ríklad

$\lim_{x \to -2} 3x^2 + 1 = 13$

ak môžeme dosadiť (presnejšie, ak je funkcia spojitá v bode $x_0 = -2$), tak dosadíme a vypočítame.

ríklad

$\lim_{x \to -4} \frac{x}{x+4} = \left\| \frac{-4}{0} \right\|$ limita je typu $\frac{\text{konštanta} \neq 0}{0}$

vyšetríme jednostranné limity:

$\lim_{x \to -4^-} \frac{x}{x+4} = \frac{-4^-}{(-4^-)+4} = \frac{-4^-}{0^-} = \infty$

-4^- … číslo o kúsok menšie ako -4

0^- … číslo o kúsok menšie ako 0

$\lim_{x \to -4^+} \frac{x}{x+4} = \frac{-4^+}{(-4^+)+4} = \frac{-4^+}{0^+} = -\infty$

-4^+ … číslo o kúsok väčšie ako -4

0^+ … číslo o kúsok väčšie ako 0

keďže $\lim_{x \to -4^+} \frac{x}{x+4} \neq \lim_{x \to -4^-} \frac{x}{x+4}$, limita $\lim_{x \to -4} \frac{x}{x+4}$ neexistuje

príklad

$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} = \left\| \frac{1}{0} \right\|$ limita je typu $\frac{\text{konštanta} \neq 0}{0}$

vyšetríme jednostranné limity:

$\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

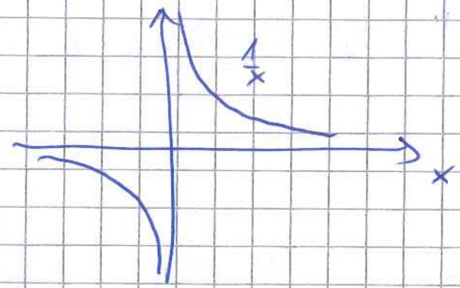
0^- → číslo o kúsok menšie ako 0

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^+} = \infty$$

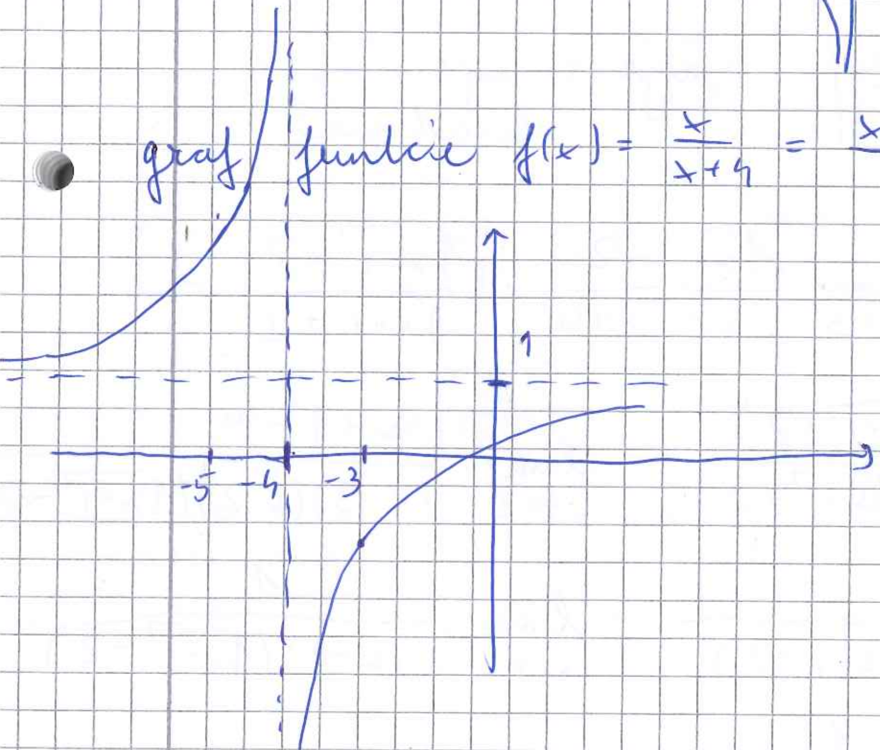
→ číslo o kúsok väčšie ako nula

keďže $\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} \neq \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x}$, limita $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x}$ neexistuje

graf funkcie $\frac{1}{x}$:



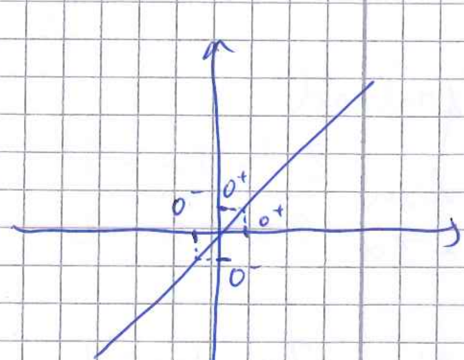
graf funkcie $f(x) = \frac{x}{x+4} = \frac{x+4-4}{x+4} = 1 - \frac{4}{x+4}$



príklad

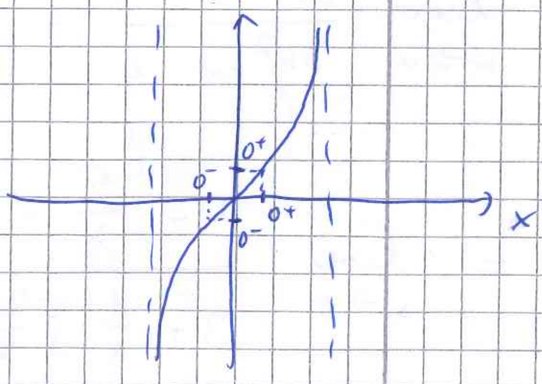
$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x \cdot \operatorname{tg} x} = \left\| \frac{1}{0} \right\|$$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x \cdot \operatorname{tg} x} = \frac{1}{0^- \cdot 0^-} = \frac{1}{0^+} = \infty$$



$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x \cdot \operatorname{tg} x} = \frac{1}{0^+ \cdot 0^+} = \frac{1}{0^+} = \infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 0} \frac{1}{x \operatorname{tg} x} = \infty$$



říklad

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-3x+2} = \left\| \frac{0}{0} \right\|$$ výraz upravíme a dosadíme

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-3x+2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+3)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \to 2} \frac{x+3}{x-1} =$$

$$= \frac{2+3}{2-1} = 5$$

príklad

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-5x+6} = \left\| \frac{0}{0} \right\|$$ výraz upravíme a dosadíme

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-5x+6} = \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-5x+6} \cdot \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x+1}+2} =$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}{(x-3)(x-2)\cdot(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x \to 3} \frac{x+1-4}{(x-3)(x-2)(\sqrt{x+1}+2)}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{x-3}{(x-3)(x-2)(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x \to 3} \frac{1}{(x-2)(\sqrt{x+1}+2)}$$

$$= \frac{1}{(3-2)(\sqrt{3+1}+2)} = \frac{1}{4}$$

príklad

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2-5x+1}{3x^2+x-2} = \left\| \frac{\infty}{\infty} \right\|$$ vyjmeme najvyšší mocninu

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2-5x+1}{3x^2+x-2} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2\left(2-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(3+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\right)} =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{2-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}{3+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right) = 2-\lim_{x\to\infty}\frac{5}{x}+\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^2} = 2-0+0=2$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(3+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\right) = 3+\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}-\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x^2} = 3+0-0=3$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{2-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}{3+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}} = \frac{\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}{\lim_{x\to\infty}\left(3+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\right)} = \frac{2}{3}$$

príklad

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+5}{x^3-2x+1} = \left\|\frac{\infty}{-\infty}\right\|$$ vyjmeme najvyššiu mocninu v čitateli

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+5}{x^3-2x+1} = \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2\left(1+\frac{5}{x^2}\right)}{x^2\left(x-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\frac{1+\underbrace{\frac{5}{x^2}}_{\to 0}}{\underbrace{x}_{-\infty}-\underbrace{\frac{2}{x}}_{0}+\underbrace{\frac{1}{x^2}}_{0}} = \left(\begin{array}{c}\text{rovnako ako}\\ \text{v predošlom}\\ \text{príklade}\end{array}\right) = \frac{1}{-\infty} = 0$$

príklad

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^3-2x^2+1}{x^2+5x-2} = \left\|\frac{\infty}{\infty}\right\|$$ vyjmeme najvyššiu mocninu v menovateli

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^3-2x^2+1}{x^2+5x-2} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2\left(3x-2+\frac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(1+\frac{5}{x}-\frac{2}{x^2}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{3x-2+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{5}{x}-\frac{2}{x^2}} = \left(\begin{array}{c}\text{rovnako ako v}\\ \text{predošlom}\\ \text{príklade}\end{array}\right)$$

$$= \frac{3\cdot\infty-2+0}{1+0-0} = \infty$$

príklad

$$\lim_{x\to\infty} x^3-5x^2+2 = \infty - \infty$$

$$\lim_{x\to\infty} x^3-5x^2+2 = \lim_{x\to\infty} x^2\left(x-5+\frac{2}{x}\right) =$$

$$= \infty\cdot(\infty-5+0) = \infty$$

príklad

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = \left\|\frac{0}{0}\right\| \quad \text{upravíme}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{x} = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\cdot\frac{1}{\cos x}\right) =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{1}{\cos x} = 1\cdot 1 = 1$$

$\downarrow$ vzorec $\qquad$ $\downarrow$ dosadíme

príklad

$$\lim_{x\to\infty} 2^{\frac{3x}{x+2}}$$

$$\lim_{x\to\infty} 2^{\frac{3x}{x+2}} = \left(\begin{array}{l}\text{funkcia } 2^x \text{ je spojitá, takže} \\ \text{môžeme zameniť poradie} \\ \text{výpočtu limity a funkčnej} \\ \text{hodnoty: } \lim_{x\to x_0} 2^{f(x)} = 2^{\lim_{x\to x_0} f(x)}\end{array}\right) =$$

$$= 2^{\lim_{x\to\infty}\frac{3x}{x+2}} = 2^3 = 8$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x}{x+2} = \lim_{x\to\infty}\frac{x\cdot 3}{x\left(1+\frac{2}{x}\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{3}{1+\frac{2}{x}} = 3$$