Dělte polynomy:

1) $\left(x^5-3x^4+2x^3-x^2+6x-3\right):\left(x+2\right)$

Řešení:

Polynomy dělíme podobně jako čísla.

$$\begin{array}{l} \;\;517 : 15 = 34 + \frac{7}{15} \\ \underline{-45\;\;} \\ \;\;\;\;67 \\ \;\underline{-60\;} \\ \;\;\;\;\;\;7 \end{array}$$

$15\cdot 3 = 45$, proto píšeme do 2. řádku 45 a tento řádek odečítáme od 51. Rozdíl píšeme pod čáru a připisujeme další cifru. $15\cdot 4 = 60$, proto odečítáme 60 a 7 je zbytek. Výsledkem je celé číslo a ryzí zlomek. Po dělení polynomu polynomem NIŽŠÍHO nebo STEJNÉHO stupně dostáváme polynom a ryze lomenou racionální funkci.

$$\left(x^5-3x^4+2x^3-x^2+6x-3\right):\left(x+2\right)=x^4$$
$$x^5+2x^4$$

Protože $x \cdot x^4 = x^5$ píšeme za znaménko rovná se x^4 a do 2. řádku $(x + 2)\cdot x^4$.

$$\begin{array}{l} \left(x^5-3x^4+2x^3-x^2+6x-3\right):\left(x+2\right)=x^4-5x^3 \\ \underline{-\left(x^5+2x^4\right)\qquad\qquad\qquad\qquad} \\ -5x^4+2x^3-x^2+6x-3 \\ -5x^4-10x^3 \end{array}$$

Druhý řádek od prvního odečítáme a sepisujeme pod čáru. Stejným postupem pokračujeme pod čarou: protože $x \cdot (-5x^3) = x^5$ píšeme za znaménko rovná se $-5x^3$ a do 2. řádku $(x + 2)\cdot(-5x^3)$. Řádky od sebe odečítáme až do okamžiku, kdy zbytkový polynom pod čarou lze dělit, v našem případě tedy, dokud nedostaneme polynom stupně 1 – číslo. Do výsledku zapíšeme zbytek ve tvaru ryze lomené racionální funkce.

$$\begin{array}{l} \left(x^5-3x^4+2x^3-x^2+6x-3\right):\left(x+2\right)=x^4-5x^3+12x^2-25x+56-\dfrac{115}{x+2} \\ \underline{-\left(x^5+2x^4\right)\qquad\qquad\qquad\qquad} \\ \underline{-5x^4+2x^3-x^2+6x-3} \\ \underline{+5x^4+10x^3\qquad\qquad\qquad} \\ \qquad\quad 12x^3-x^2+6x-3 \\ \qquad\;\;\underline{-(12x^3+24x^2)\qquad} \\ \qquad\qquad\quad -25x^2+6x-3 \\ \qquad\qquad\quad \underline{+25x^2+50x\quad} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad 56x-3 \\ \qquad\qquad\qquad\;\underline{-(56x+112)} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\;\;-115 \end{array}$$

2) $\left(-8x^4+2x^3-3x^2+7x+1\right):\left(x^2+2x-1\right)$

Řešení:

$$\left(-8x^4+2x^3-3x^2+7x+1\right):\left(x^2+2x-1\right)=-8x^2+18x-47+\frac{119x-46}{x^2+2x-1}$$

$$\underline{-\left(-8x^4-16x^3+8x^2\right)}$$

$$18x^3-11x^2+7x+1$$

$$\underline{-\left(18x^3+36x^2-18x\right)}$$

$$-47x^2+25x+1$$

$$\underline{-\left(-47x^2-94x+47\right)}$$

$$119x-46$$

3) $\left(7x^5-4x^4-x^3-14x^2+2x+1\right):\left(3x^2+2x-4\right)$

Řešení:

$$\left(7x^5-4x^4-x^3-14x^2+2x+1\right):\left(3x^2+2x-4\right)=\frac{7}{3}x^3+\frac{26}{9}x^2-x-\frac{4}{27}-\frac{1}{27}\frac{46x-11}{3x^2+2x-4}$$

$$\underline{-\left(7x^5+\frac{14}{3}x^4-\frac{28}{3}x^3\right)}$$

$$\frac{26}{3}x^4+\frac{25}{3}x^3-14x^2+2x+1$$

$$\underline{-\left(\frac{26}{3}x^4+\frac{52}{9}x^3-\frac{104}{9}x^2\right)}$$

$$-3x^3-\frac{22}{9}x^2+2x+1$$

$$\underline{-\left(-3x^3-2x^2+4x\right)}$$

$$-\frac{4}{9}x^2-2x+1$$

$$\underline{-\left(-\frac{4}{9}x^2-\frac{8}{27}x+\frac{16}{27}\right)}$$

$$-\frac{46}{27}x+\frac{11}{27}$$