

# Radiologická fyzika a radiobiologie

## 3. přednáška



# Částice

- Elementární částice (nejdou dělit)

- Kvarky

- Leptony

- Bosony

# Částice - kvarky

- Kvarky se dělí do 6 základních vůní.
- Každý je jinak hmotný a mají různé části elementárního náboje.

Symbol	Vůně	Klidová hmotnost [MeV/c <sup>2</sup> ]	Elektrický náboj [e]
d	dolů (down)	3,5 – 6	-1/3
u	nahoru (up)	1,5 – 3,3	2/3
s	podivný (strange)	92,4	-1/3
c	půvabný (charm)	1270	2/3
b	krásný (beauty)	4200	-1/3
t	Pravdivý (truth)	174 980	2/3

# Částice - kvarky

- Kvarky podléhají všem interakcím.
- Mají poločíselný spin (jsou fermiony).
- Splňují Pauliho vylučovací princip.
- Jsou základními stavebními prvky hadronů.
  - Baryony (obsahují 3 kvarky)
    - Proton (uud), neutron (udd)
  - Mezony (obsahují 1 kvark a 1 antikvark)
    - Mezon  $\pi^+$  (pion) ( $\bar{u}d$ ) nebo ( $u\bar{d}$ )

# Částice - leptony

- Známe 6 základních leptonů.

Částice	Značka	Klidová hmotnost [MeV/c <sup>2</sup> ]	Elektrický náboj [e]
Elektron	e <sup>-</sup>	0,511	-1
Mion	μ <sup>-</sup>	105,7	-1
Tauon	τ <sup>-</sup>	1777	-1
Neutrino elektronové	ν <sub>e</sub>	< 0,000 002	0
Neutrino mionové	ν <sub>μ</sub>	< 0,170	0
Neutrino tauonové	ν <sub>τ</sub>	< 18	0

# Částice - leptony

- Leptony podléhají pouze slabé a gravitační interakci (pokud mají náboj tak i elektromagnetické).
- Mají poločíselný spin (jsou fermiony).
- Není známá vnitřní struktura.
- Splňují Pauliho vylučovací princip.

# Částice - bosony

- Bosony mají celočíselný spin (nemusí splňovat Pauliho vylučovací princip).
- Patří zde částice zprostředkovávající interakce.

Částice	Značka	Klidová hmotnost [MeV/c <sup>2</sup> ]	Elektrický náboj [e]
Foton	$\gamma$	0	0
Gluon	g	0	0
Boson W <sup>±</sup>	W <sup>±</sup>	80 387	±1
Boson Z <sup>0</sup>	Z <sup>0</sup>	91 187	0

- Ale i další

# Částice - bosony

- Za určitých podmínek mohou i fermiony (poločíselný spin) přejít do stavu bosonů (celočíselný spin).
  - Mezony (1 kvark + 1 antikvark)
  - Atom  ${}^4\text{He}$  (2  $p^+$ , 2  $n^0$  a 2  $e^-$ )
  - Elektron-elektronový pár



# Antičástice

- Paul Dirac (1902-1984)
- Formulace relativistické kvantově-mechanické rovnice popisující elektron.
- V této rovnici předpovídá existenci antičástice (pozitronu).
- Částice, která má stejnou hmotnost, ale opačný elektrický náboj.
- V roce 1932 byl pozitron objeven.

$$\left( \alpha_0 m + \sum_{j=1}^3 \alpha_j p_j \right) \Psi(\vec{x}, t) = i \frac{\partial \Psi}{\partial t}(\vec{x}, t)$$

# Antičástice

- Je známo, že každý kvark i lepton mají své anti-protějšky a mohou tvořit antičástice.
- Proton ( $uud$ ) vs. antiproton ( $\bar{u}\bar{u}\bar{d}$ )
- Elektron ( $e^-$ ) vs. pozitron ( $e^+$ )
- Neutrino ( $\nu$ ) vs. antineutrino ( $\bar{\nu}$ )

# Antičástice

- Setká-li se částice se svojí antičásticí, může dojít k anihilaci.
- Při anihilaci se veškerá energie částic (jak kinetická, tak klidová  $E = m_0 c^2$ ) přemění do energie bosonů, které zprostředkovávají interakce (foton, W, Z).
- Vzniklý produkt (boson) se může dále rozpadat v závislosti na celkové energii částice-antičástice.

# Interakce

- Základní interakce

- Gravitační
- Elektromagnetická
- Slabá
- Silná

# Interakce

- Gravitační

- Nejslabší

- Rozhodující pro velké vzdálenosti.

- Pouze přitažlivá

- Kvadraticky ubývá se vzdálenosti.

- První popis I. Newton

- $F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2}$  kde  $\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

- Lepší popis A. Einstein

- Obecná teorie relativity říká, že hmota/energie zakřivuje časoprostor, což můžeme pozorovat jako gravitaci a změnu plynutí času.

# Interakce

- Elektromagnetická
  - Působí mezi elektricky nabitými částicemi.
  - Relativně silná i na velké vzdálenosti.
  - Přitažlivá i odpuzivá dle náboje.
  - Kvadraticky ubývá se vzdálenosti.
  - Komplexnější popis J. C. Maxwell.
  - V mikrosvětě kvantová elektrodynamika.
    - Přenos energie zprostředkovávají fotony.
    - Popisuje i interakci záření s hmotou.

# Interakce

- Slabá

- Působí na leptony a kvarky.
- Je 2. nejslabší a  $10^{13}$ -krát slabší než silná.
- Je zprostředkovávána bosony  $W$  a  $Z^0$  (mají nenulovou klidovou hmotnost).
- Dosah je velmi omezen (max.  $10^{-18}$  m).
- Je odpovědná za  $\beta$ -rozpad.
- Může se znázornit pomocí Feynmanových diagramů.

# Interakce

- Silná

- Působí pouze mezi kvarky.
- Je nejsilnější s dosahem kolem  $10^{-15}$  m.
- Je zodpovědná za soudržnost jader.
- Je zprostředkována gluony.



# Interakce

- Srovnání síly a dosahu základních interakcí.

Interakce	Relativní velikost	Úbytek	Dosah [m]
Silná	$10^{38}$	$r^{-7}$	$10^{-15}$
Elektromagnetická	$10^{36}$	$r^{-2}$	$\infty$
Slabá	$10^{25}$	$r^{-5} - r^{-7}$	$10^{-18}$
Gravitační	1	$r^{-2}$	$\infty$

- Elektromagnetická a slabá interakce se dají popsat jako projev jediné tzv. elektroslabé interakce.

# Pauza



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$
$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2\pi r}$$
$$k = \frac{p^2}{2m} = \frac{M_r \cdot 10^{-3}}{N_A}$$
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_r \cdot 10^{-3}}}$$
$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = S h p g$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$$
$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$2 \tan \vartheta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$
$$pV = nRT \quad \Psi = \iint \vec{D} \cdot d\vec{S} = AD$$
$$H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$
$$V = c/\lambda \quad \Phi = NBS$$
$$\phi_e = \frac{L}{4\pi r^2}$$
$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L = 2\pi f L$$
$$F_m = \vec{B} I l = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi d} l$$
$$F_g = \frac{m_1 m_2}{r^2}$$
$$U = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{|E_{PA} - E_{PB}|}{q} = \frac{|\varphi_A - \varphi_B|}{q}$$
$$T = \frac{4n_1 n_2}{\dots}$$
$$R = \rho \frac{l}{S}$$
$$\vec{J} = \dots$$
$$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{\partial B}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$
$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$
$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$
$$\lambda^* T = b$$

# Teorie relativity

- Speciální teorie relativity
- Jde pouze o speciální případ, kdy můžeme zanedbat gravitační interakci. Ta je předmětem až obecné teorie relativity.
- Zmíníme si pouze základní úvahy a vzorce plynoucí z STR, které se nám mohou v praxi hodit.

# Teorie relativity

1. Všechny mechanické i elmag. děje dopadnou ve všech inerciálních soustavách stejně. Inerciální soustavy nejsou nijak privilegovány.
  - Pokud v soustavě nepůsobí žádná síla nebo je výslednice sil nulová, pak je těleso v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře. Tato soustava je inerciální.

# Teorie relativity

2. Rychlost světla je ve všech inerciálních soustavách stejná.

- Z těchto 2 principů lze odvodit několik základních vztahů:

- S rostoucí rychlostí roste hmotnost.

$$m = \gamma m_0$$

- S rostoucí rychlostí plyne čas pomaleji.

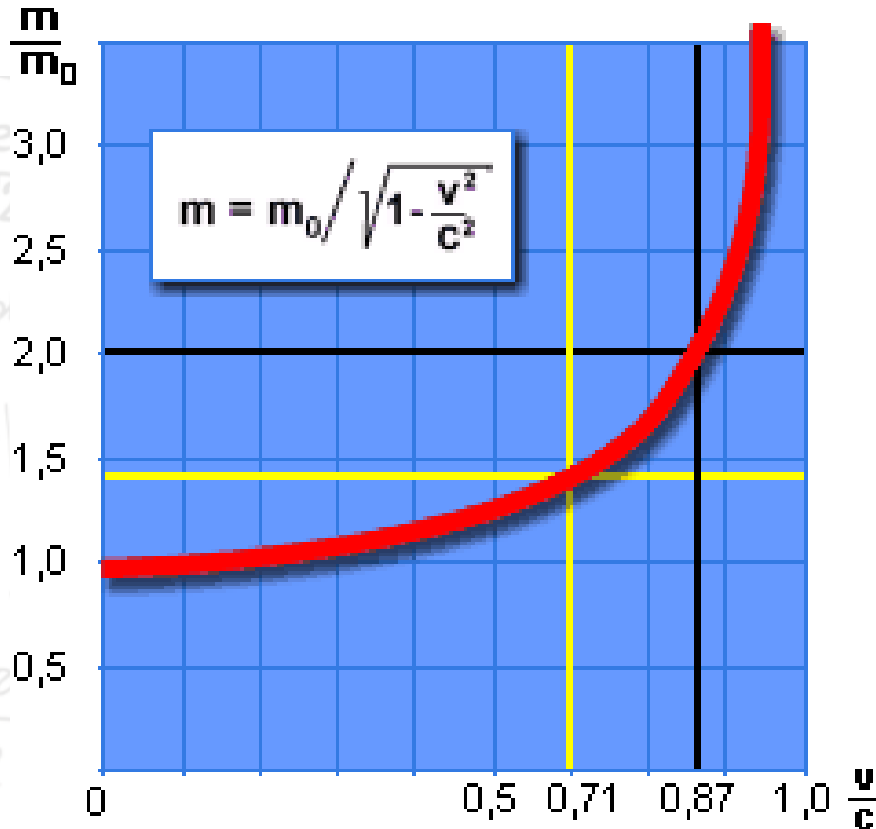
$$t = \gamma t_0$$

- S rostoucí rychlostí se délka tělesa zmenšuje.

$$l = \frac{l_0}{\gamma}$$

# Teorie relativity

- Relativistický  $\gamma$ -faktor  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$



[Podrobněji objev mionu](#)

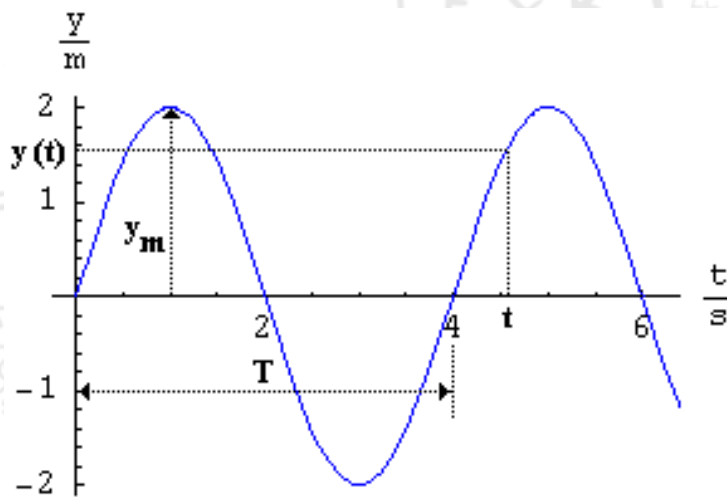
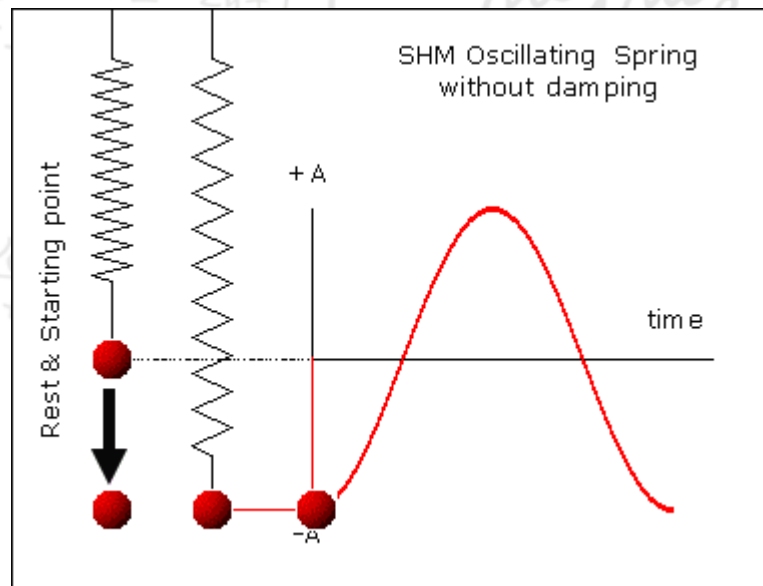
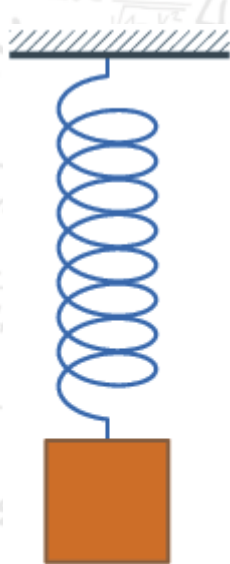
[Podrobněji relativita](#)

# Dualismus a vlnění

- Harmonické kmitání je (obvykle) časová změna nějaké veličiny, která se pravidelně opakuje.
- Kmitavý pohyb popisujeme:
  - Okamžitou výchylkou
  - Amplitudou výchylky
  - Frekvencí (periodou) kmitání
  - Fází kmitání

# Dualismus a vlnění

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$   
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$   
 $U_{ef} = U_m$   
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2\pi r n}$   
 $k = \rho \frac{e^2}{2m} m_0 = \frac{M_m}{N_A}$   
 $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}}$   
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$   
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} d\vec{S}$   
 $C(s)$   
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$   
 $\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h$   
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)}$   
 $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$   
 $S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$



$$y = y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$\rho V = nRT \Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$   
 $H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$   
 $\Delta \varphi = \Delta x = x_2 - x_1$   
 $X_L = \frac{U}{I} = \omega L = 2\pi f L$   
 $l \cdot m_0 = \frac{Q}{ve} \frac{M_m}{N_A}$   
 $(1 + \alpha \Delta t) I = \frac{U}{R}$   
 $\beta = \frac{1}{2} \hbar \sqrt{k/m}$   
 $E_L = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$   
 $1 \text{ AU}$   
 $r$   
 $S \rightarrow R = \frac{U}{I}$   
 $F_v = F^p F_n$   
 $m^2 = U_m^2 \left[ \frac{1}{R^2} + \left( \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right]$   
 $\lambda^* T = b$   
 $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$   
 $u = U_m \sin \omega(t - T) = U_m \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

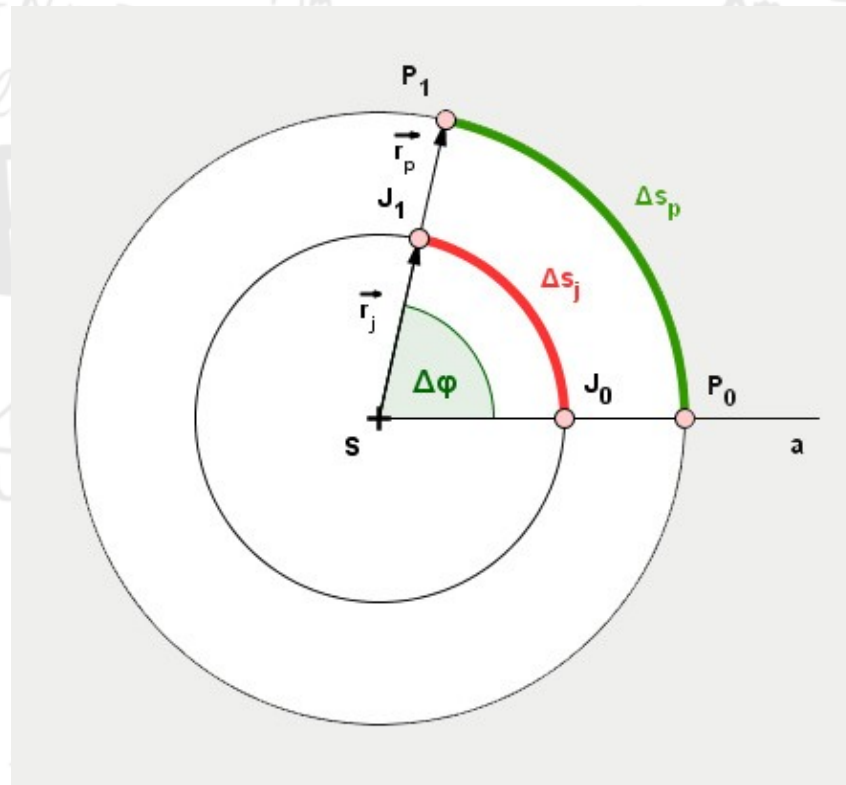


# Dualismus a vlnění

- Perioda (T) – doba za kterou dojde k 1 kmitu.
- Frekvence (f) – převrácená hodnota periody  $f = \frac{1}{T}$  jednotka  $Hz = s^{-1}$ .
- Úhlová rychlost ( $\omega$ ) – velikost úhlu, který bod opíše za 1 s ( $\omega = 2\pi f$ ).
- Fáze kmitání ( $\varphi$ ) – počáteční výchylka kmitání v radiánech.

# Dualismus a vlnění

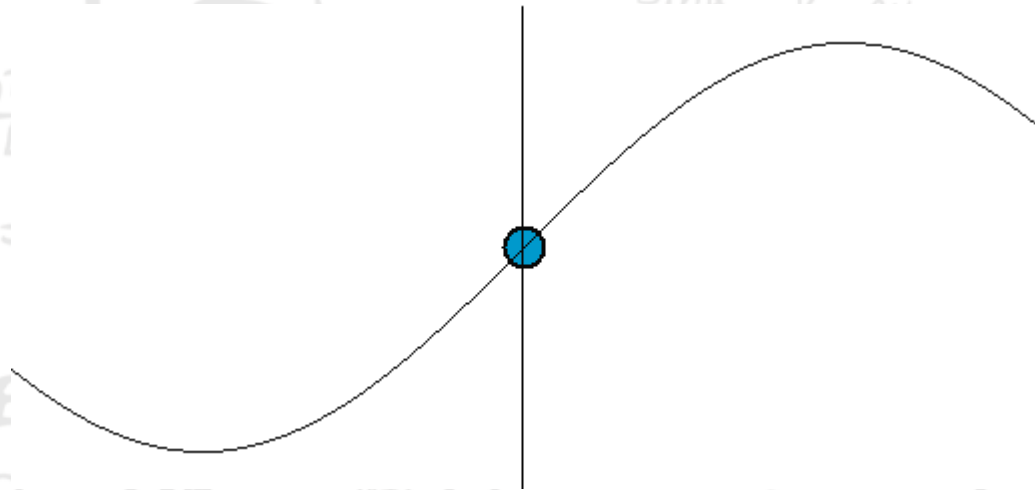
- Jak jednoznačně určit rychlost rotace?



- Úhlová rychlost je řešení

# Dualismus a vlnění

- Vlnění můžeme popsat jako kmitání hmotného bodu, které se pohybuje prostorem.

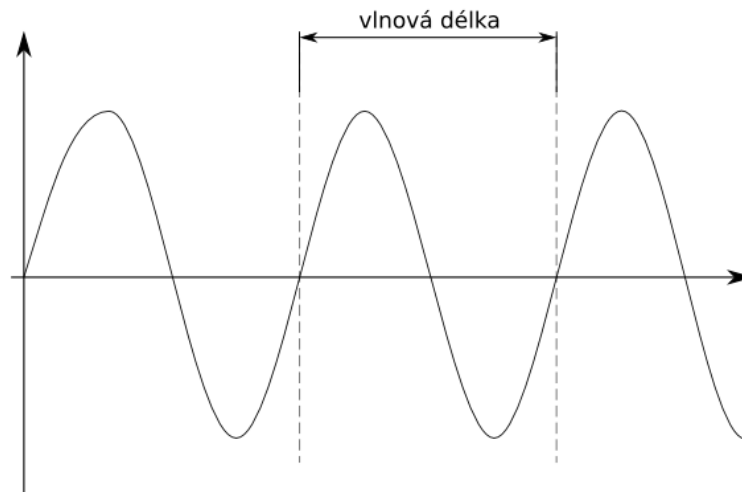


$$y = y_m \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

# Dualismus a vlnění

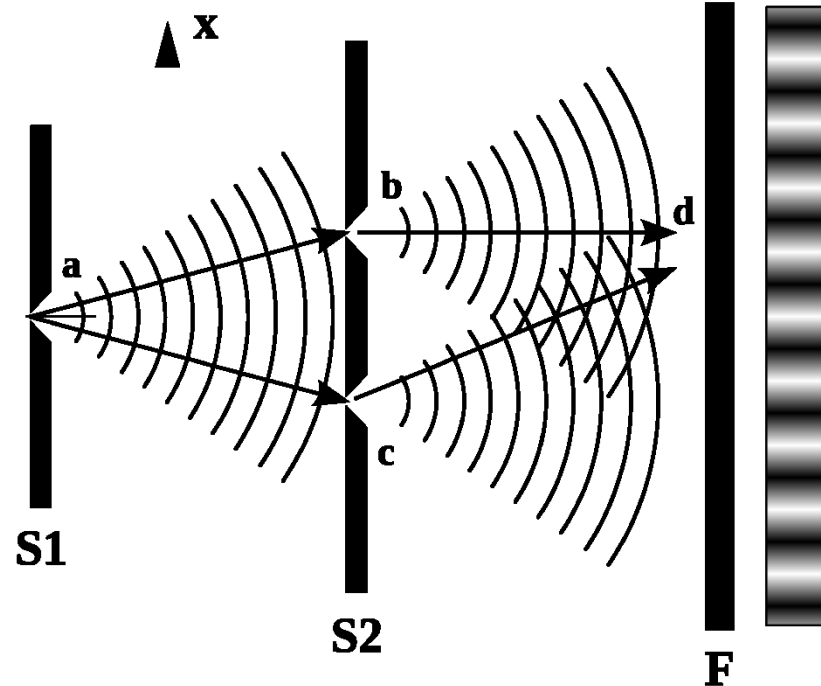
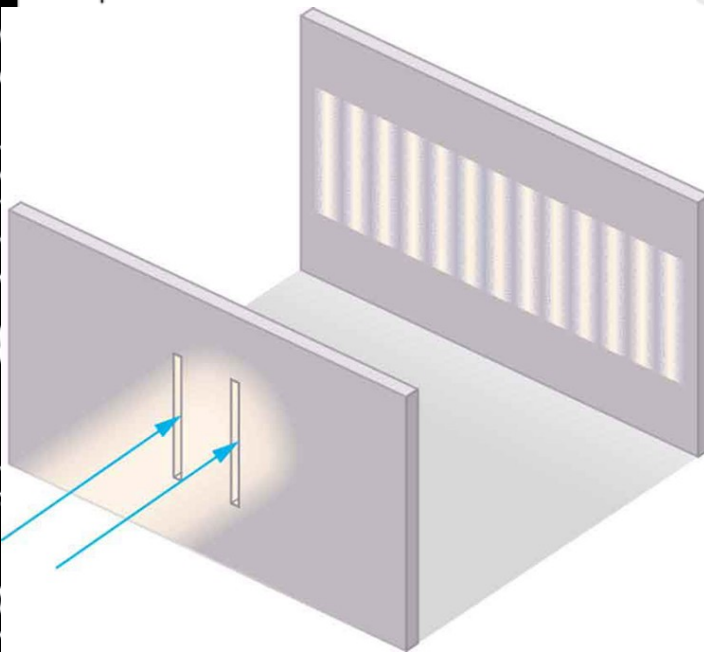
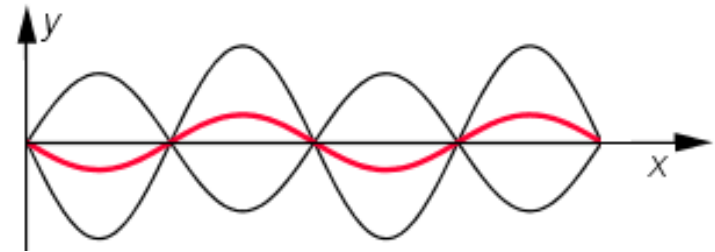
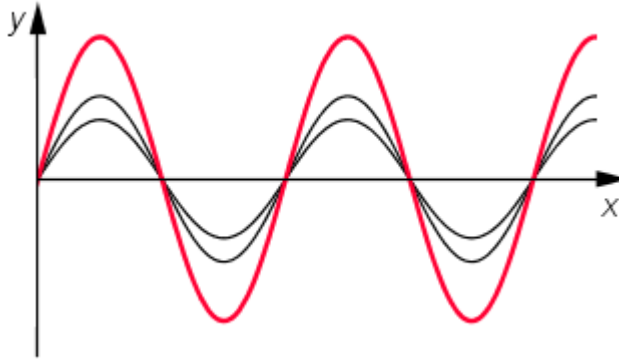
- Vlnová délka ( $\lambda$ ) – Vzdálenost, kterou urazí vlnění při jednom kmitu (neboli za dobu jedné periody).

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} = \frac{2\pi v}{\omega}$$



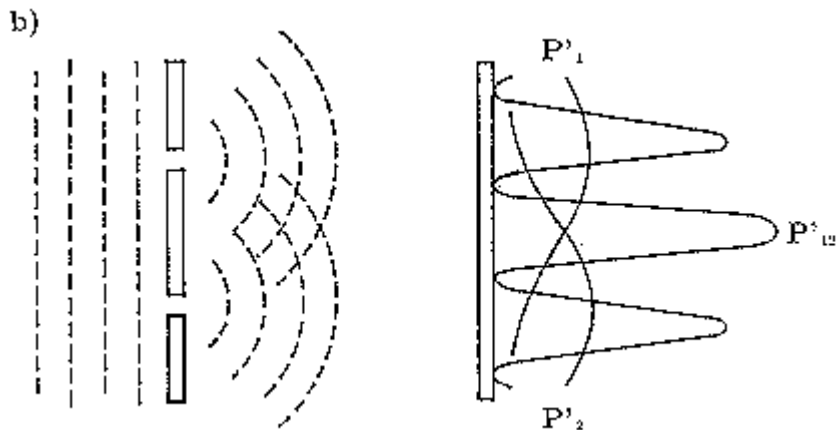
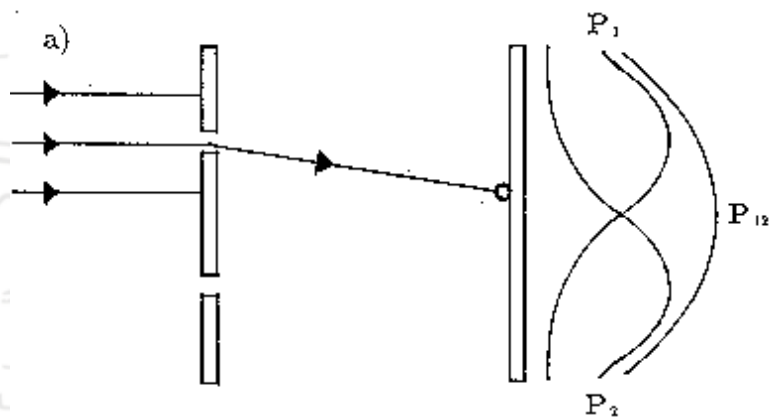
# Dualismus a vlnění

- Interference vlnění



# Dualismus a vlnění

- Co když totéž provedeme s částicemi?



# Dualismus a vlnění

- Louis de Broglie (1924)
- Částice může mít za určitých podmínek vlnový charakter a naopak.
- Pro částici i vlnu jde určit vlnová délka.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$h$  – Planckova kons.



# Zákony zachování

- Ve světě fyziky existuje celá řada zákonů zachování.
- Je důležité vědět, kdy který platí a jak jej použít. Pak jdou fyzikální problémy jednodušeji vyřešit a interpretovat.
- Zmíníme si zde jen pár z následujících
  - Zachování energie, hybnosti, el. náboje, momentu hybnosti, baryonového čísla, leptonového čísla, barevného náboje, symetrie...



# Zákony zachování

- Zákon zachování energie
- Nejznámější a nejjednodušší je zachování mechanické energie, kdy zůstává zachován součet potenciální a kinetické energie systému.

$$E_k + E_p = \textit{konst.}$$

- Ale tento zákon platí i obecně pro libovolný druh energie.

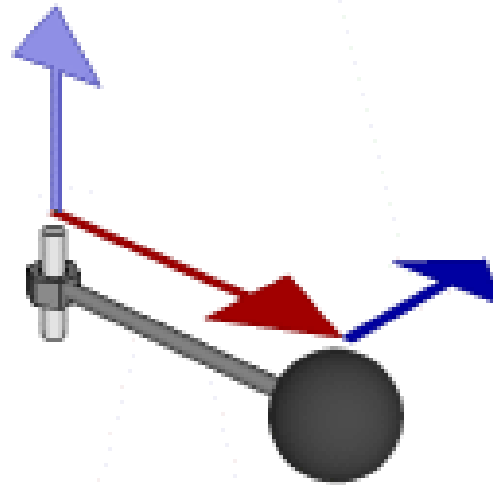
# Zákony zachování

- Zákon zachování hybnosti (ZZH)
- Celková hybnost izolované soustavy se nemění.
- Při práci se ZZH si musíme uvědomit, že hybnost je vektorová veličina a podle toho upravovat výpočty.

$$\Delta \vec{p} = 0$$

# Zákony zachování

- Zákon zachování momentu hybnosti.
- Moment hybnosti ( $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ )
- Popisuje rotační pohyb tělesa.



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

# Zákony zachování

- Zákon zachování momentu hybnosti
- Celkový moment hybnost izolované soustavy se nemění.
- Jedná se o analogii zachování hybnosti, avšak pro rotační pohyb.
- Je-li výsledný moment vnějších sil působících na danou soustavu nulový, pak se celkový moment hybnosti zachovává vzhledem k danému bodu.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$

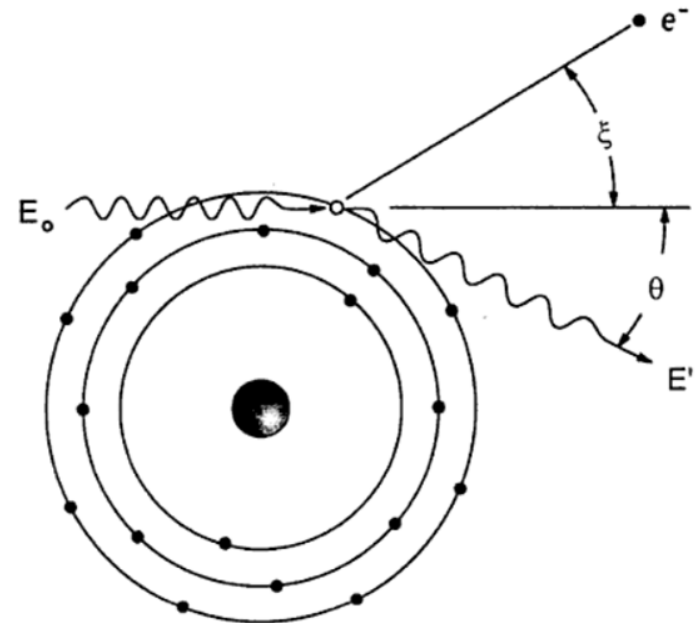
# Zákony zachování

- Zákon zachování el. náboje
- Celkové množství náboje v elektricky izolované soustavě zůstává konstantní.
- Elektrický náboj nelze vytvořit ani zničit, ale pouze přemístit.

$$\frac{dQ}{dt} = 0$$

# Comptonův jev

- Dopadající foton, může interagovat s elektronem z vnější vrstvy atomového obalu, který je slaběji vázán.
- V takovémto případě může dojít k uvolnění elektronu z obalu a k rozptylu fotonu, který změní svou vlnovou délku.



# Comptonův jev

- Tento jev hraje důležitou roli při interakci RTG s látkou (při ozařování pacienta).
- Také se jedná o hezkou demonstraci zákona zachování energie a hybnosti, proto si tento jev podrobněji představíme na cvičení.

# Fotoelektrický jev

- Při dopadu záření o vhodné vlnové délce na materiál (většinou kovy), dochází k uvolňování (emisi) elektronů.
- Podle typu emise rozlišujeme 2 druhy:
  - Vnější, kdy elektrony opouštějí materiál.
  - Vnitřní, kdy elektrony zůstávají v materiálu jako vodivostní elektrony.



# Fotoelektrický jev

- Na přelomu 19. a 20. století bylo experimentálně dokázáno, že kinetická energie elektronů vyražených z materiálu je úměrná frekvenci použitého záření (nikoliv jeho intenzitě).
- Zvyšování intenzity přináší zvýšení počtu emitovaných elektronů, ale nikoliv změnu jejich kinetické energie.
- Toto chování nebyla tehdejší fyzika schopna objasnit.

# Fotoelektrický jev

- Roku 1905 tento jev matematicky popsal A. Einstein.
- Využil nově vznikající kvantové fyziky.
- Energie světla je předávána látce po kvantech (jehož energie je úměrná frekvenci záření).
- Aby byl elektron uvolněn z el. obalu, musí mu být dodána dostatečné energie, která se říká výstupní práce.

# Fotoelektrický jev

- Z toho plyne, že musí existovat prahová frekvence, kdy při nižších hodnotách k emisi elektronů nedojde a při větších hodnotách se kinetická energie elektronu zvyšuje.

$$E_K = E_{\text{světla}} - W_{\text{vys}} = \hbar\omega - \hbar\omega_{\text{prahová}}$$

# Shrnutí

- Máme perfektní přehled o jednotlivých subatomárních částicích, jejich specifík.
- Víme co je antičástice.
- Jsme schopni vysvětlit a důkladně popsat 4 základní typy interakcí, jejich projevy a specifika.

# Shrnutí

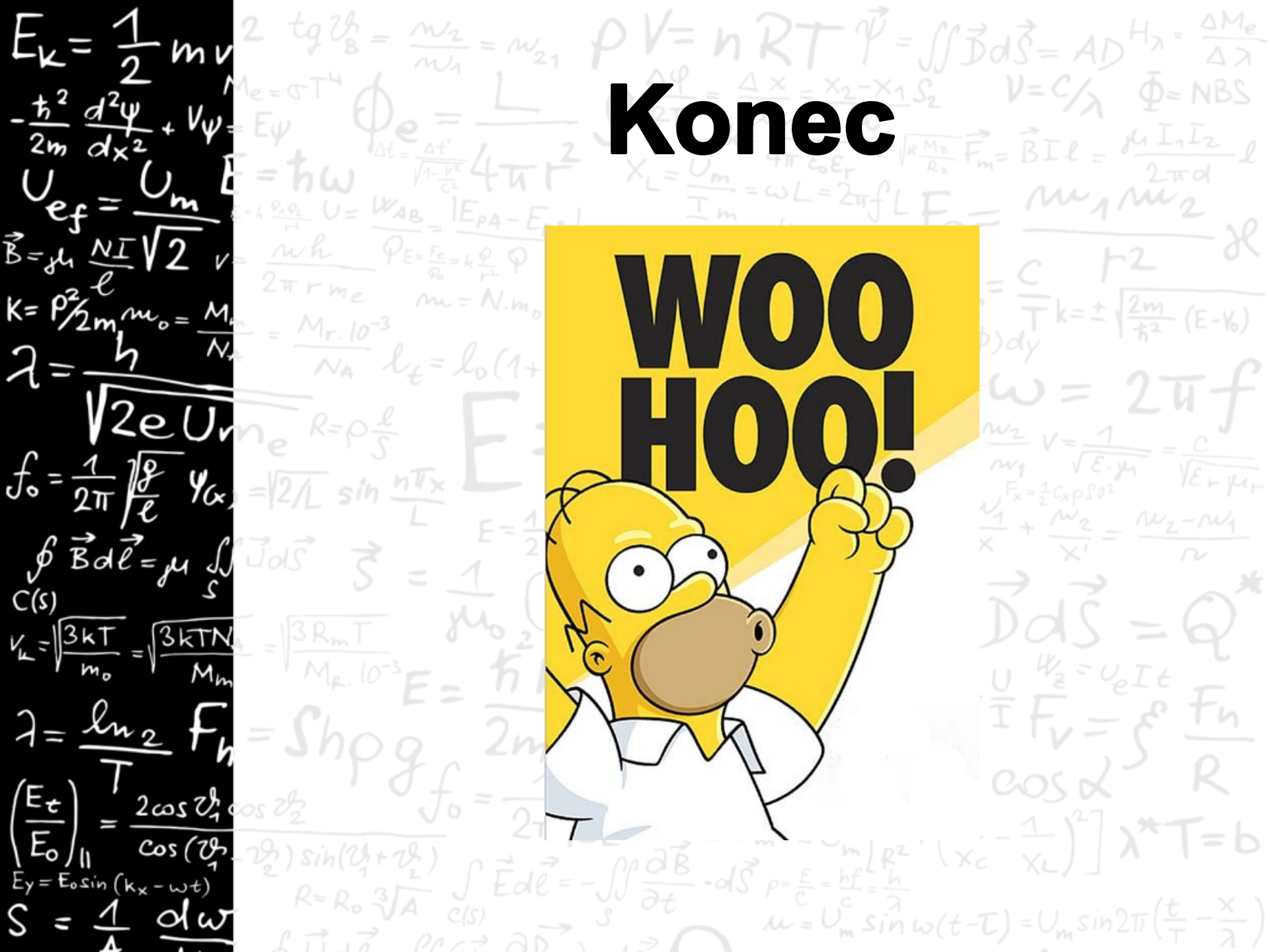
- Máme představu o tom, o čem pojednává speciální teorie relativity, co je relativistický  $\gamma$ -faktor a jak se teorie relativity projevuje.
- Jsme schopni perfektně vysvětlit pojem dualismus jeho podstatu demonstrovat na dvoj-šterbinovém experimentu.

# Shrnutí

- Víme jaké zákony zachování existují, víme kde se uplatňují a umíme je vysvětlit.
- Známe princip Comptonova jevu, jeho vznik umíme popsat na základě zákonů zachování a víme, jak se projevuje.
- Umíme vysvětlit fotoelektrické jevy a popsat je slovně i matematicky.

Konec

WOO  
HOO!



# Dodatky 1

- Kvarky se dělí do 6 základních vůní.

Symbol	Vůně	Klidová hmotnost [MeV/c <sup>2</sup> ]	Elektrický náboj [e]	Projekce Izospinu	Podivnost	Půvab	Krása	Pravda
d	dolů (down)	3,5 – 6	-1/3	-1/2	0	0	0	0
u	nahoru (up)	1,5 – 3,3	2/3	1/2	0	0	0	0
s	podivný (strange)	92,4	-1/3	0	-1	0	0	0
c	půvabný (charm)	1270	2/3	0	0	+1	0	0
b	krásný (beauty)	4200	-1/3	0	0	0	-1	0
t	Pravdivý (truth)	174 980	2/3	0	0	0	0	+1

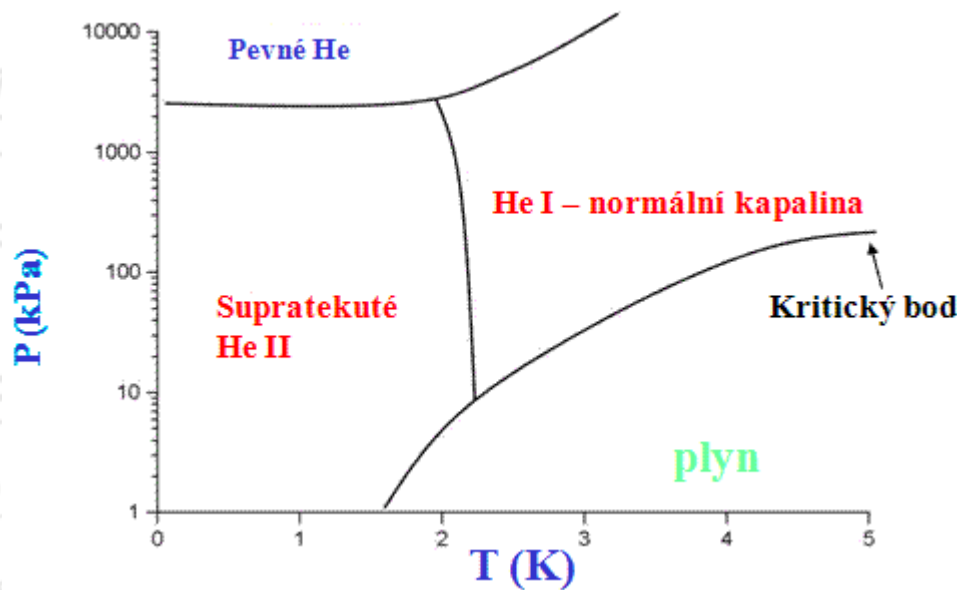


# Dodatky 1

- Kvarky mají několik kvantových čísel.
  - Podivnost, půvab, el. Náboj, barevný náboj, baryonové číslo atp...
  - Barevný náboj je reprezentován 3 barvami (červená, zelená, modrá).
  - Mají tendenci interagovat do „bezbarvého“ stavu (červená, modrá a zelená dají dohromady bezbarvost).
  - Kvark a antikvark se stejnou barvou dají také bezbarvý stav.
- Nemohou existovat samostatně.

# Dodatky 2

- Helium se může nacházet ve 2 různých stavech tekutosti tzv. Helium I a II.



# Dodatky 2

- Helium I se chová jako běžné tekutiny.
- Helium II vykazuje anomální vlastnosti.
  - Nemá téměř žádné vnitřní tření (viskozitu).
  - Má největší tepelnou vodivost ze všech známých látek, což má za následek stejnou teplotu v libovolném místě kapaliny.
- Díky téměř nulové viskozitě dochází ke kapilárnímu jevu, kdy supratekuté hélium „šplhá“ po stěnách nádoby.

# Dodatky 2

- Atomy helia se v tomto stavu začínou chovat jako bosony (ignorují Pauliho vylučovací princip) a mohou se nacházet ve stejném stavu (mít všechna kvantová čísla stejná), což má za následek supratekutý stav.

<https://www.youtube.com/watch?v=oXOpw27Oaul>

Konec 2. dodatku

[zpět](#)

# Dodatky 3

- Objev mionu:
- V roce 1936, při studiu kosmického záření, byla objevena částice, která se v magnetickém poli stáčí ostřeji než proton, ale ne tak ostře jako elektron a má záporný elementární náboj.
- Z toho lze usuzovat, že se její hmotnost nachází někde mezi protonem a elektronem.

# Dodatky 3

- Později byla stanovena střední doba života přibližně na  $2,2 \cdot 10^{-6}$  s.
- Pokud by tato částice letěla rychlostí světla, tak by za svůj „život“ stihla urazit střední dráhu rovnu.  
$$s = ct = 3 \cdot 10^8 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} = 660 \text{ m}$$
- Jenže miony vznikají ve výškách řádově několika desítek kilometrů nad povrchem, takže by neměly dopadnout na povrch.

# Dodatky 3

- Střední doba života se měří vůči inerciální vztažné soustavě (pozorovatel i částice jsou vůči sobě v klidu nebo rovnoměrném přímočarém pohybu).
- Mion ovšem letí rychlostí blízkou rychlosti světla, proto se musí uplatnit zákony speciální teorie relativity.

# Dodatky 3

- Dochází k dilataci času, takže mionu plyne čas pomaleji než pozorovateli na povrchu a jeho střední doba života se nám jeví být delší, než pokud je v klidu.
- Proto je možné jej detekovat.
- Potvrzení STR.



# Dodatky 4

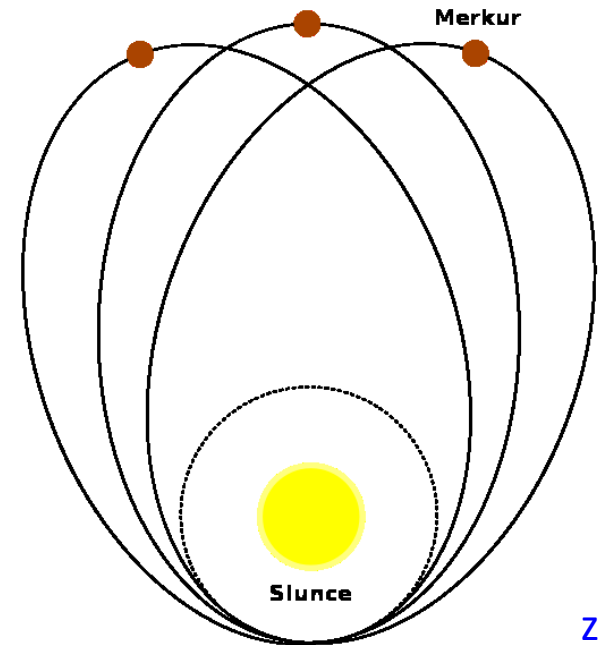
- Teorie relativity byla ve své době velmi kontroverzní a obtížně prokazatelná. I to mohlo sehrát roli při udílení Nobelovy ceny, kterou Einstein získal za vysvětlení fotoelektrického jevu, nikoliv za teorii relativity. Její platnost byla několikrát potvrzena a nebyla doposud vyvrácena.

# Dodatky 4

- Skutečnost, že planety obíhají okolo Slunce po eliptických drahách, formuloval již J. Kepler ve svých zákonech v 17. století.
- Tyto zákony platí vcelku přesně. Ovšem u Merkuru byly pozorovány zajímavé skutečnosti.

# Dodatky 4

- Pouze dráha Merkuru se pozvolná mění (dochází k stáčení perihelia) s rychlostí cca 43 obloukových vteřin za století. Tento jev vysvětlila až obecná teorie relativity (OTR).
- Merkur je tak blízko Slunci, že se zakřivení časoprostoru projevuje víc než u ostatních planet.



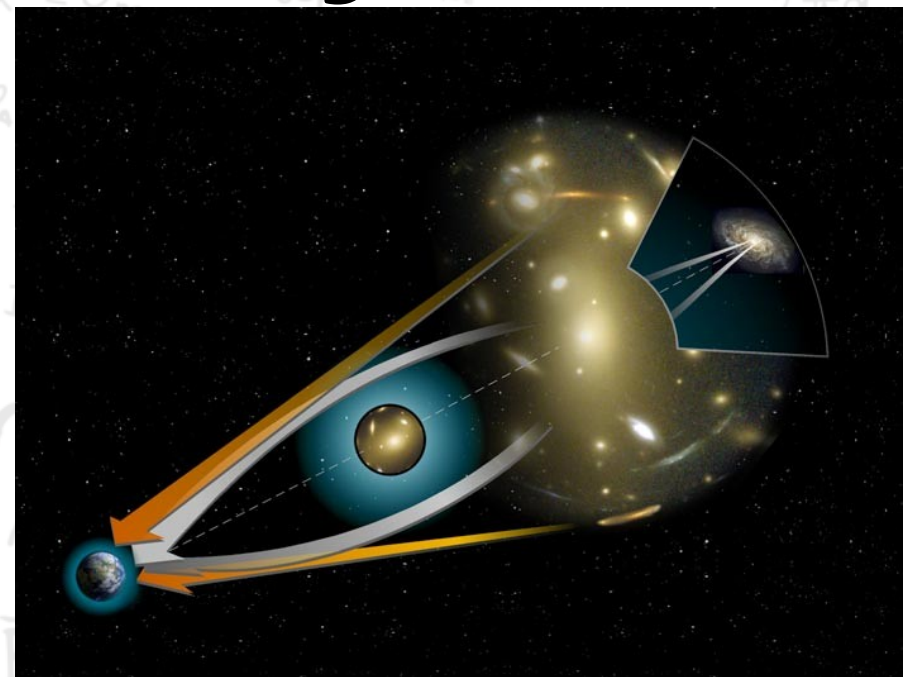
# Dodatky 4

- Silné gravitační pole dokáže ohýbat dráhu elektromagnetického vlnění (světla). Tomuto jevu se říká gravitační čočka.
- Tento jev nastává, pokud se mezi pozorovatelem a objektem nachází velmi hmotný objekt (černá díra, galaxie, kvasary).

# Dodatky 4

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$
$$U_{ef} = \frac{U_m}{2}$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{4\pi r}$$
$$k = \frac{p^2}{2m} m_0 = \frac{M_r \cdot 10^{-3}}{N_A}$$
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}}$$
$$f_c = \frac{1}{T} \nu$$

$$2 \operatorname{tg} \chi_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$
$$M_e = \sigma T^4$$
$$\phi_e = \frac{L}{4\pi r^2}$$
$$U = \frac{W_{AB}}{e} = \frac{|E_{PA} - E_{PB}|}{e}$$
$$\nu = \frac{nh}{2\pi r m_e}$$
$$m = N \cdot m_0 = \frac{Q}{v_e}$$
$$l_t = l_0 (1 + \alpha \Delta t)$$
$$R = \rho \frac{l}{S}$$
$$E = v$$



$$1 \text{ pc} = \frac{1 \text{ AU}}{r}$$
$$S = \frac{U}{I} \quad W_2 = U_e I t$$
$$F_v = \int \frac{F_n}{R}$$
$$M = F d \cos \alpha$$
$$S I_m^2 = U_m^2 \left[ \frac{1}{R^2} + \left( \frac{1}{x_c} - \frac{1}{x_L} \right)^2 \right]$$
$$\lambda^* T = b$$
$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$
$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

[zpět](#)

# Dodatky 4

- Dalším pokusem o ověření platnosti OTR byl Shapirův experiment. Byla měřena doba letu radiových vln, které se odrážely od Venuše. Tyto vlny procházely v těsné blízkosti Slunce a z důsledku pomalejšího plynutí času v blízkosti tak hmotného tělesa mělo dojít ke zpoždění cca 200  $\mu\text{s}$ . Tento čas byl skutečně naměřen.

Konec 4. dodatku.

[zpět](#)

# Dodatky 5

- Maxwellovy rovnice (1865)

Integrální tvar	Diferenciální tvar
$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = I + \frac{d\Psi}{dt}$	$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$	$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$
$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$

Konec 5. dodatku.

[zpět](#)

**Děkuji za pozornost**

**Konec  
3. přednášky**

**Prezentace vznikla v rámci projektu  
fondu rozvoje MU 1515/2014**