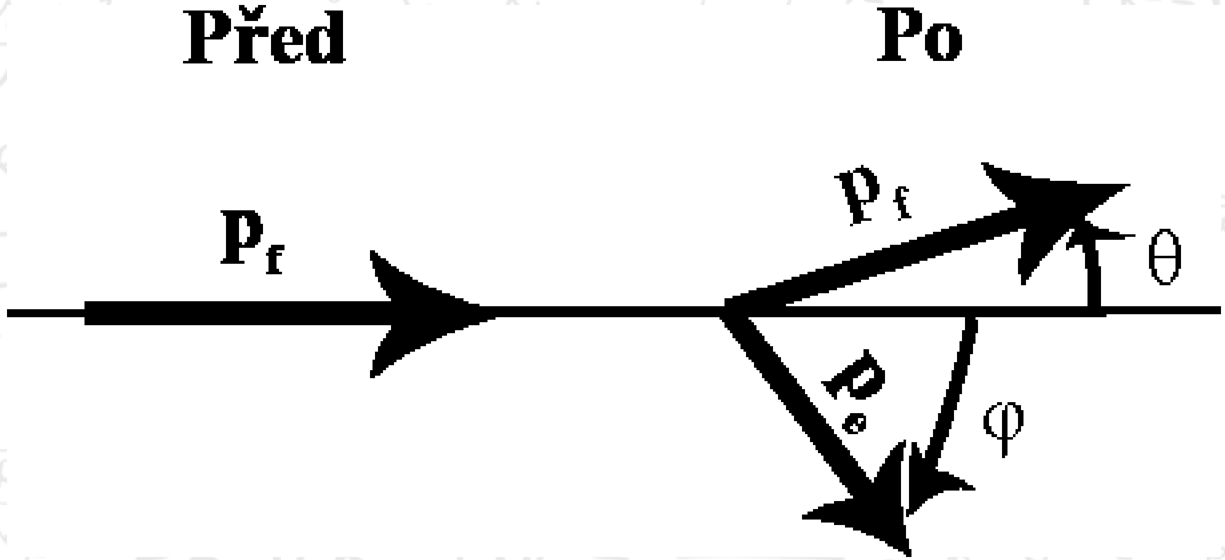
$$h(f - \bar{f}) + m_0c^2 = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}$$ / umocníme na 2.

$$h^2(f - \bar{f})^2 + m_0^2c^4 + 2hm_0c^2(f - \bar{f}) = m_0^2c^4 + p^2c^2$$

$$\boxed{h^2(f - \bar{f})^2 + 2hm_0c^2(f - \bar{f}) = p^2c^2}$$

Comptonův jev

- Zákon zachování hybnosti



$$\vec{p}_f = \vec{p}_{\bar{f}} + \vec{p}_e$$

Comptonův jev

- Zákon zachování hybnosti

$$\vec{p}_f = \vec{p}_{\bar{f}} + \vec{p}_e$$ / $-\vec{p}_{\bar{f}}$ a umocníme na 2.

$$\left|\vec{p}_f - \vec{p}_{\bar{f}}\right|^2 = |\vec{p}_e|^2$$ / roznásobíme

$$\left|\vec{p}_f\right|^2 + \left|\vec{p}_{\bar{f}}\right|^2 - 2\left|\vec{p}_f\right| \cdot \left|\vec{p}_{\bar{f}}\right| = |\vec{p}_e|^2$$

$$p_f^2 + p_{\bar{f}}^2 - 2p_f p_{\bar{f}} \cos\theta = p_e^2 \qquad p = \frac{hf}{c}$$

$$\boxed{h^2\left(f^2 + \bar{f}^2 - 2f\bar{f}\cos\theta\right) = c^2 p_e^2}$$

Comptonův jev

- Zákon zachování hybnosti

$$h^2\left(f^2+\bar{f}^2-2f\bar{f}\cos\theta\right)=c^2p_e^2$$

- Zákon zachování energie

$$h^2\left(f-\bar{f}\right)^2+2hm_0c^2\left(f-\bar{f}\right)=p^2c^2$$

$$h^2\left(f-\bar{f}\right)^2+2hm_0c^2\left(f-\bar{f}\right)=h^2\left(f^2+\bar{f}^2-2f\bar{f}\cos\theta\right)$$

$$h^2(f^2+\bar{f}^2-2f\bar{f})+2hm_0c^2\left(f-\bar{f}\right)=h^2\left(f^2+\bar{f}^2-2f\bar{f}\cos\theta\right)$$

$$-2h^2f\bar{f}+2hm_0c^2\left(f-\bar{f}\right)=-2h^2f\bar{f}\cos\theta$$

$$2hm_0c^2\left(f-\bar{f}\right)=2h^2f\bar{f}-2h^2f\bar{f}\cos\theta$$

Comptonův jev

$$2hm_0c^2\left(f-\bar{f}\right)=2h^2f\bar{f}-2h^2f\bar{f}\cos\theta$$

$$2hm_0c^2\left(f-\bar{f}\right)=2h^2f\bar{f}(1-\cos\theta)$$

$$m_0c^2\left(f-\bar{f}\right)=hf\bar{f}(1-\cos\theta)$$

$$\frac{m_0c^2}{h}\frac{f-\bar{f}}{f\bar{f}}=(1-\cos\theta) \qquad f=\frac{c}{\lambda}$$

$$\frac{\frac{c}{\lambda}-\frac{c}{\bar{\lambda}}}{\frac{c}{\lambda}\cdot\frac{c}{\bar{\lambda}}}=\frac{h}{m_0c^2}(1-\cos\theta)$$

Comptonův jev

$$\frac{\frac{c}{\bar{\lambda}} - \frac{c}{\bar{\bar{\lambda}}}}{\frac{c}{\bar{\lambda}} \cdot \frac{c}{\bar{\bar{\lambda}}}} = \frac{h}{m_0 c^2}(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{\frac{c(\bar{\lambda} - \lambda)}{\lambda\bar{\lambda}}}{\frac{c^2}{\lambda\bar{\lambda}}} = \frac{h}{m_0 c^2}(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{c(\bar{\lambda} - \lambda)}{c^2} = \frac{h}{m_0 c^2}(1 - \cos\theta)$$

$$\boxed{\Delta\lambda = \bar{\lambda} - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta)}$$

Konec 3. cvičení

Na e-learningu bude cvičení

Dodatky 1

Příklad 1.

a) Interakci kvarků u,d,d?

- Interagují společně kvarky a žádný není antičásticí, takže nejpravděpodobněji vznikne baryon. (částice tvořena 3 kvarky)
- Jeho elektrický náboj bude 0 (2/3-1/3-1/3), takže se jedná o neutron

zpět

Dodatky 1

Příklad 1.

b) Interakci elektronu a pozitronu?

- Interagují společně leptony. Jedná se o částici a antičástici téhož leptonu, takže nejpravděpodobněji dojde k anihilaci.
- Při anihilaci se hmota částice i antičástice přemění na energii 2 kvant fotonů o odpovídající energii

zpět

Dodatky 1

Příklad 1.

c) Interakci kvarků $u, \bar{d}$

- Interagují společně kvarky. Jedná se o kvark a antikvark, ale jiné vůně.
- Může dojít k anihilaci
- S větší pravděpodobností ovšem dojde ke vzniku mezonu. (částice tvořené kvarkem a antikvarkem)
- V tomto případě by se jednalo o mezon K^+

zpět

Dodatky 1

Příklad 1.

d) Interakci kvarků u,u,d?

- Interagují společně kvarky. Ani jeden není antičástice, takže s největší pravděpodobností dojde ke vzniku baryonu.
- El. Náboj bude +1e (2/3+2/3-1/3)
- Bude se jednat o proton

zpět

Dodatky 1

Příklad 1.

e) Interakci neutronu a antineutronu?

- **Interagují společně baryon (udd) a antibaryon ($\overline{udd}$)**
- **Teoreticky by mohly vzniknout 3 mezony (máme 3 kvarky a 3 antikvarky)**
- **Také může dojít k anihilaci a uvolnění 2 fotonů o energii rovné hmotnosti neutronu**

zpět

Dodatky 1

Příklad 1.

f) Interakci dvou fotonů o energii 511 keV?

- Interagují společně 2 fotony
- Může dojít k procesu opačném anihilaci
- Fotony mohou zaniknout a vytvoří se částice a její antičástice jejichž energie a hmotnost budou rovny energii původních fotonů
- Elektron má klidovou hmotnost 511 keV/c^2, proto může vzniknout elektron pozitronový pár o 0 rychlosti. (veškerá E fotonů = hmotnost částic)

zpět

Dodatky 2

Příklad 2.

a) Jakou hmotnost bude mít pilot stíhačky, který má klidovou hmotnost 80 kg a letí rychlostí 1000 m.s^{-1}

$$\mathrm{m} = m_0\gamma \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{10^6}{9.10^{16}}}}$$

$$\gamma = 1.00000000000005556$$

$$\mathrm{m} = 80{,}0000000004444\ kg$$

zpět

Dodatky 2

Příklad 2.

b) Jakou hmotnost bude mít elektron o rychlosti 0,5c a 0,9c a klidové hmotnosti $m_{e0} = 9{,}1093.10^{-31} kg$

$$\mathrm{m} = m_0\gamma \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0{,}25c^2}{c^2}}}$$

$$\gamma_1 = 1{,}1547$$

$$\gamma_2 = 2{,}2941$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0{,}81c^2}{c^2}}}$$

$$\mathrm{m}_1 = 10{,}5185.10^{-31} kg$$

$$\mathrm{m}_2 = 20{,}8976.10^{-31} kg$$

zpět

Dodatky 2

Příklad 2.

c) Jak dlouho by trvala cesta vesmírnou lodí (0,7c) ze Země na Slunce ($1{,}5.10^{11}$m) pro pozorovatele ze Země a jak dlouho pro pilota?

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0{,}49c^2}{c^2}}} = 1{,}40028$$

$$t_0 = \gamma \mathrm{t}$$

$$t_0 = \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{1{,}5.10^{11}}{2{,}1.10^8} = 714{,}28\ s \qquad t_0 = 1000{,}015\ s$$

zpět

Dodatky 3

Příklad 3.

a) Jakou vlnovou délku má elektromagnetické vlnění o frekvenci 50 MHz?

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$\lambda = \frac{3.10^8}{50.10^6} = 6\,m$$

zpět

Dodatky 3

Příklad 3.

b) Jakou úhlovou rychlost má světlo o vlnové délce 400 nm?

$$\omega = 2\pi f$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \qquad f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$$

$$\omega = \frac{2\pi 3.10^8}{400.10^{-9}} = 4{,}71.10^{15}\ s^{-1}$$

zpět

Dodatky 3

Příklad 3.

c) Jakou vlnovou délku a frekvenci má vlnění, které se pohybuje rychlostí 330 m.s^{-1} s periodou 50 ns?

$$f = \frac{1}{T} \qquad f = \frac{1}{50.10^{-9}} = 2.10^7\,Hz$$

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$\lambda = \frac{330}{2.10^7} = 1{,}65.10^{-5}\,m = 16{,}5\,\mu m$$

zpět

Dodatky 3

Příklad 3.

d) Vlnění o kruhové frekvenci 3.10^{10} s^{-1} se šíří rychlostí 2.10^5 $m.s^{-1}$. Jaká je jeho vlnová délka?

$$\lambda = \frac{v}{f} \qquad \omega = 2\pi f \qquad \frac{\omega}{2\pi} = f$$

$$\lambda = \frac{v}{\frac{\omega}{2\pi}} = \frac{2\pi v}{\omega}$$

$$\lambda = \frac{2\pi 2.10^5}{3.10^{10}} = 4{,}186.10^{-5} m = 41{,}86\ \mu m$$

zpět

Dodatky 3

Příklad 3.

e) Pružina kmitá s frekvencí 0,25 Hz. Její fázový posun je π rad a amplituda výchylky je 20 cm. Určete okamžitou výchylku po 4s od začátku pozorování.

$$v = v_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$y = 0{,}2 \sin(2\pi \frac{1}{4} 4 + \pi)$$

$$y = 0{,}2 \sin(2\pi + \pi)$$

$$y = 0{,}2\ (0)$$

$$y = 0\ m$$

zpět

Dodatky 3

Příklad 3.

f) Jaká je frekvence pružiny, pokud fázový posuv je -π/2 rad, amplituda je 50 cm a okamžitá výchylka po 3s je -25 cm?

$$y = y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{y}{y_m} = \sin(\omega t + \varphi) \qquad \arcsin\frac{y}{y_m} = \omega t + \varphi$$

$$\left(\arcsin\frac{y}{y_m}\right) - \varphi = \omega t \qquad \frac{\left(\arcsin\frac{y}{y_m}\right) - \varphi}{t} = 2\pi f$$

$$\frac{\left(\arcsin\frac{y}{y_m}\right) - \varphi}{2\pi t} = f \qquad f = 0{,}055\ Hz$$

zpět

Dodatky 3

Příklad 3.

g) Jakou vlnovou délku má elektron o rychlosti 0,05c? $m_{e0} = 9{,}1093.10^{-31} kg$

- Je potřeba uvažovat relativitu?

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}9975}} = 1{,}00125 \qquad m = m_0\gamma = 9{,}1207.10^{-31} kg$$

- Záleželo by na okolnostech, ale teď ano

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_0\gamma v} = \frac{6{,}626.10^{-34}}{9{,}1207.10^{-31} 0{,}15.10^8}$$

$$\lambda = 4{,}843.10^{-11} m = 484{,}3\ nm$$

zpět

Dodatky 3

Příklad 3.

h) Částice o vlnové délce 10 pm má rychlost 0,6c. Jakou musí mít hmotnost? Jaká bude jeho klidová hmotnost?

$$\gamma = \frac{h}{mv} \qquad m = \frac{h}{v\gamma} \qquad m = m_0\gamma \qquad \frac{m}{\gamma} = m_0 = m\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$m = \frac{6{,}626.10^{-34}}{0{,}6.10^{8}.10^{-11}} = 11{,}043.10^{-31}kg$$

$$m_0 = m\sqrt{1-\frac{0{,}36c^2}{c^2}} = 0{,}8.m = 8{,}8344.10^{-31}\,kg$$

zpět

Dodatky 3

Příklad 3.

i) **Jakou musí mít rychlost proton, aby měl vlnovou délku 20 fm?**

$$m_{p0} = 1{,}672.10^{-27}\,kg$$

$$\lambda = \frac{h}{m_0 \gamma v} \qquad \lambda = \frac{h}{m_0 v}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$ / umocnit na 2.

$$\lambda^2 = \frac{h^2}{m_0^2 v^2}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$$ / roznásobit

$$\lambda^2 = \frac{h^2}{m_0^2 v^2} - \frac{h^2 v^2}{m_0^2 v^2 c^2}$$ / pokrátit a +druhý člen

$$\lambda^2 + \frac{h^2}{m_0^2 c^2} = \frac{h^2}{m_0^2 v^2}$$

zpět

Dodatky 3

Příklad 3.

i) **Jakou musí mít rychlost proton, aby měl vlnovou délku 20 fm?**

$$m_{p0} = 1{,}672.10^{-27}\,kg$$

$$\lambda^2 + \frac{h^2}{m_0^2 c^2} = \frac{h^2}{m_0^2 v^2}$$ / v^2

$$\left(\lambda^2 + \frac{h^2}{m_0^2 c^2}\right) v^2 = \frac{h^2}{m_0^2}$$ / závorka

$$v^2 = \frac{h^2 m_0^2 c^2}{m_0^2 (h^2 + m_0^2 \lambda^2 c^2)}$$

$$v = \sqrt{\frac{h^2 c^2}{(h^2 + m_0^2 \lambda^2 c^2)}} = 0{,}066c$$

zpět

Prezentace vznikla v rámci fondu rozvoje MU 1515/2014