

Radiologická fyzika a radiobiologie

8. přednáška



Prohloubení principů MRI

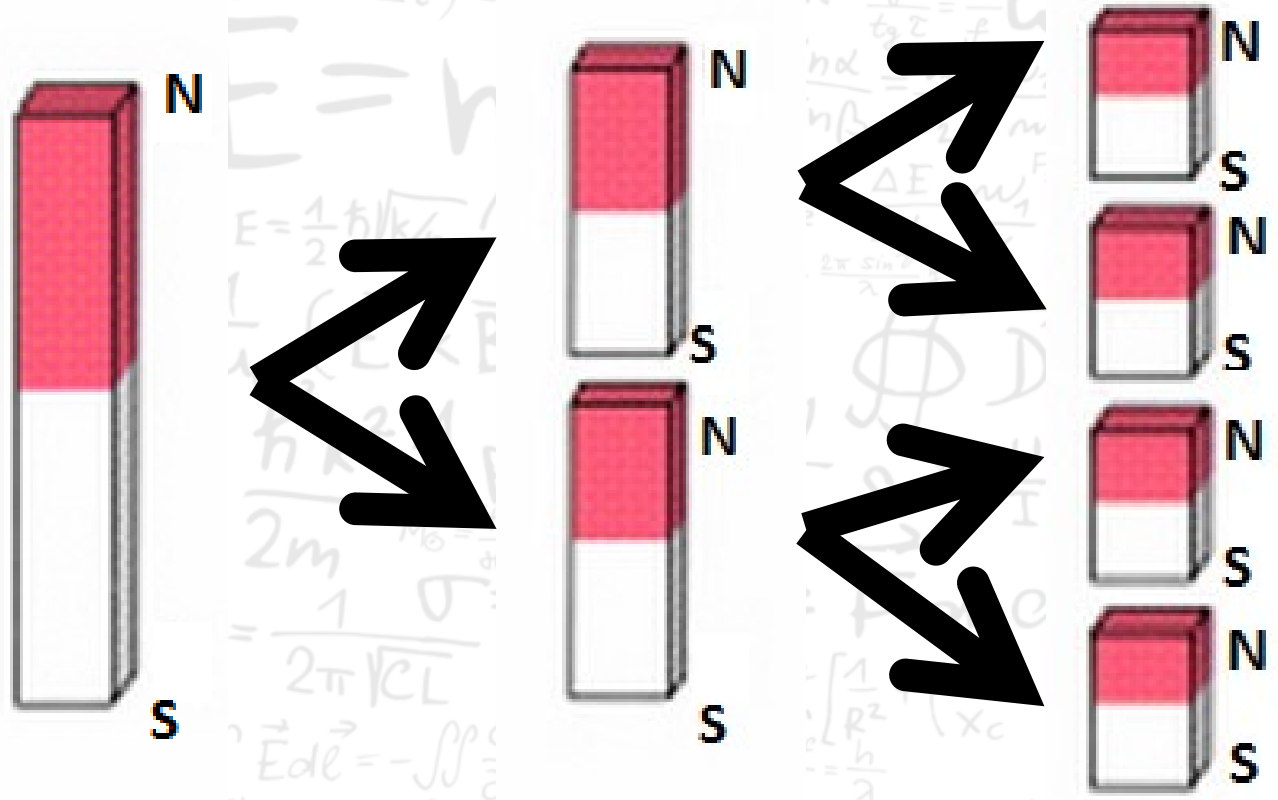


$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$
$$U_{ef} = \frac{U_m}{2}$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2\pi r}$$
$$k = \rho \frac{e^2}{2m} m_0 = \frac{M_r}{N_A}$$
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} d\vec{S}$$
$$C(s)$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$$
$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = S h p$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0} \right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$$
$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{d\omega}{dt}$$

$$2 \operatorname{tg} \vartheta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$
$$\rho V = n R T \quad \Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = A D$$
$$H_\lambda = \frac{\Delta M_e}{\Delta \lambda}$$
$$\Phi = N B S$$
$$V = c/\lambda$$
$$U = W_{AB} = |E_A - E_B| = |V_A - V_B|$$
$$T = \frac{4 n_1 n_2}{n_1 + n_2}$$
$$F_g = \frac{1}{\mu_1 \mu_2}$$
$$f_2$$
$$2\pi f$$
$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon + \mu_r}} = \frac{c}{v}$$
$$= \frac{\omega_2 - \omega_1}{v}$$
$$= Q^*$$
$$U_e I t$$
$$\int \frac{F_n}{R}$$
$$\lambda^* T = b$$
$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Opakování

- Magnetický moment má dipólový charakter.



$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$
 $U_{ef} = U_m$
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r}$
 $k = \frac{p^2}{2m} \mu_0 = \frac{M_m}{N_A}$
 $\lambda = \frac{h}{m v}$
 $\sqrt{2eU_m}$
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e}}$
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} d\vec{s}$
 $C(s)$
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$
 $\lambda = \frac{h \ln 2}{T} F_h =$
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)}$
 $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$
 $S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$

Opakování

- Faradayův zákon elektromagnetické indukce (1831):

$$U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

- Změna magnetického indukčního toku:

- Přibližujeme-li se s magnetem k cívce mění se magnetický tok plochou cívky.
- Neboli cívkou „prochází více“ siločar.
- Pokud se oddalujeme tak magnetický tok klesá (cívkou „prochází méně“ siločar).

- Změna za čas:

- Čím rychleji se přibližujeme, tím rychleji se mění magnetický indukční tok.

Opakování

- Magnetický moment (μ)
 - Charakterizuje zdroj magnetického pole.
 - Vektorová veličina.
- Elektrony „obíhají“ kolem jádra (analogie s proudovou smyčkou).
 - Orbitální mag. moment (μ_L)
- Elektrony mají vnitřní moment hybnosti („rotace kolem osy“).
 - Spinový mag. moment (μ_S)
- Nukleony mají vnitřní moment hybnosti („rotace kolem osy“).
 - Jaderný mag. moment

Opakování

- I nukleony mají spin.
 - Vnitřní moment hybnosti („rotace kolem osy“).
 - Je kvantovaný (může nabývat jen přesně daných hodnot).
 - Je to vektor.
 - Nukleony jsou fermiony (musí splňovat Pauliho vylučovací princip).
 - Žádné 2 nerozlišitelné fermiony nemohou být ve stejném kvantovém stavu.

Opakování

- Magnetický moment jádra je spojen s celkovým vektorem spinu:

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{S}$$

- γ – gyromagnetický poměr [Hz T^{-1}]
- Nebo pomocí Bohrova magnetonu.
 - Mag. moment volného elektronu.

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ JT}^{-1}$$

- <http://www.periodictable.com/Isotopes/092.238/index.html>

Opakování

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$

$$U_{ef} = U_m$$

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{r}$$

$$2 \operatorname{tg} \varphi_B = \frac{w_2}{w_1} = w_{21}$$

$$pV = nRT$$

$$\vec{\Psi} = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$$

$$H_\lambda = \frac{\Delta M_e}{\Delta \lambda}$$

$$V = c/\lambda$$

$$\Phi = NBS$$

$$e = -\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$4\pi r^2$$

$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L = 2\pi fL$$

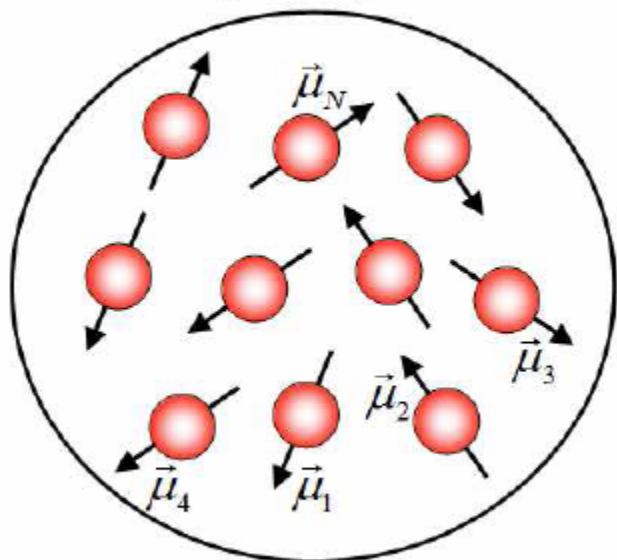
$$I_m = \frac{BIL}{\mu_0} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l$$

$$U = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{|E_{PA} - E_{PB}|}{q} = |\varphi_A - \varphi_B|$$

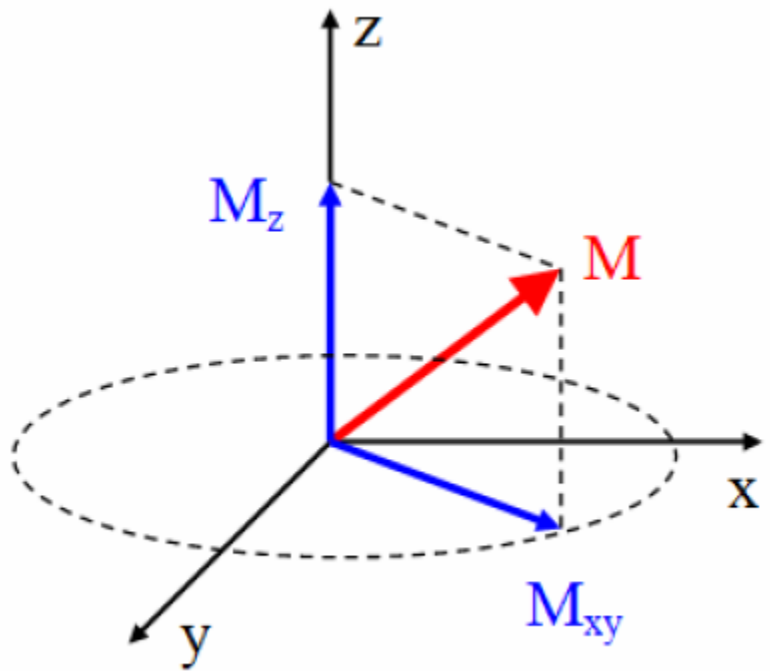
$$T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

$$F_g = \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

N = počet částic v látce
 V = objem látky



$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \vec{\mu}_i$$



$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$j_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{\epsilon L}}$$

$$\int \vec{E} d\vec{l} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$R = R_0 \sqrt[3]{A}$$

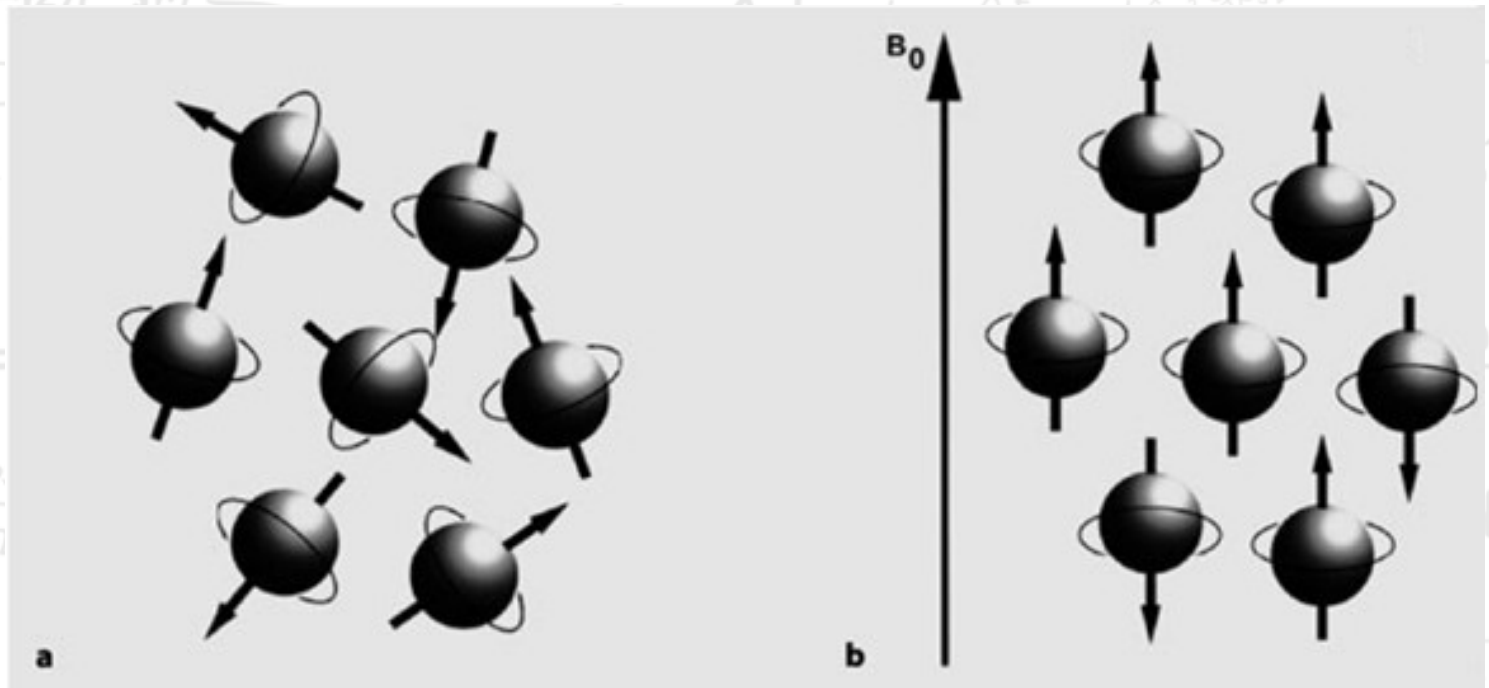
$$S_{I_m^2} = U_m^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right]$$

$$\rho = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

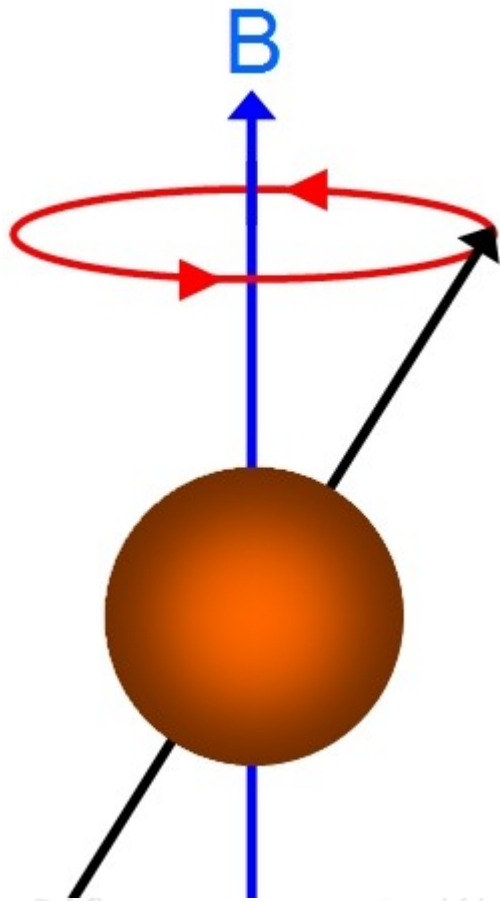
Opakování

- Orientace mag. momentů v silném vnějším statickém mag. poli
 - Střelka kompasu
 - Magnetický moment jádra



Opakování

- Bližší pohled na jádro:



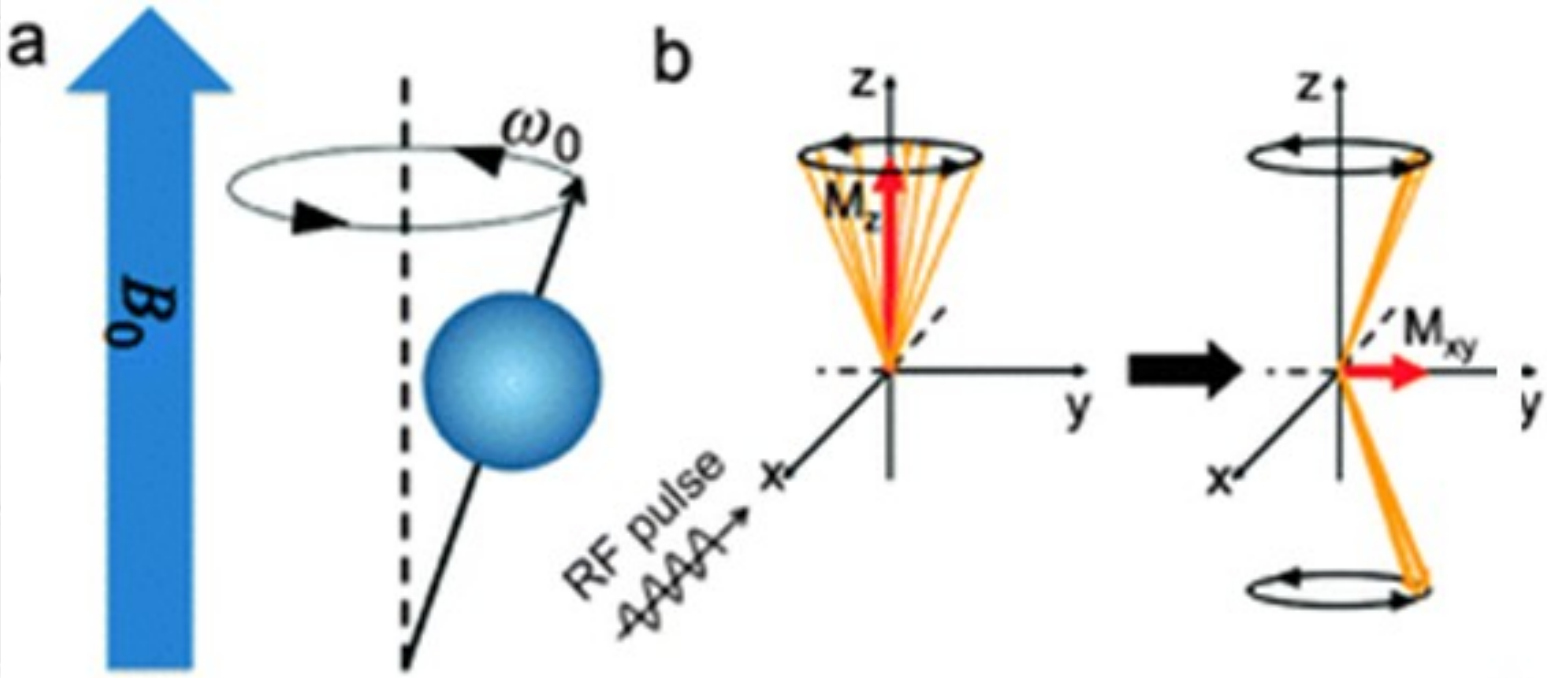
$$f_L = \frac{\gamma}{2\pi} B_0$$

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$
 $U_{ef} = U_m$
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r}$
 $k = \frac{p^2}{2m} m_0 = \frac{M_0}{N_A}$
 $\lambda = \frac{h}{p}$
 $\sqrt{2eUm_e}$
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e}}$
 $\psi(\alpha) = \sqrt{2/L}$
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} d\vec{S}$
 $C(s)$
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}} = \sqrt{\frac{3R}{M}}$
 $\lambda = \frac{h \ln 2}{T} F_h = S/h$
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin \vartheta_2}$
 $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$
 $S = \frac{1}{A} \frac{d\omega}{dt}$

$2 \operatorname{tg} \vartheta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$
 $\rho V = nRT \Psi = \iint \vec{J} d\vec{S} = AD$
 $H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$
 $\Phi = NBS$
 $V = c/\lambda$
 $\vec{B} I l = \frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi d}$
 $X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L = 2\pi f L$
 $F_g = \frac{m_1 m_2}{r^2}$
 $R_m = \frac{C}{T} k = \pm \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)}$
 $E = \frac{E_c}{a} \int \sin(\omega t + \phi) dy$
 $\frac{U_e}{2+R_i} = \frac{1}{\operatorname{tg} \tau} = \frac{d}{f}$
 $\omega = 2\pi f$
 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}}$
 ΔI_C
 ΔI_B
 $E_k = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$
 $= \frac{1 \text{ AU}}{r} \frac{M}{S} R = \frac{U}{I} \frac{U_2}{U_1} = U_e I t$
 $\vec{M} = \vec{F} d \cos \alpha$
 $\int \frac{F_n}{R}$
 $S I_m^2 = U_m^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right] \lambda^* T = b$
 $d\vec{S} = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$
 $u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

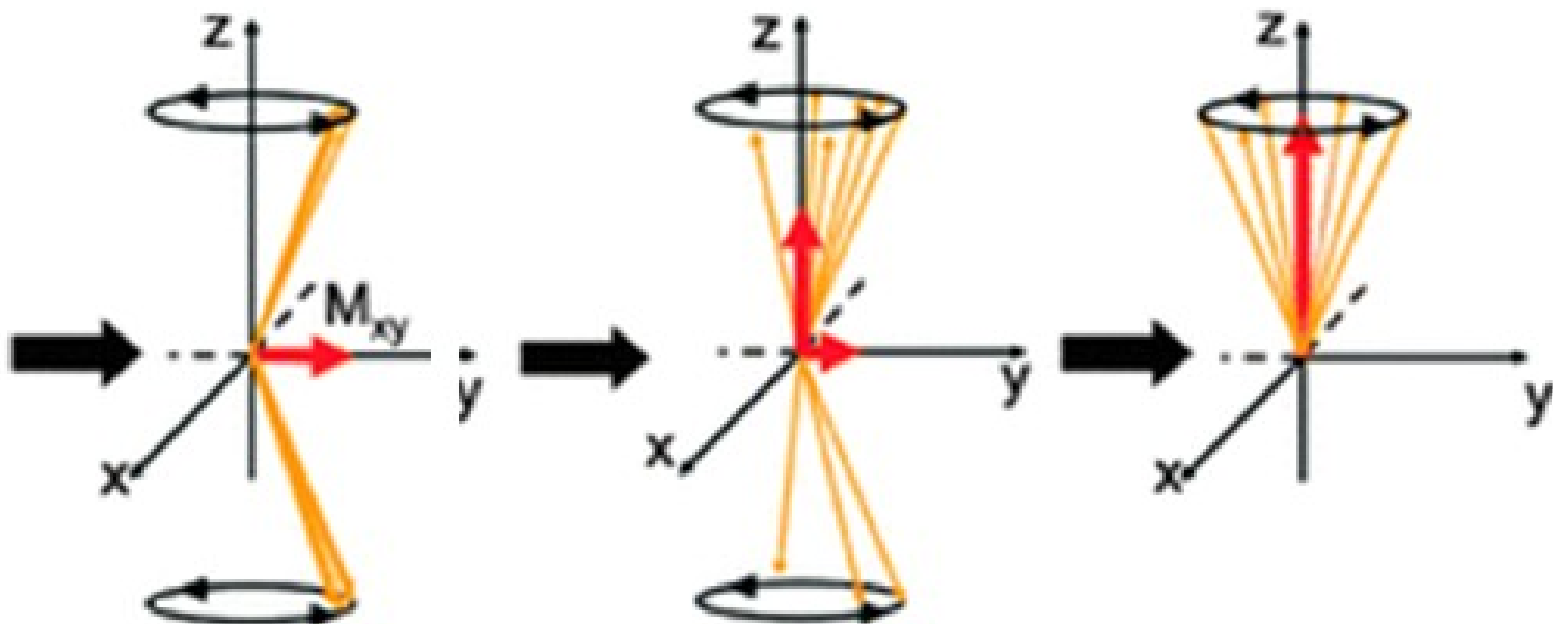
Opakování

- Bližší pohled:



Opakování

- Bližší pohled:

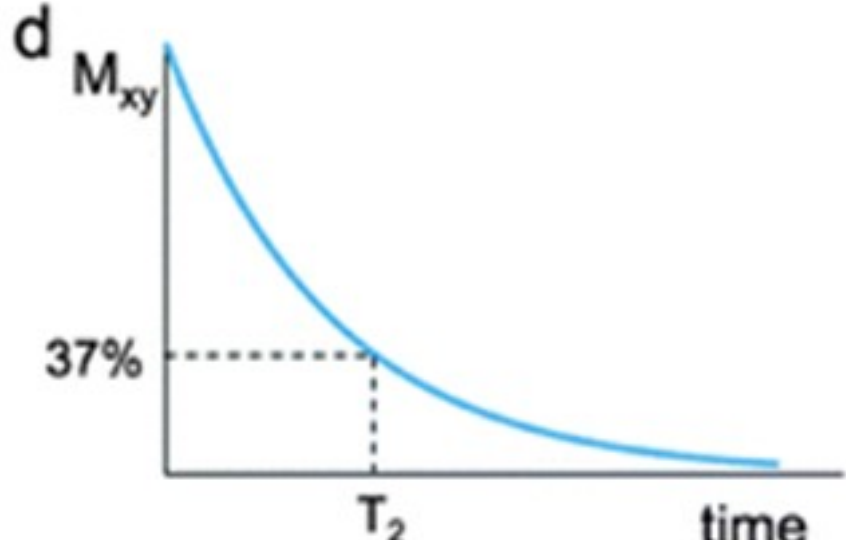
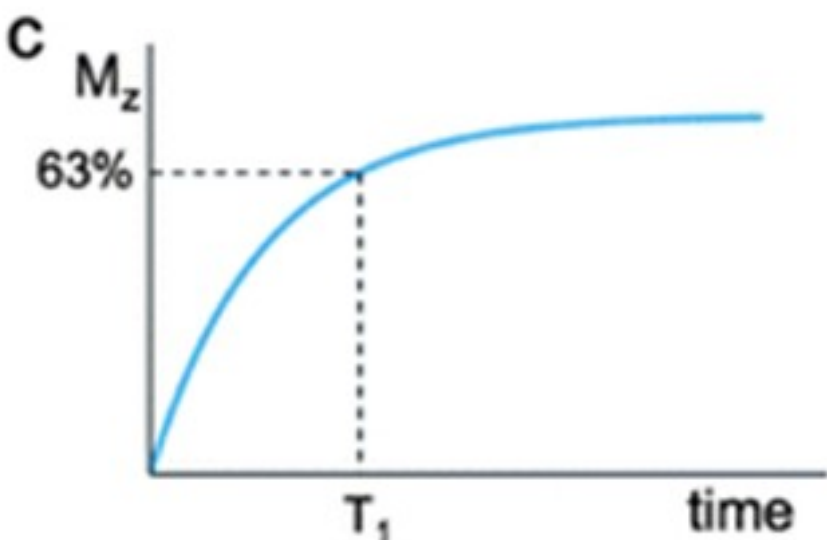
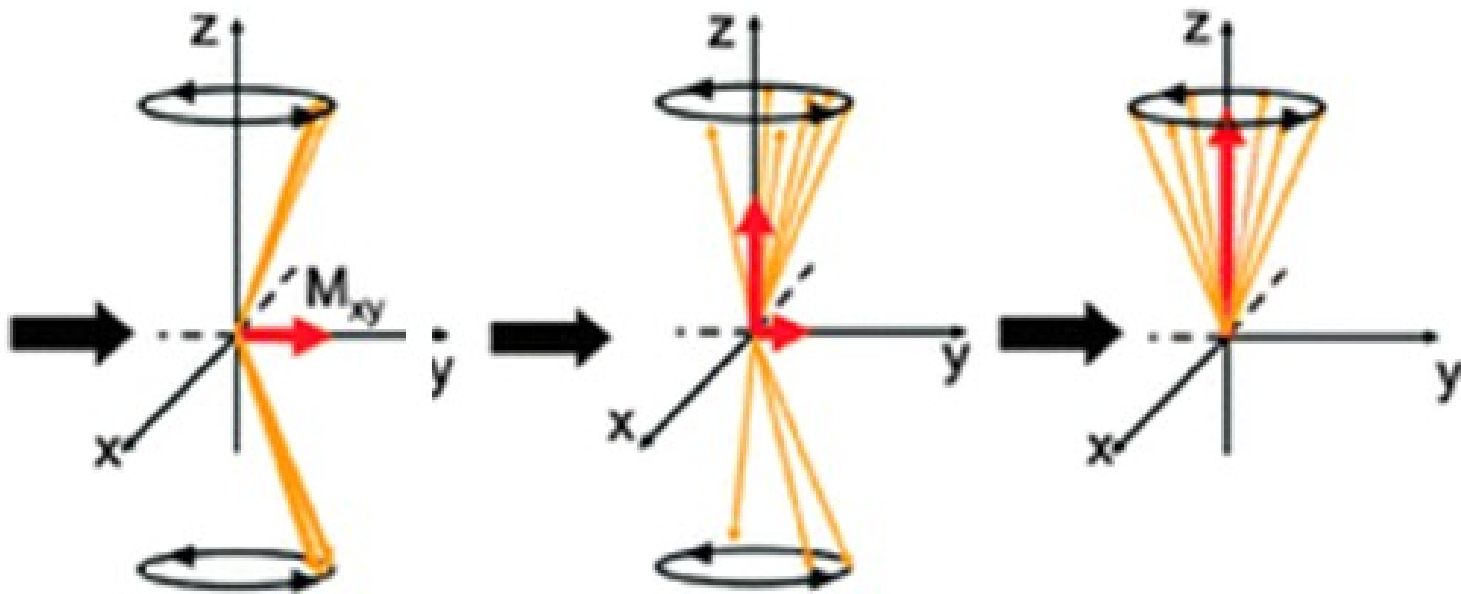


$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$
$$U_{ef} = U_m$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2\pi r}$$
$$k = \frac{p^2}{2m} m_0 = \frac{M_m}{N}$$
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eU}}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{C}(s) ds$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN}{M_m}}$$
$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$$
$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{d\omega}{dt}$$

$$2 \operatorname{tg} \vartheta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$
$$\rho V = n R T \quad \Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$$
$$H_{\lambda} = \frac{\Delta M_e}{\Delta \lambda}$$
$$\Phi = NBS$$
$$\vec{e} = \frac{L}{4\pi r^2}$$
$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L = 2\pi f L$$
$$F_g = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi d}$$
$$U = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{|E_{PA} - E_{PB}|}{q} = \frac{|\varphi_A - \varphi_B|}{q}$$
$$I_m = \frac{4n_1 n_2}{(n_2 + n_1)^2}$$
$$F_g = \frac{m_1 m_2}{r^2}$$
$$R_m = \frac{C}{T} k = \pm \sqrt{2m} (c-v)$$
$$M_m = N m_0$$
$$S I_m^2 = U_m^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right]$$
$$\lambda^* T = b$$
$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$
$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$
$$\int \vec{E} d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$
$$R = R_0 \sqrt[3]{A}$$
$$\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$\vec{p} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Opakování

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$
$$U_{ef} = U_m$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2r}$$
$$k = \frac{p^2}{2m} = \frac{M_p}{\lambda}$$
$$\lambda = \frac{h}{p}$$
$$v = \frac{\sqrt{2eUm}}{m}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$



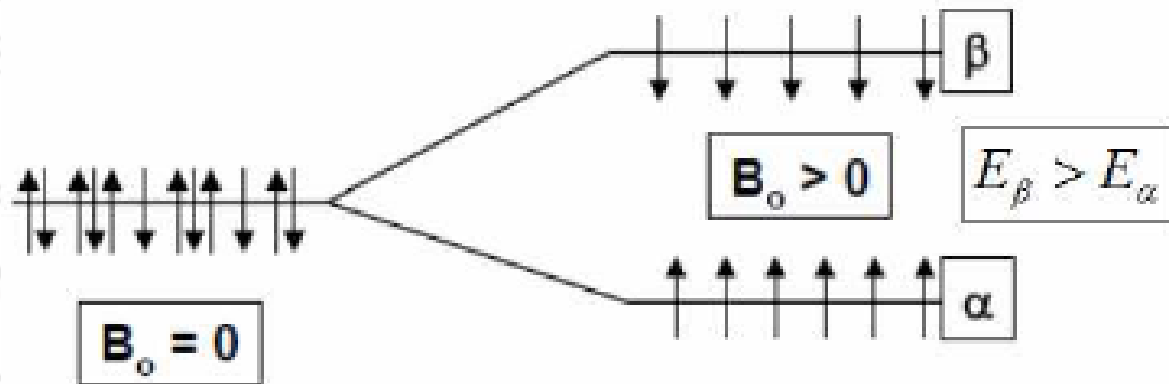
Interakce s B_0

- Vložíme-li látku do B_0 tak se magnetické momenty jader orientují po/proti směru pole B_0 .
- Dojde k tzv. Zeemanově jevu (rozštěpení energetických hladin). To znamená, že orientace po směru je energeticky výhodnější než proti směru.
- Kolik jader bude orientováno po/proti směru pole B_0 ?

[Podrobněji](#)

Interakce s B_0

- Rozštěpení energetických hladin:



- Více jader bude mít magnetický moment orientován po směru pole B_0 (stav α).
- Proč některé jádra mají magnetický moment orientován proti B_0 ?

Interakce s B_0

- Protože je $T > 0$ K, tak existuje tzv. tepelný pohyb částic.
- Přirovnání:
 - Pokud má částice vyšší kinetickou energii než druhá, pak je i její celková energie vyšší a ona může dosáhnout na vyšší energetické stavy. Z termodynamiky víme, že kinetická energie je úměrná termodynamické teplotě.

Interakce s B_0

- Rozdělení jader do energetických stavů podléhá Boltzmannovu rozdělovacímu zákonu:

$$\frac{N_\alpha}{N_\beta} = e^{\left(\frac{\Delta E}{k_B T}\right)}$$

- Kde $N_{\alpha\beta}$ jsou počty jader v daných energetických stavech, k_B je Boltzmannova konstanta, T je termodynamická teplota a ΔE je rozdíl energií daných energetických hladin.

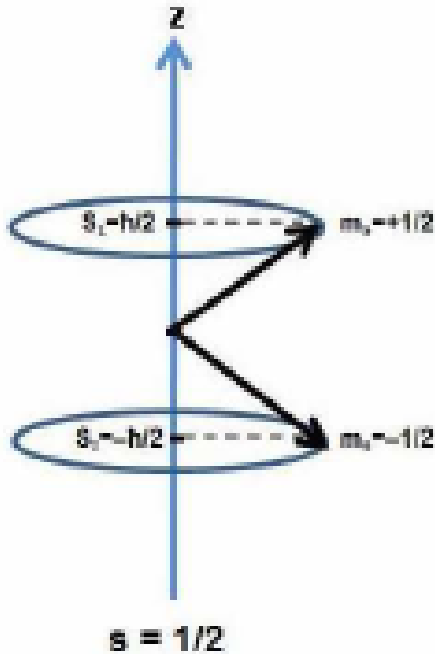
$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

Interakce s B_0

Nesouhlasná orientace:

Stav má vyšší energii, ale nachází se v něm méně částic

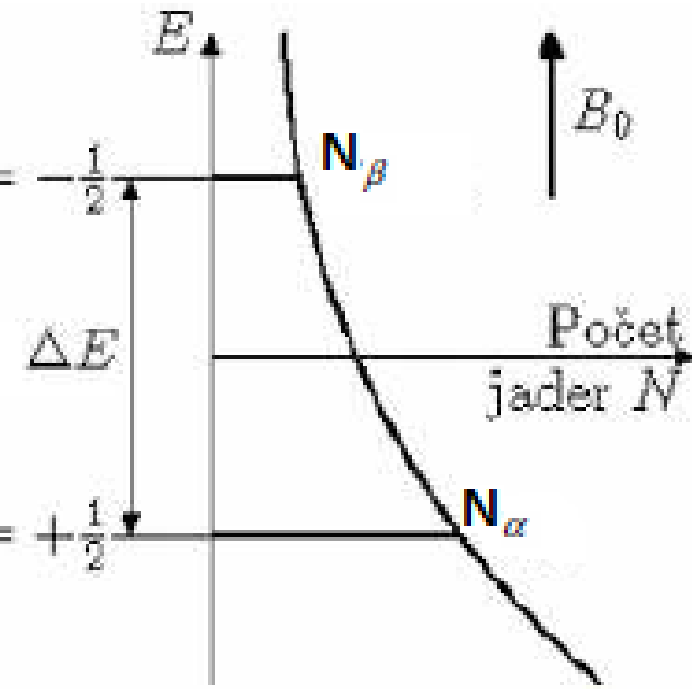


E_β

$$m = -\frac{1}{2}$$

E_α

$$m = +\frac{1}{2}$$



Souhlasná orientace:

Stav má nižší energii, ale nachází se v něm více částic

$$\Delta E = \gamma \hbar B_0$$

Interakce s B_0

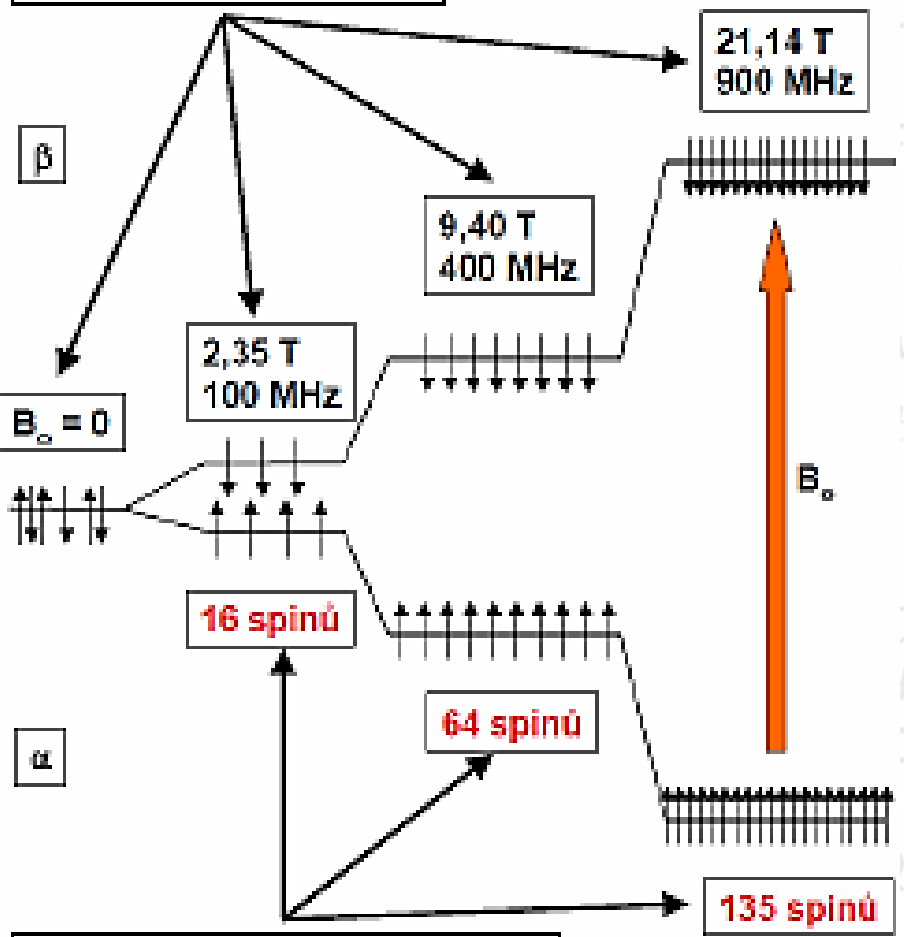
- Z Boltzmanova rozdělení plyne:

$$\frac{N_\alpha}{N_\beta} = e^{\left(\frac{\gamma \hbar B_0}{k_B T}\right)}$$

- Zvyšováním pole B_0 se zvyšuje energetický rozdíl hladin a tím víc je jader na hladině α na úkor β .
- S rostoucí teplotou roste počet jader na hladině β na úkor α .

Interakce s B_0

Velikost mag. pole



Přebytek spinů na nižší energetické hladině

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$
 $U_{ef} = \frac{U_m}{\epsilon}$
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r}$
 $k = \rho^2 / 2m$
 $\lambda = \frac{h}{p}$
 $\sqrt{2eUm_e}$
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e}}$
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} d\vec{S}$
 $C(s)$
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$
 $\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = Shp g$
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{||} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$
 $E_y = E_0 \sin(k_x - \omega t)$
 $S = \frac{1}{A} \frac{d\omega}{dt}$

$2 \operatorname{tg} \vartheta_B = \frac{w_2}{w_1} = w_{21}$
 $\rho V = nRT \Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$
 $H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$
 $\Phi = NBS$
 $U = \frac{W_{AB}}{t}$
 $\varphi_{E-\frac{E_0}{\rho}}$
 $U = \frac{W_{AB}}{t}$
 $\mu_1 \mu_2$
 $k = \pm \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)}$
 $= 2\pi f$
 $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}}$
 $\omega_2 = \omega_2 - \omega_1$
 $x' = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\nu}$
 $\vec{x} \vec{S} = Q^*$
 $v_z = v_e I t$
 $v = \int \frac{F_n}{R}$
 $\lambda^* T = b$
 $\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

Chemický posuv

- Magnetické pole B_0 donutí jaderné momenty rotovat kolem osy s Larmorovou frekvencí řádů MHz.
- To má za následek tzv. chemický posuv.
- Protože magnetické momenty jednotlivých jader rotují a platí zákon elektromagnetické indukce, každý rotující jaderný moment indukuje ve svém okolí magnetické pole.

Chemický posuv

- Toto magnetické pole není velké, ale je dostatečné k tomu, aby ovlivnilo magnetické momenty blízkých jader.
- Touto interakcí jaderných momentů dochází ke změně (posunu) Larmorovy frekvence blízkých jader řádově o stovky Hz.
- Tento princip je základem pro NRM spektroskopii. (příklad na cvičení)

Chemický posuv

- Chemický posuv je nepostradatelným pro analýzu chemických látek (NMR spektroskopii), ale pro MR zobrazování je nežádoucí a vnáší do výsledného obrazu šum. (artefakty chemického posunu)
- Ovšem z fyzikální podstaty se jej nemůžeme nijak zbavit a bude zatěžovat kvalitu obrazu.

[Podrobněji](#)

RF pulzy

- Ozáříme-li jádra radiofrekvenčním (RF) pulzem, může dojít k vzájemné interakci.
- Pravděpodobnost této interakce je závislá na frekvenci, amplitudě a době působení tohoto RF pulzu.
- Aby byla účinnost RF pulzu co největší, musí být v rezonanci se zkoumaným jádrem.
- RF pulz se aplikuje ve směrech osy x nebo y (v ose z je zbytečný).

RF pulzy

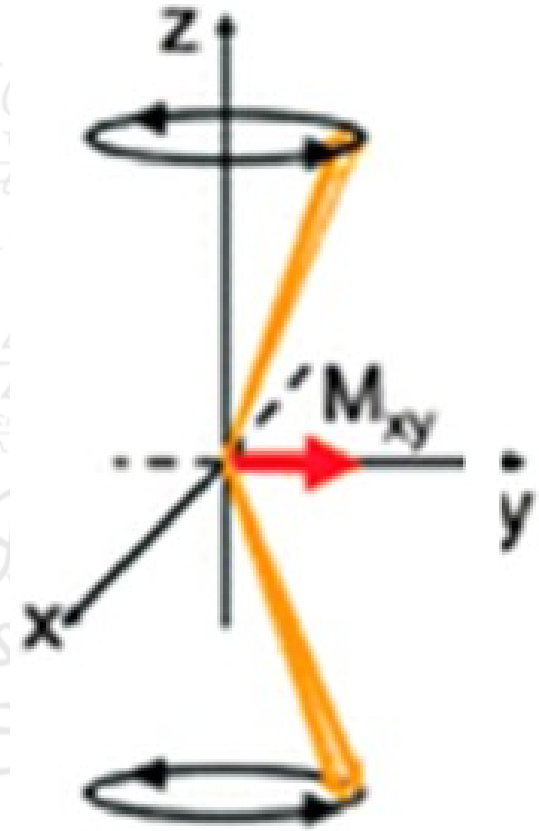
- Být v rezonanci zde znamená, mít stejnou frekvenci s jakou magnetický moment jádra rotuje kolem osy z (tzn. Larmorova frekvence)
- Volba amplitudy a délky pulzu se mění v závislosti na experimentu.
- Aplikace RF pulzu dodá energii jádrům na nižší energetické hladině a ta přejdou na vyšší energetickou hladinu.

RF pulzy

- Změna v počtu jader na daných hladinách vede k poklesu longitudinální (podélné) magnetizace.
- RF pulz také mění fázi precesního pohybu magnetizace jader (rotace kolem osy z) tak, že jsou všechny sfázované. To má za následek nárůst transversální (příčné) magnetizace.
- Vše je ovlivněno délkou a amplitudou RF pulzu.

RF pulzy

- Nastavíme-li amplitudu RF pulzu (B_1) a čas (t) tak, že přesně polovina jader bude na nižší hladině a polovina na vyšší energetické hladině, mluvíme o 90° pulzu, protože dojde k překlopení magnetizace o 90° .



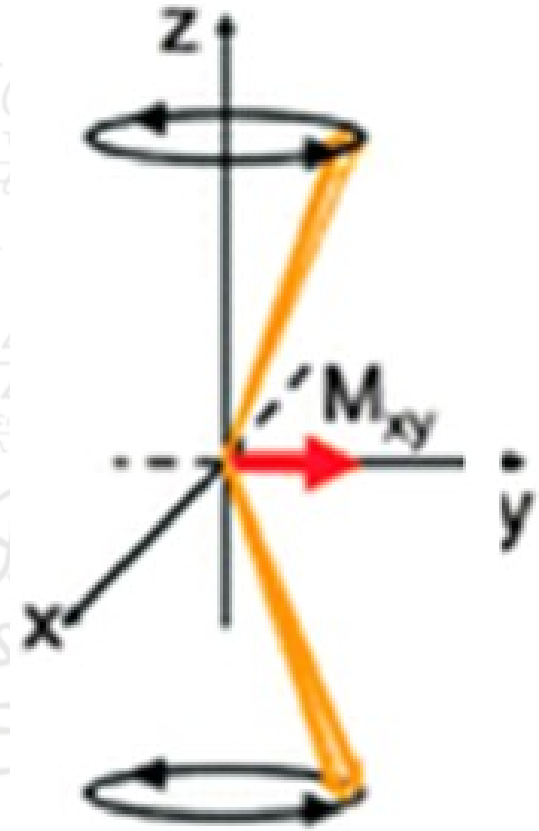
$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$
$$U_{ef} = U_m$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2r}$$
$$k = \frac{p^2}{2m} m_0 = \frac{M_0}{N}$$
$$\lambda = \frac{h}{p}$$
$$\sqrt{2eU_m}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e}} \psi(\alpha)$$
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} dS$$
$$C(s)$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN}{M_m}}$$
$$\lambda = \frac{h \ln 2}{T} F_h$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0} \right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)}$$
$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

RF pulzy

- Pro transversální složku magnetizace platí vztah:

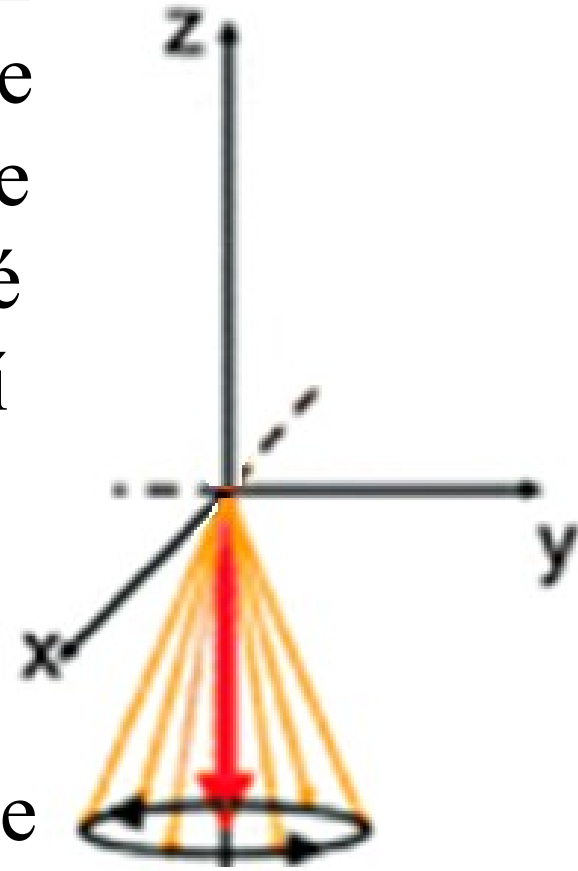
$$M_{TR} = M_0 \sin(B_1 \gamma t)$$

- Pro 90° pulz musí platit, že $B_1 t \gamma = \pi/2$.
- Za této podmínky dojde k přechodu $\frac{1}{2}$ jader na vyšší hladinu a k jejich vzájemnému sfázování.



RF pulzy

- Pokud nastavíme RF pulz tak že $B_1 t \gamma = \pi$, pak dojde k překlopení magnetizace o 180° . (Všechny jaderné momenty budou na vyšší energetické hladině.)
- Zde nedochází k sfázování precese, takže transversální magnetizace je nulová.



RF pulzy

- Protože existuje chemický posuv, každé jádro má mírně odlišnou Larmorovu frekvenci a proto účinnost RF pulzu není 100%. Pro některá jádra dojde po aplikaci 90° pulzu k překlopení magnetizace přesně o 90° , ale u některých o $90,3^\circ$ u jiných o $89,97^\circ$ atp. Což má za následek zhoršení kvality obrazu vlivem chemického posuvu.

T₁ Relaxace

- Po aplikaci RF pulzu dochází k interakci magnetického momentu jádra s magnetickými momenty okolních jader.
- Této interakci se říká spin-mřížková interakce.
- Tato interakce nutí jádra v energeticky nevýhodném stavu k přechodu do energeticky výhodnějšího stavu.

T₁ Relaxace

- Tím dochází k nárůstu magnetizace v ose z, což charakterizuje rovnice:

$$M_z = M_0 \left[1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right]$$

- Konstanta T₁ popisuje dobu, za jakou se navrátí magnetizace v ose z na 63 % původní hodnoty (před RF pulzem).
- V medicíně se přibližně pohybuje od 200 do 2000 ms a je silně závislá na B₀.
- S rostoucím B₀ roste T₁.

T_2^* Relaxace

- Souběžně se spin-mřížkovou interakcí dochází k spin-spinové interakci.
- Tato interakce je způsobena více faktory, jakými jsou:
 - Lokální nehomogenity magnetického pole způsobené mag. polem okolních částic. (T_2)
 - Nehomogenita vnějšího mag. pole (T_3)
 - Gradientním mag. polem (T_G)

T₂* Relaxace

- Všechny tyto jevy vedou k rozfázování precesního pohybu magnetických momentů jader a k poklesu magnetizace v rovině xy.
- Z matematického hlediska platí:

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} \qquad \frac{1}{T_2^{**}} = \frac{1}{T_2^* + T_G}$$

$$M_{xy} = M_0 e^{-\frac{t}{T_2}}$$

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$
 $U_{ef} = U_m$
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2l}$
 $k = \frac{p}{\hbar} = \frac{m_0 v}{\hbar}$
 $\lambda = \frac{h}{p}$
 $\sqrt{2eU_m}$
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{C}(s)$
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN}{M_m}}$
 $\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h$
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1}{\cos(\vartheta_1)}$
 $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$
 $S = \frac{1}{A} \frac{d\omega}{dt}$

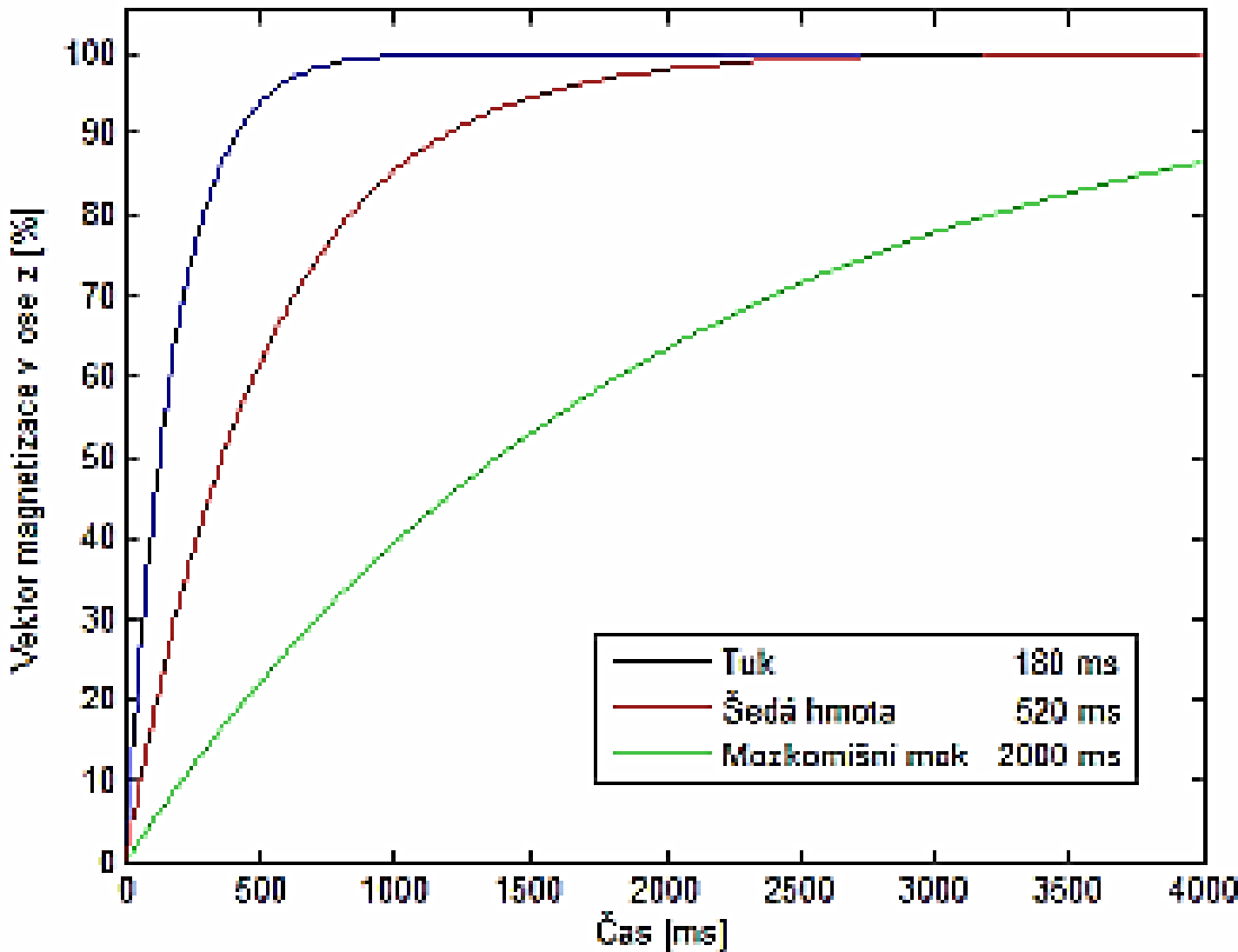
T_2^* Relaxace

- T_2 je charakteristická a jedná se o dobu, kdy poklesne příčná (transverzální) magnetizace (M_{xy}) na 37 % původní hodnoty (ihned po RF pulzu).
- V praxi ovšem měříme T_2^* .
- T_2 je téměř nezávislá na velikosti B_0 .

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$
 $U_{ef} = U_m$
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2}$
 $k = \frac{p^2}{2m} m_0 = \frac{M_0}{N \lambda}$
 $\lambda = \frac{h}{p}$
 $\sqrt{2eUm}$
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \varphi(x)$
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$
 $C(s)$
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN}{M_m}}$
 $\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_n$
 $\left(\frac{E_t}{E_0} \right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{\cos(\varphi_1 + \varphi_2)}$
 $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$
 $S = \frac{1}{A} \frac{d\omega}{dt}$

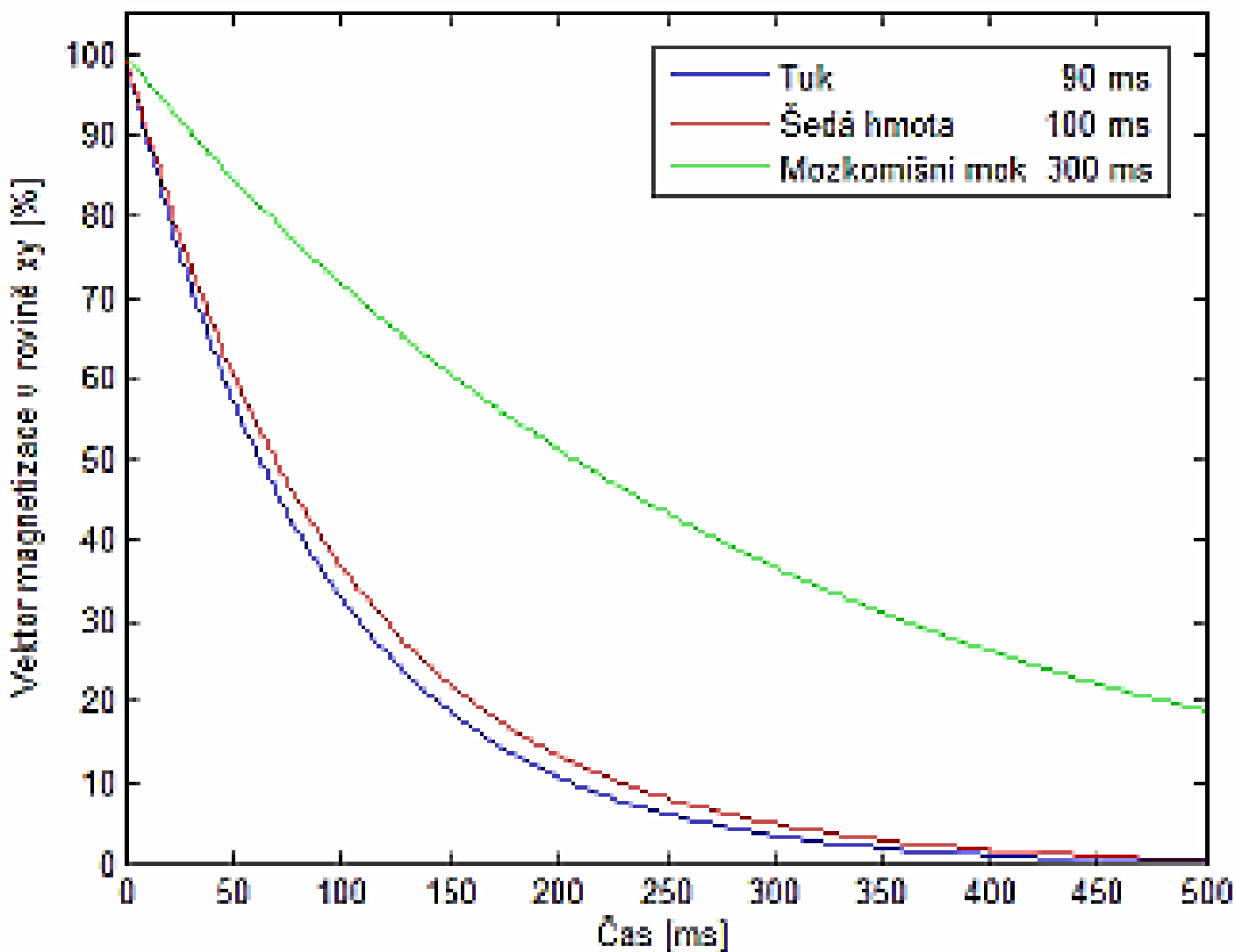
T₁ Relaxace

Spin-mřížková interakce (T₁)



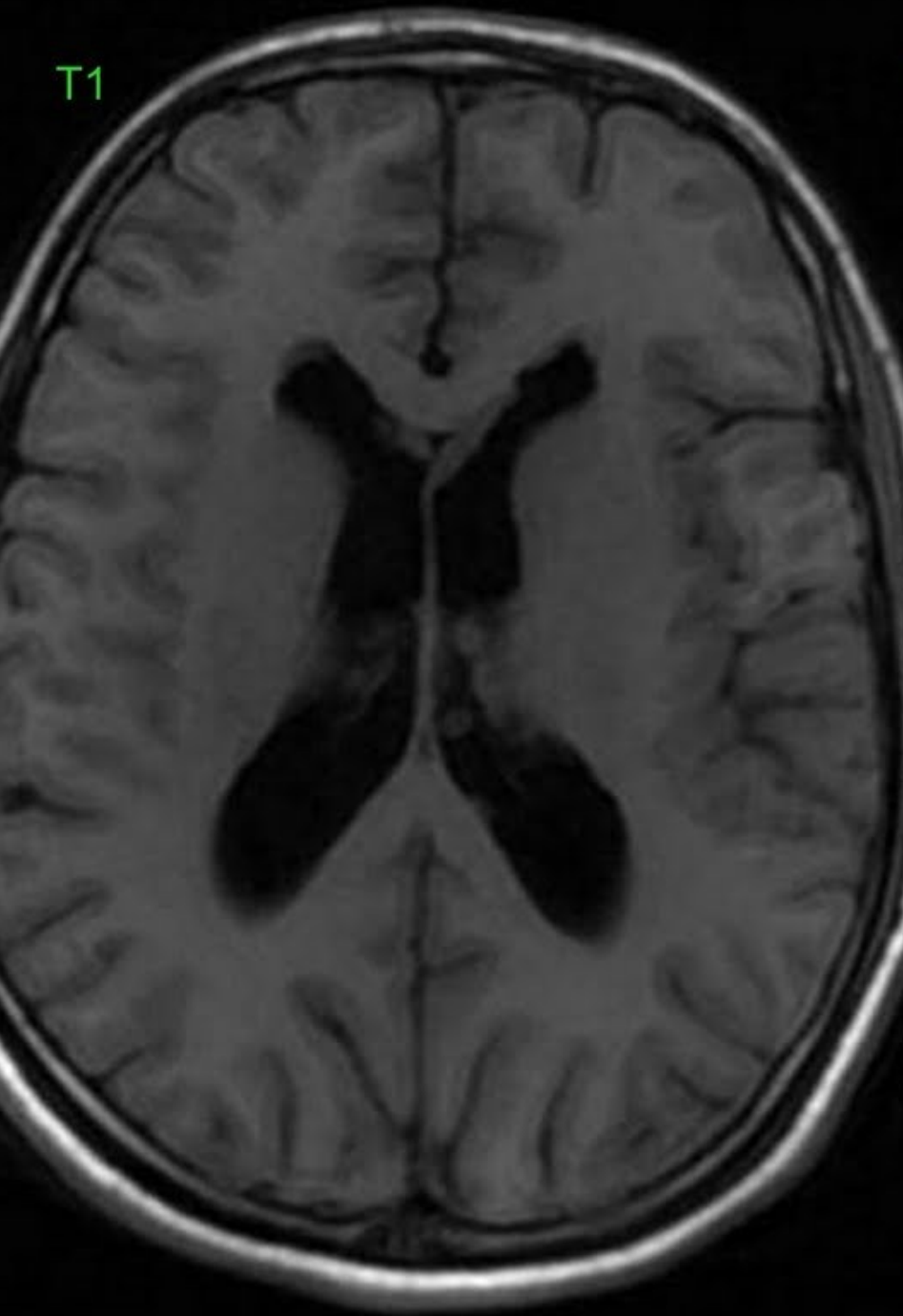
T₂ Relaxace

Spin-spinová interakce (T₂)

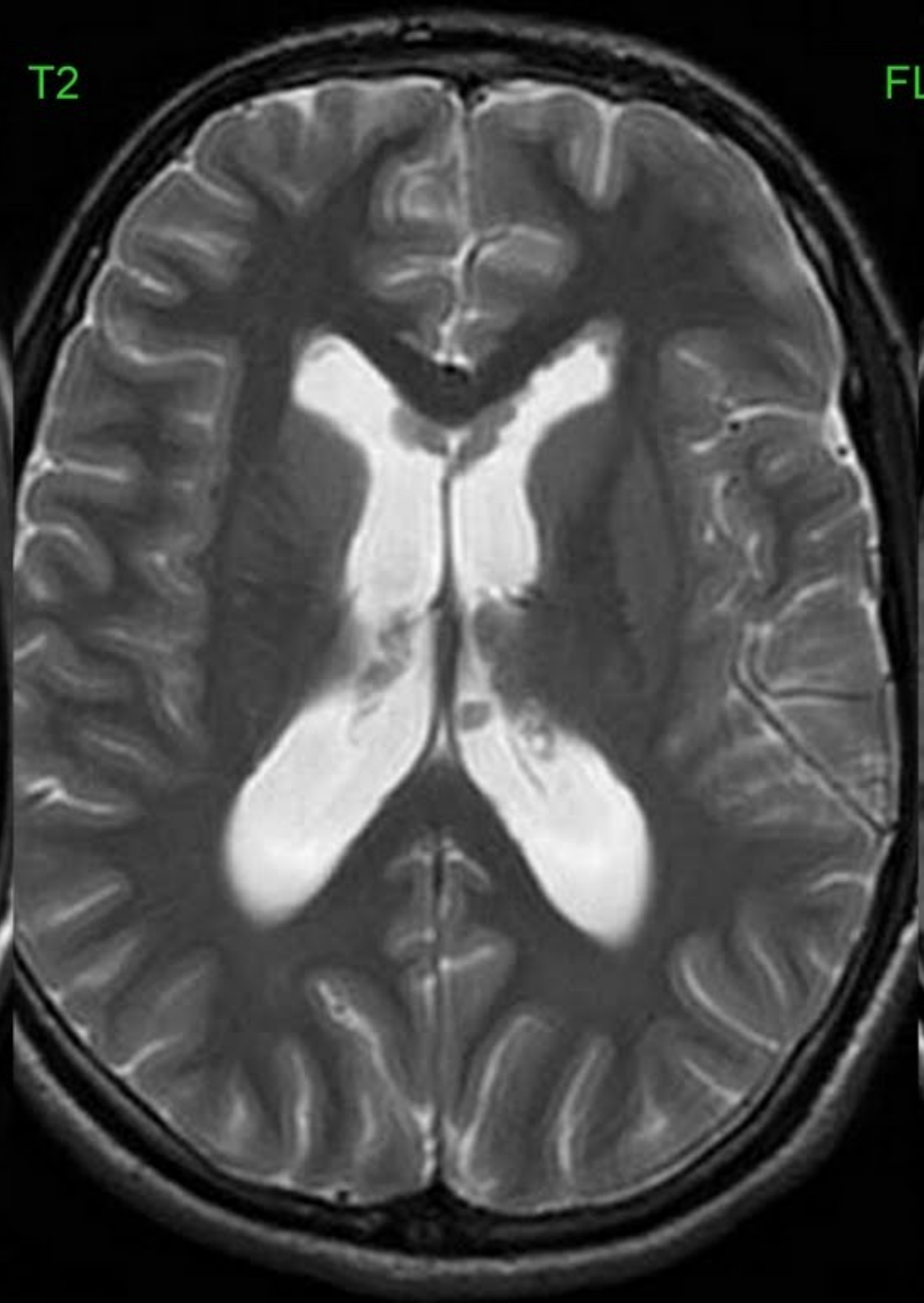


$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$
 $U_{ef} = \frac{U_m}{\epsilon}$
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{r}$
 $k = \rho^2 / 2m m_0 = \frac{M_0}{N_0}$
 $\lambda = \frac{h}{p}$
 $\sqrt{2eUm}$
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e}} \psi(\alpha)$
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J}_c$
 $C(s)$
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_0}{M_m}}$
 $\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h$
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)}$
 $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$
 $S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$

T1



T2



FL

T1

T2



Kontrastní látky

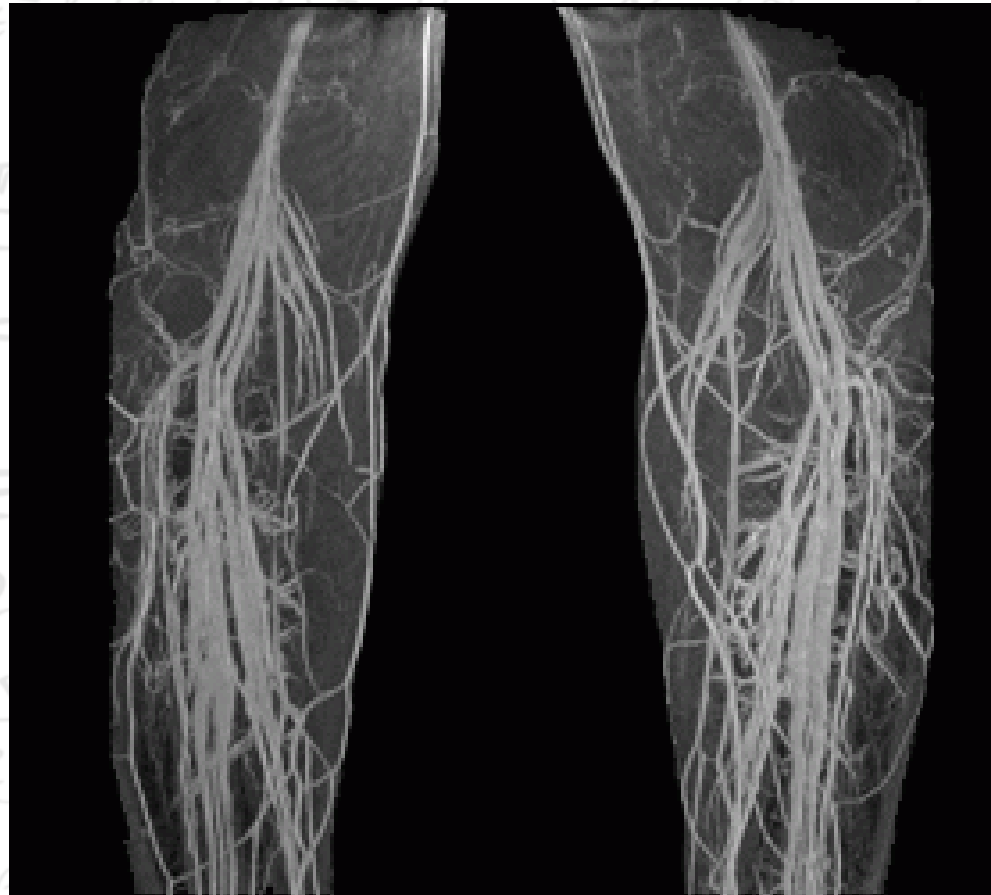
- Pro zlepšení kontrastu obrazu se mohou použít kontrastní látky.
- V MRI se převážně jedná o sloučeniny Gd, Mn, Fe (paramagnetických látek), které jsou navázány na nosič a dopraveny do požadované oblasti.
- Paramagnetické látky mají odlišné vlastnosti než lidská tkáň a svou přítomností ovlivňují relaxační časy okolích tkání.

Kontrastní látky

- Jejich magnetické pole interaguje s magnetickými momenty okolních látek a výrazně tak zvětšují spin-mřížkovou interakci (dojde ke snížení T_1 relaxačního času až o desítky procent).
- Účinnost kontrastních látek pro spin-spinovou interakci je nižší a dochází ke změnám T_2 času pouze o jednotky procent.

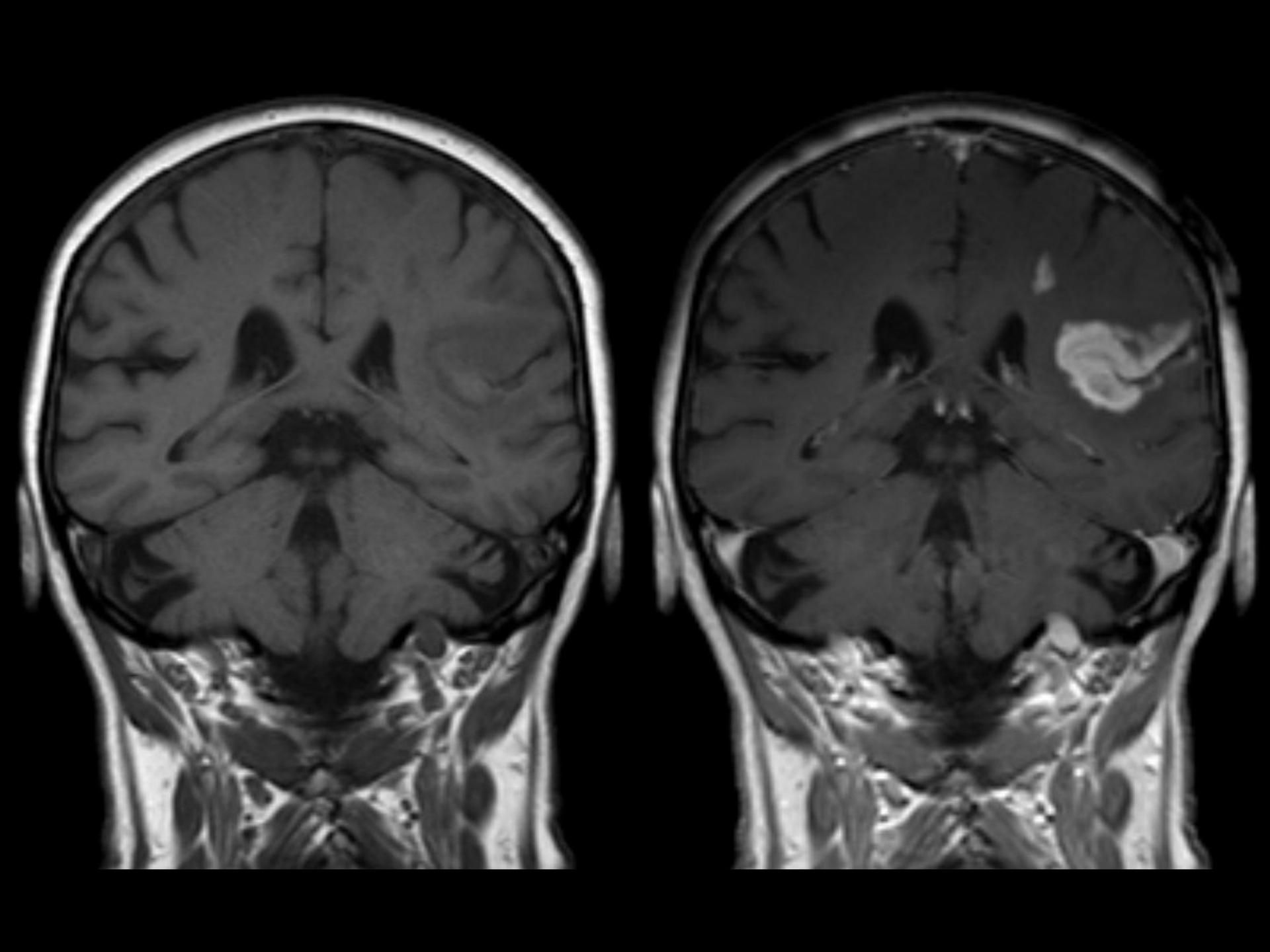
Kontrastní látky

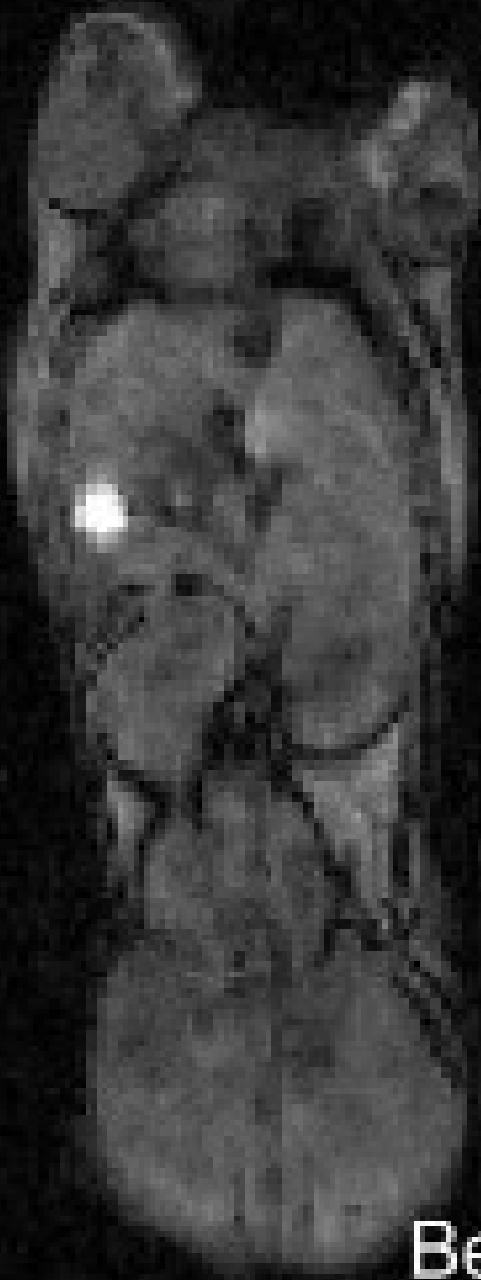
- Použití je rozsáhlé od zvýrazňování struktur až po MRI angiografii.



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$
$$U_{ef} = U_m$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r}$$
$$k = \rho^2 / 2m \mu_0 = \frac{M}{N_A}$$
$$\lambda = \frac{h}{m v}$$
$$v = \sqrt{2eUm_e}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} d\vec{S}$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$$
$$\lambda = \frac{h \ln 2}{T} F_h = Shp g$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$$
$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$pV = nRT$$
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{ext}$$
$$H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$
$$\Phi = NBS$$
$$I_m = \omega L = 2\pi f L$$
$$F_0 = \frac{\mu_1 \mu_2}{2\pi d}$$
$$T k = \pm \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)}$$
$$2\pi f$$
$$\frac{1}{\epsilon \cdot \mu} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon + \mu}}$$
$$= \frac{\omega_2 - \omega_1}{v}$$
$$= Q^*$$
$$= \int \frac{F_n}{R}$$
$$\lambda^* T = b$$
$$\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$





Before



Aorta

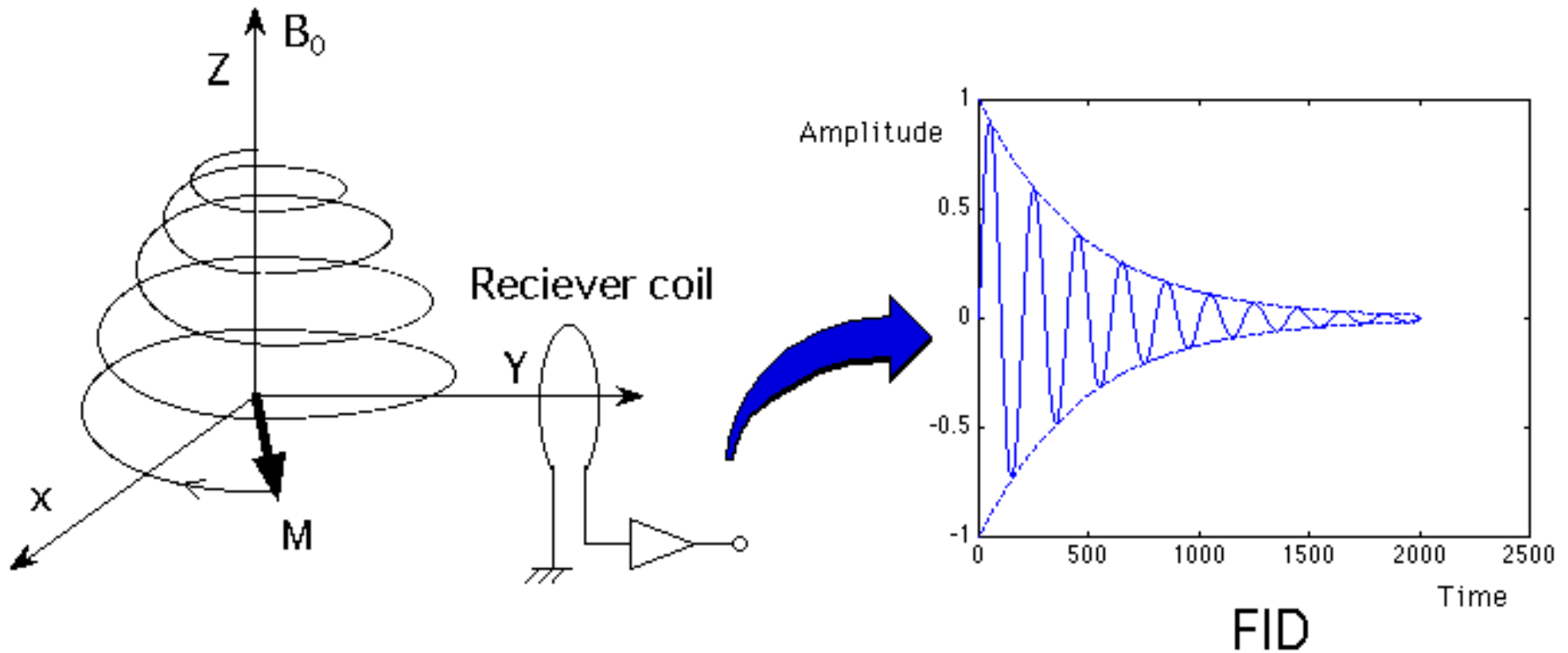
After

Signál

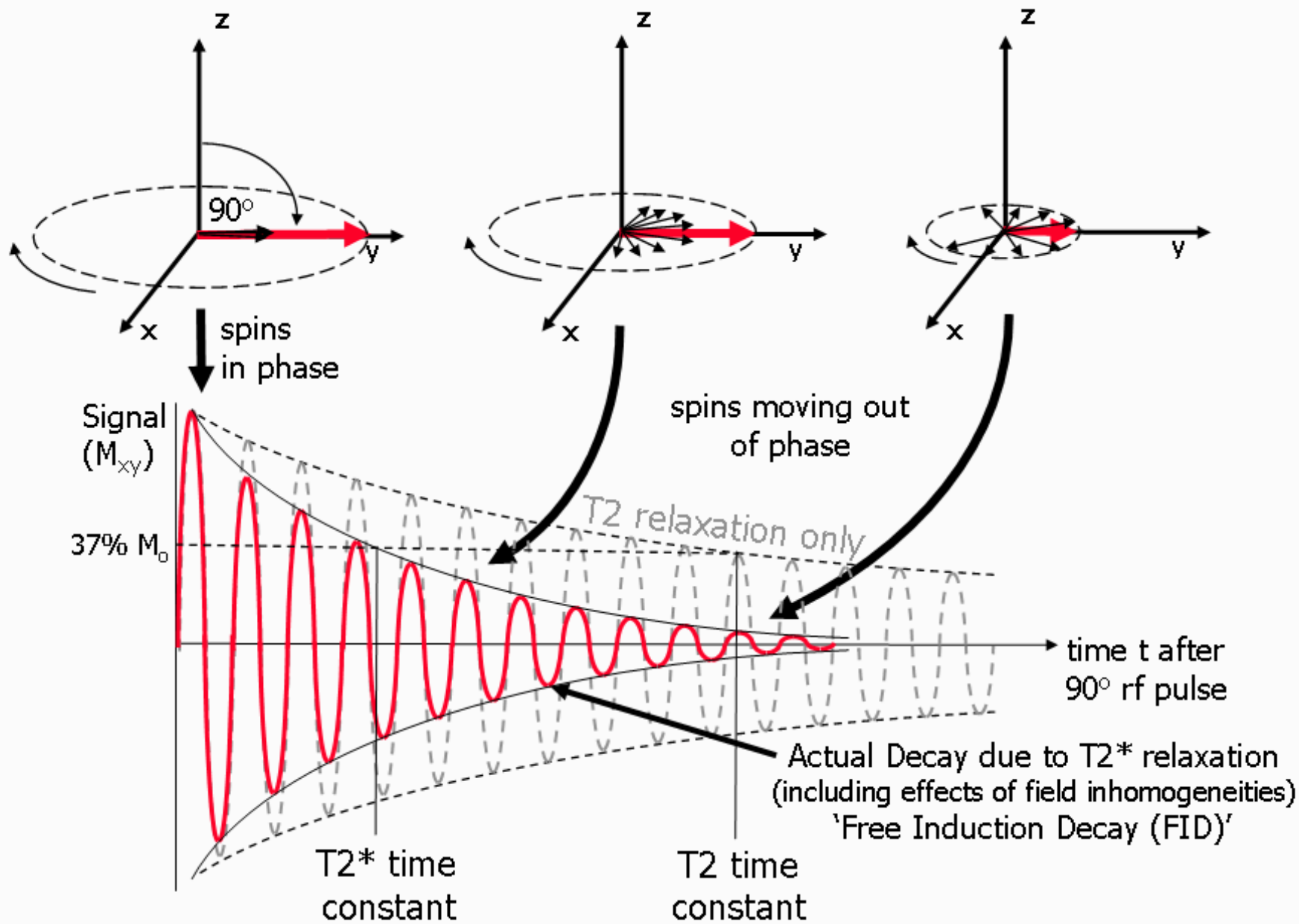
- Detekce signálu je založena na elektromagnetické indukci:
 - Mění-li se magnetický indukční tok cívku, indukuje se v ní indukované elektromotorické napětí.
 - Při změně magnetizace dochází ke změně magnetického indukčního toku a v detekčních cívkách se indukuje střídavý proud o Larmorově frekvenci.
 - Amplituda napětí je úměrná magnetizaci a tudíž i hustotě jader.

Signál

- Volně detekovaný signál (Free Induction Decay FID) je periodická tlumená funkce.
- Periodicita je dána Larmorovou frekvencí: $\cos(\omega_L t)$
- Útlum je dán exponenciální funkcí:
$$e^{-\frac{t}{T_2^*}}$$
- Celkově: $FID = M_0 \cos(\omega_0 t) e^{-\frac{t}{T_2^*}}$



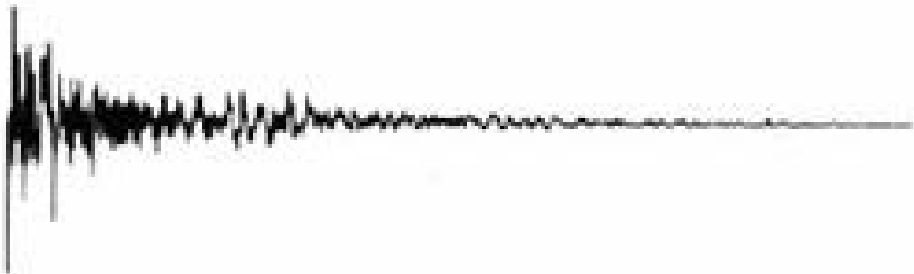
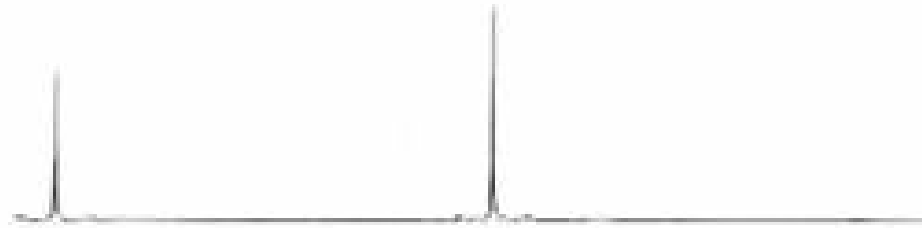
Detekujeme pouze transverzální složku magnetizace.
 Cívka je v ose x nebo y.



Fourier

- Na signál se aplikuje Fourierova transformace.
- Co dělá Fourierova transformace?
- Převádí signál z časové domény do frekvenční.

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt$$



Poziční kódování

- Tyto gradientní cívky umístíme tak, aby produkovali v prostoru proměnné, ale časově konstantní magnetické pole.
- Magnetická indukce tohoto pole je výrazně menší než vnějšího pole B_0 .
- Proměnlivost (gradient) těchto polí určíme přesně pro potřeby daného experimentu (znalost gradientu v osách x, y, z je zásadní).

Poziční kódování

- Jak ovšem poznáme odkud přesně signál detekujeme?
- Protože signál detekujeme z celé vyšetřované oblasti naráz, je prostorová informace ve FID signálu ztracena.
- Potřebujeme do signálu informaci o poloze zdroje signálu zahrnout uměle.
- K tomu využíváme tři gradientní cívky.

Poziční kódování

- Gradientní cívka v ose z nám úmyslně, řízeně, ale jen mírně naruší homogenitu vnějšího magnetického pole B_0 .
- Toto narušení způsobí, že jádra na různých pozicích z mají mírně odlišnou Larmorovu frekvenci.
- Podle toho, jakou frekvenci RF pulzu použijeme, podle toho víme souřadnici z jader na které RF pulz působí.

Poziční kódování

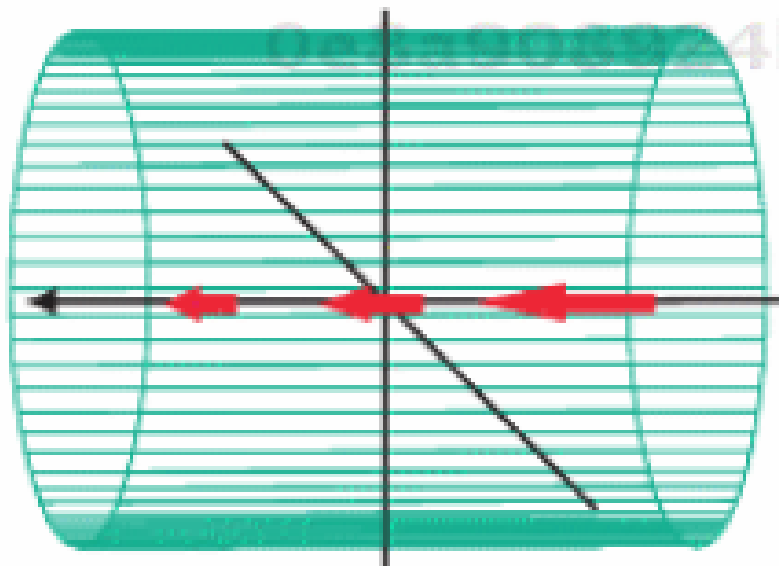
- Velikost gradientního pulzu v ose z nám udává šířku roviny a tudíž i rozlišení v ose z.

$$\Delta\omega_L = \gamma G_z \Delta z$$

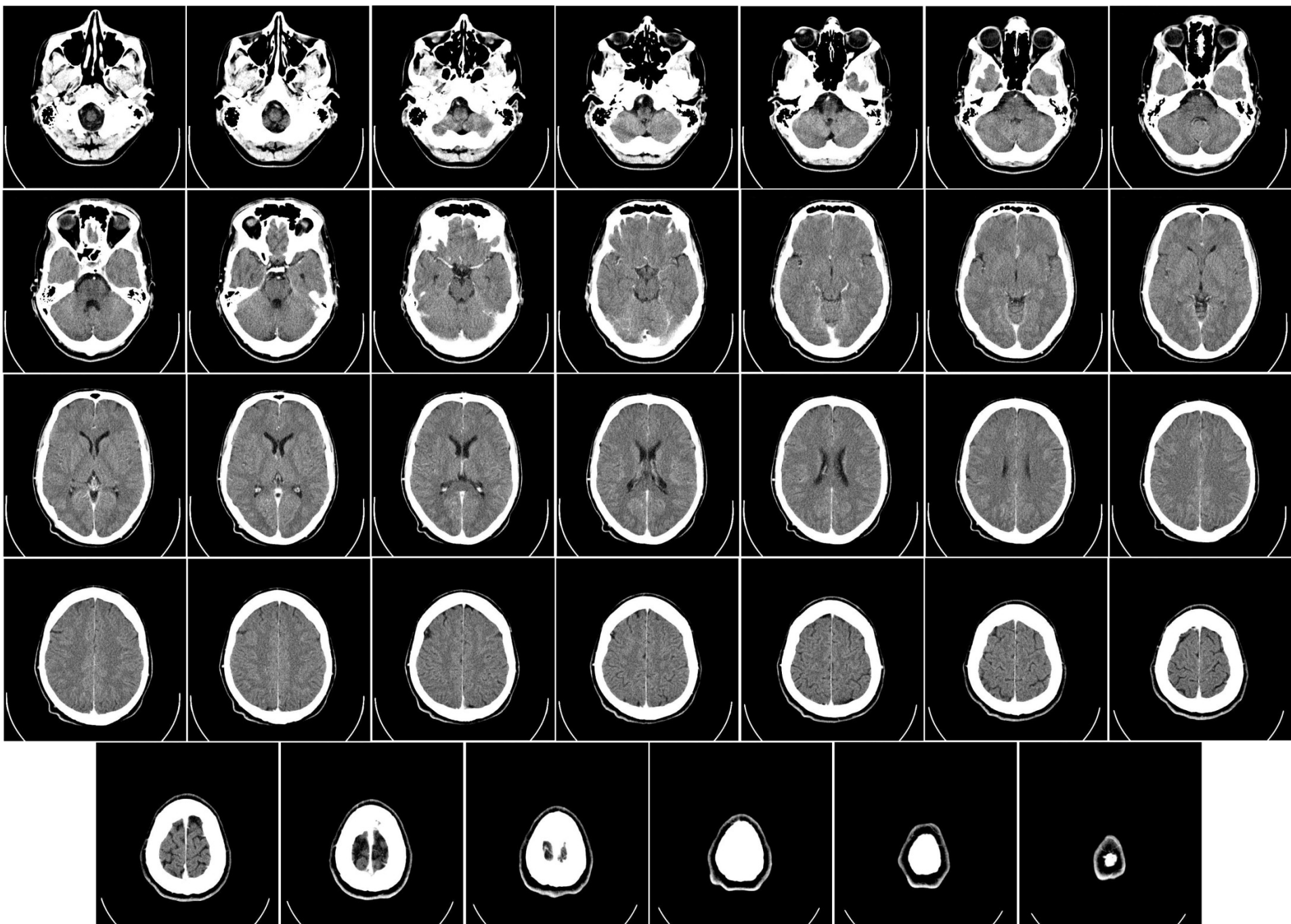
- Kde G_z je velikost gradientu v ose z, Δz je šířka roviny a $\Delta\omega_L$ je změna Larmorovy frekvence.

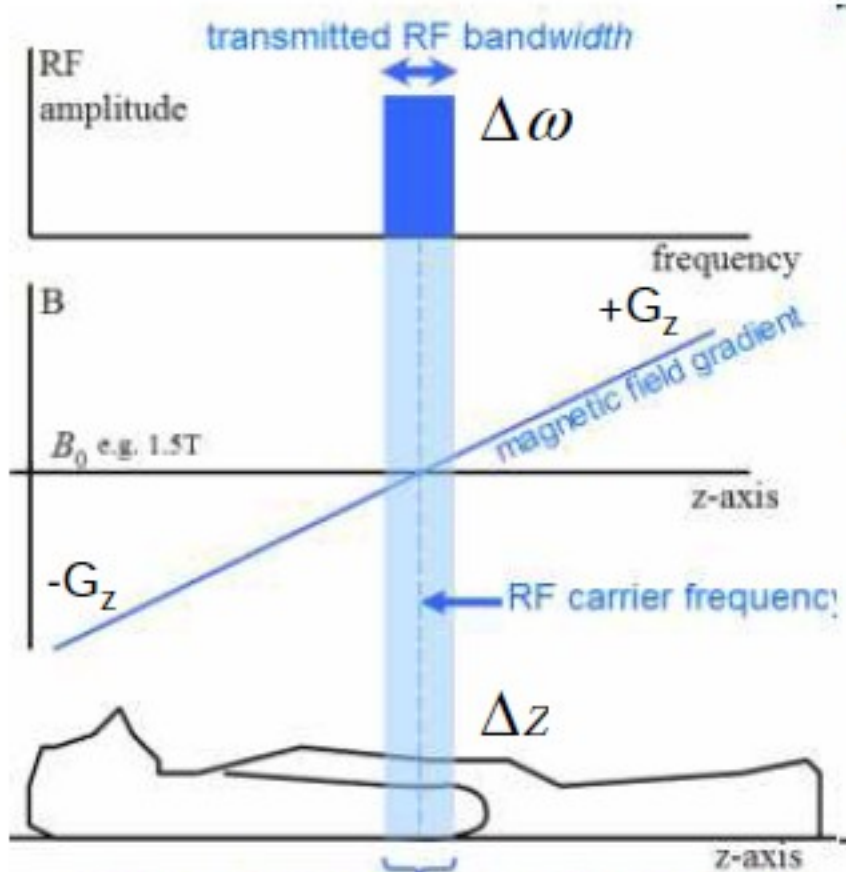
Poziční kódování

- Celkově můžeme říci, že gradient v ose z nám určuje rovinu xy z které detekujeme signál. (Larmorova frekvence je shodná pro všechna jádra se stejnou hodnotou souřadnice z.)

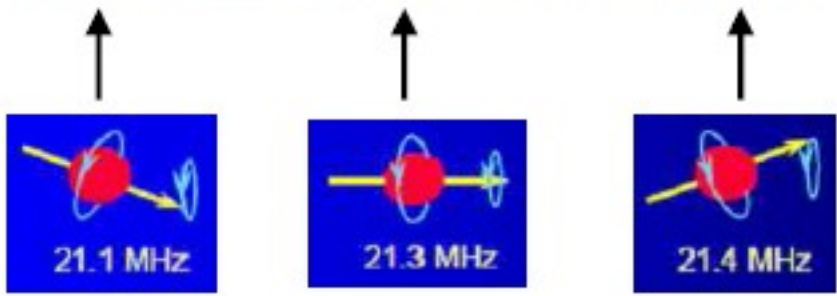


Z-Gradient



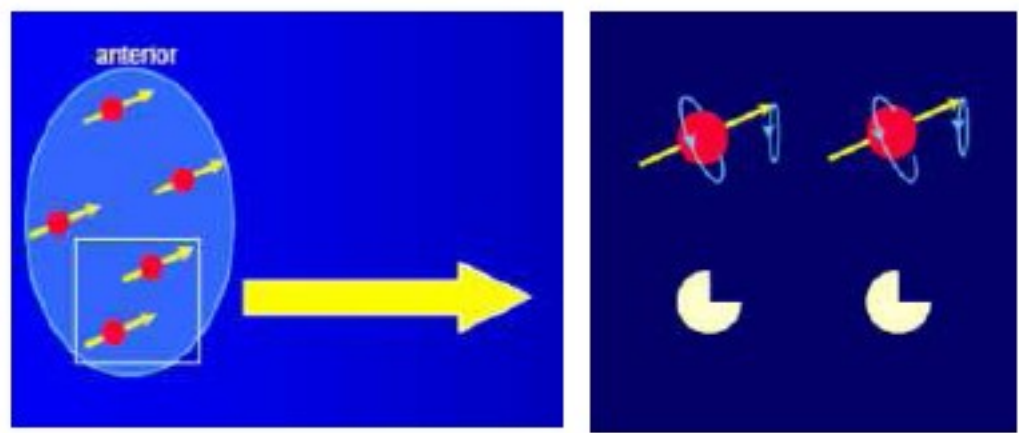


Larmor equation applies here: the image slice

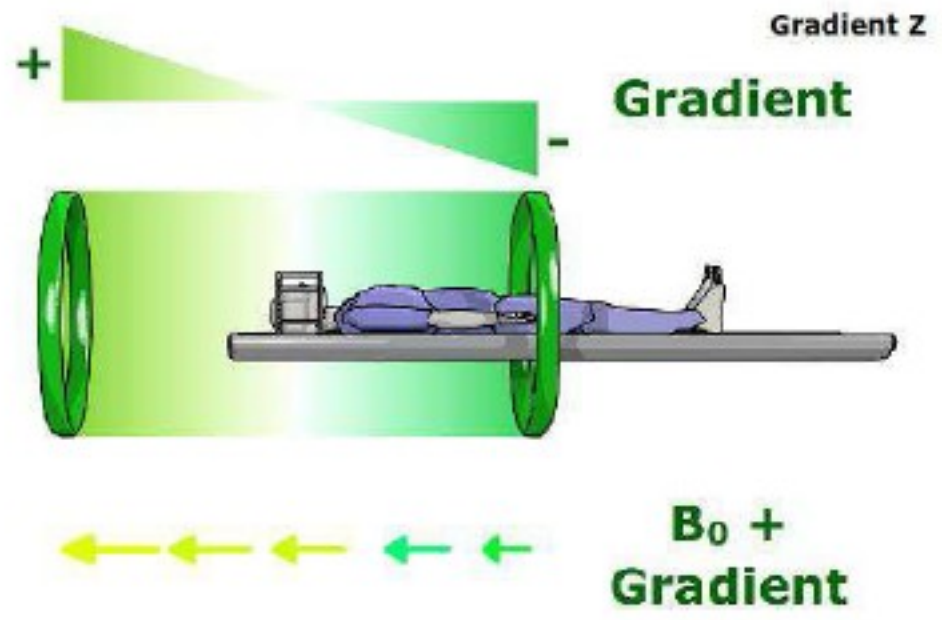


Nižší

Vyšší



Všechna jádra uvnitř zvolené tomografie precesují se stejnou frekvencí i fází.



$$\Delta\omega = \gamma \cdot G_z \cdot \Delta z$$

Poziční kódování

- Zapůsobíme-li gradientním pulzem v ose y, dojde ke změně Larmorovy frekvence jader o různých pozicích v ose y.
- Některá jádra budou mít větší úhlovou rychlost než ostatní.
- Po skončení pulzu se opět Larmorova frekvence všech jader vrátí na původní hodnotu (ale v ose z je stále různá).

Poziční kódování

- Larmorova frekvence bude opět pro všechny jádra v dané rovině xy stejná.
- Ovšem jejich fáze bude posunutá.
- Některá jádra měla větší frekvenci, takže jsou napřed oproti sousedům s jinou pozicí v ose y.
- Protože dojde ke změně fáze, říká se tomuto kroku fázové kódování.

Poziční kódování

- Fázové kódování.

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

$$U_{ef} = \frac{U_m}{2}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r}$$

$$k = \frac{p^2}{2m} \mu_0 = \frac{M_r}{N_r}$$

$$2 \tan \theta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$

$$pV = nRT$$

$$\Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$$

$$H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$

$$Me = \sigma T^4$$

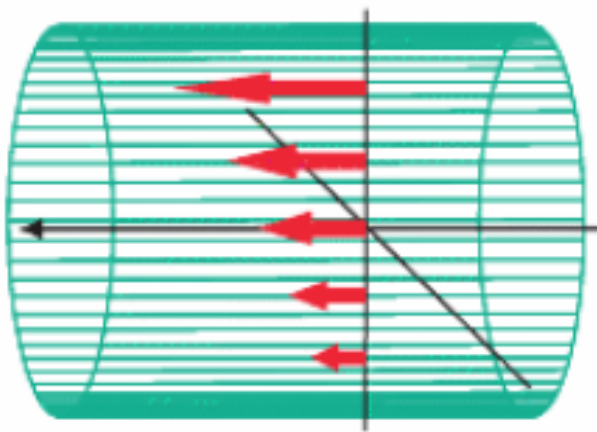
$$E = \hbar \omega$$

$$U = \frac{W_{AB}}{2\pi r} = \frac{|E_{PA} - E_{PB}|}{2\pi r}$$

$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L = 2\pi f L$$

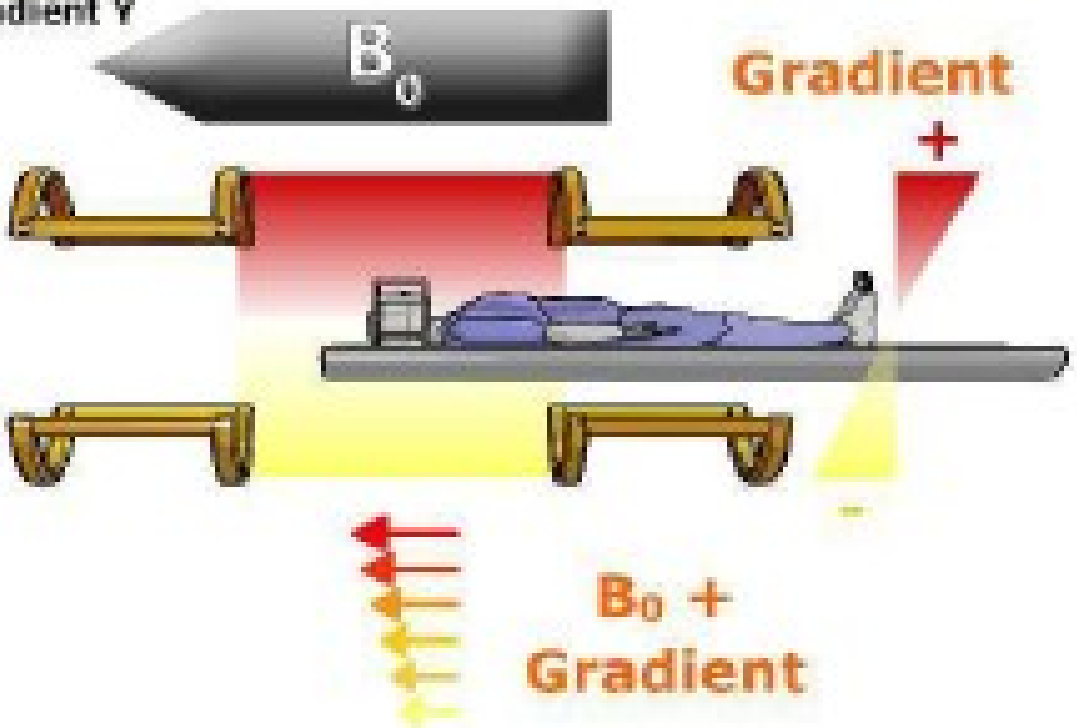
$$F_g = \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$R_m = \frac{c}{v} = \sqrt{2m}$$



Y-Gradient

Gradient Y



$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\cos(\theta_1 - \theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$E_y = E_0 \sin(k_x - \omega t)$$

$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$f_0 = \dots$$

$$\int \vec{E} d\vec{e} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

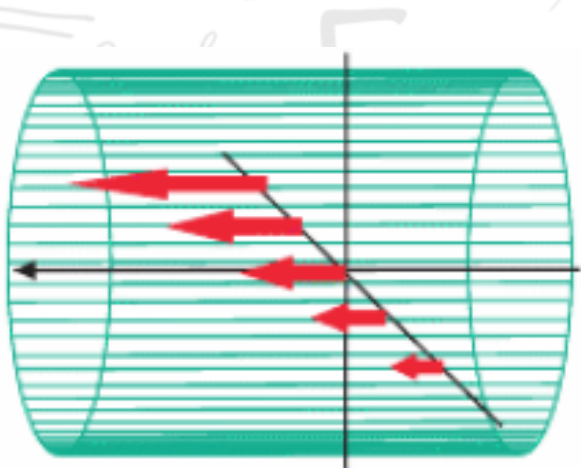
$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Poziční kódování

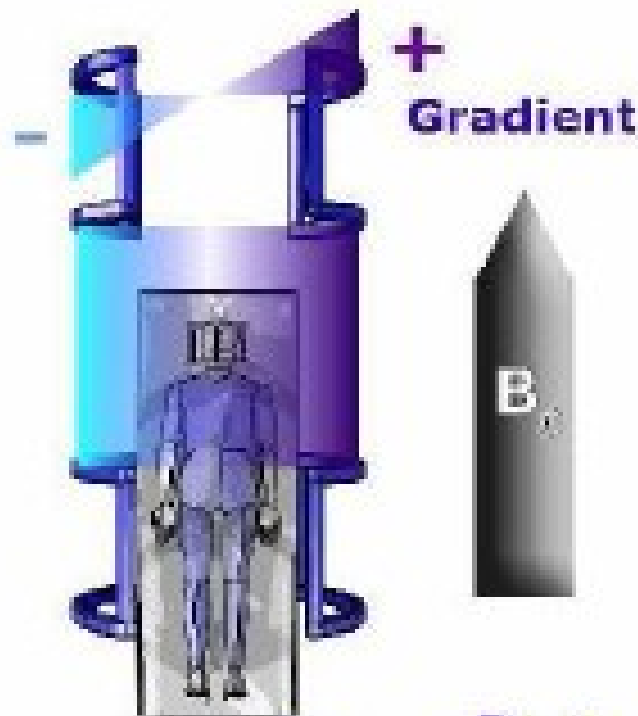
- Zbývá zapůsobit gradientním pulzem v ose x.
- Při něm dochází ke změně Larmorovy frekvence v různých částech osy x.
- Mluvíme o frekvenčním kódování.
- Detekce signálu probíhá během působení gradientního pole G_x .

Poziční kódování

- Frekvenčním kódování.



X-Gradient



B₀ + Gradient
Gradient X

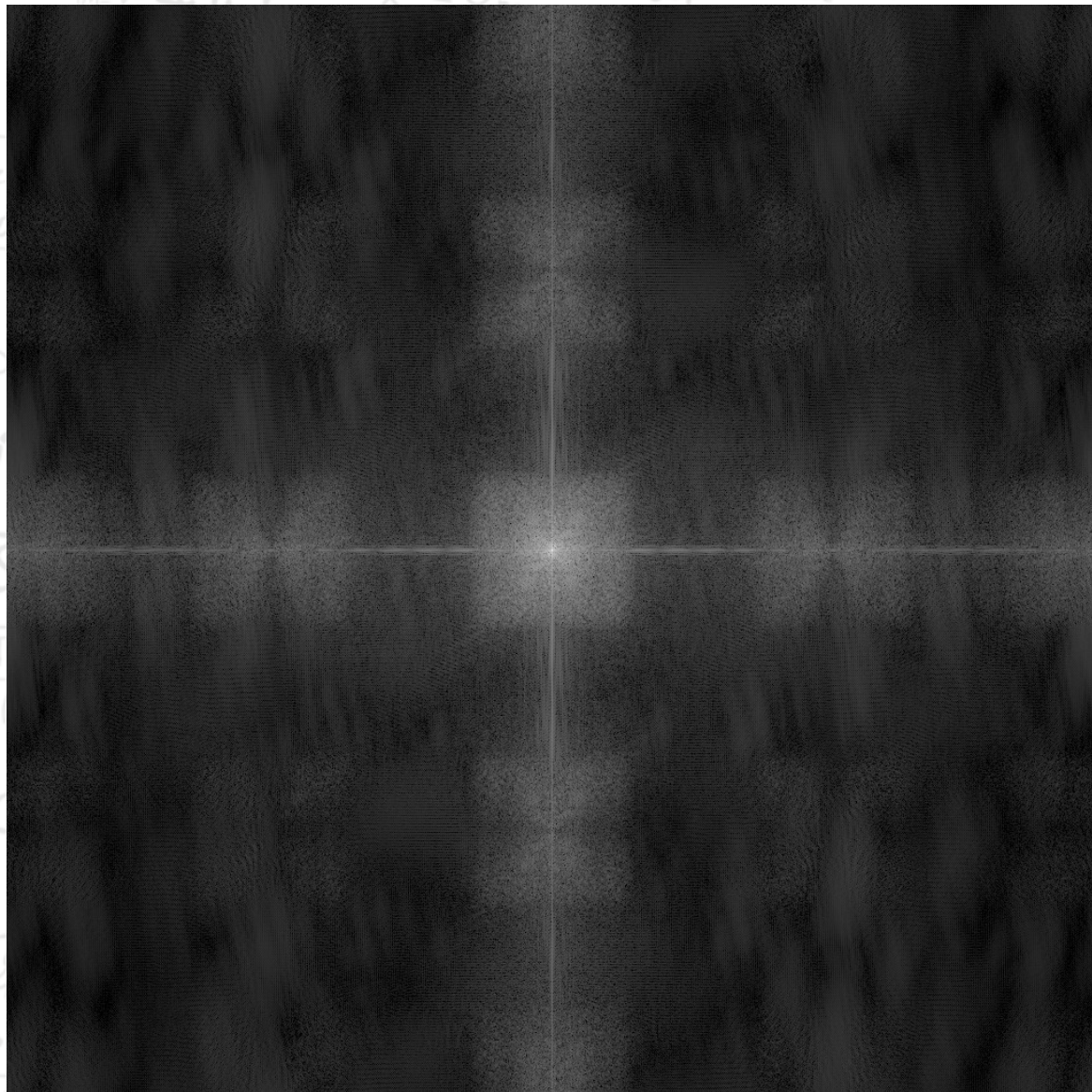
Poziční kódování

- Díky předem definovaným změnám lokálního magnetického pole, jsme schopni určit souřadnice prostoru, odkud detekujeme signál.
- Výsledek je ukládán po 2D řezech o různých hodnotách souřadnice z (tzv. tomovrstvy).
- Tyto řezy se nacházejí v tzv. k -prostoru.

Poziční kódování

- V matici k-prostoru mají řádky shodnou fázi (fázové kódování, osa y) a sloupce mají stejnou frekvenci (frekvenční kódování, osa x).

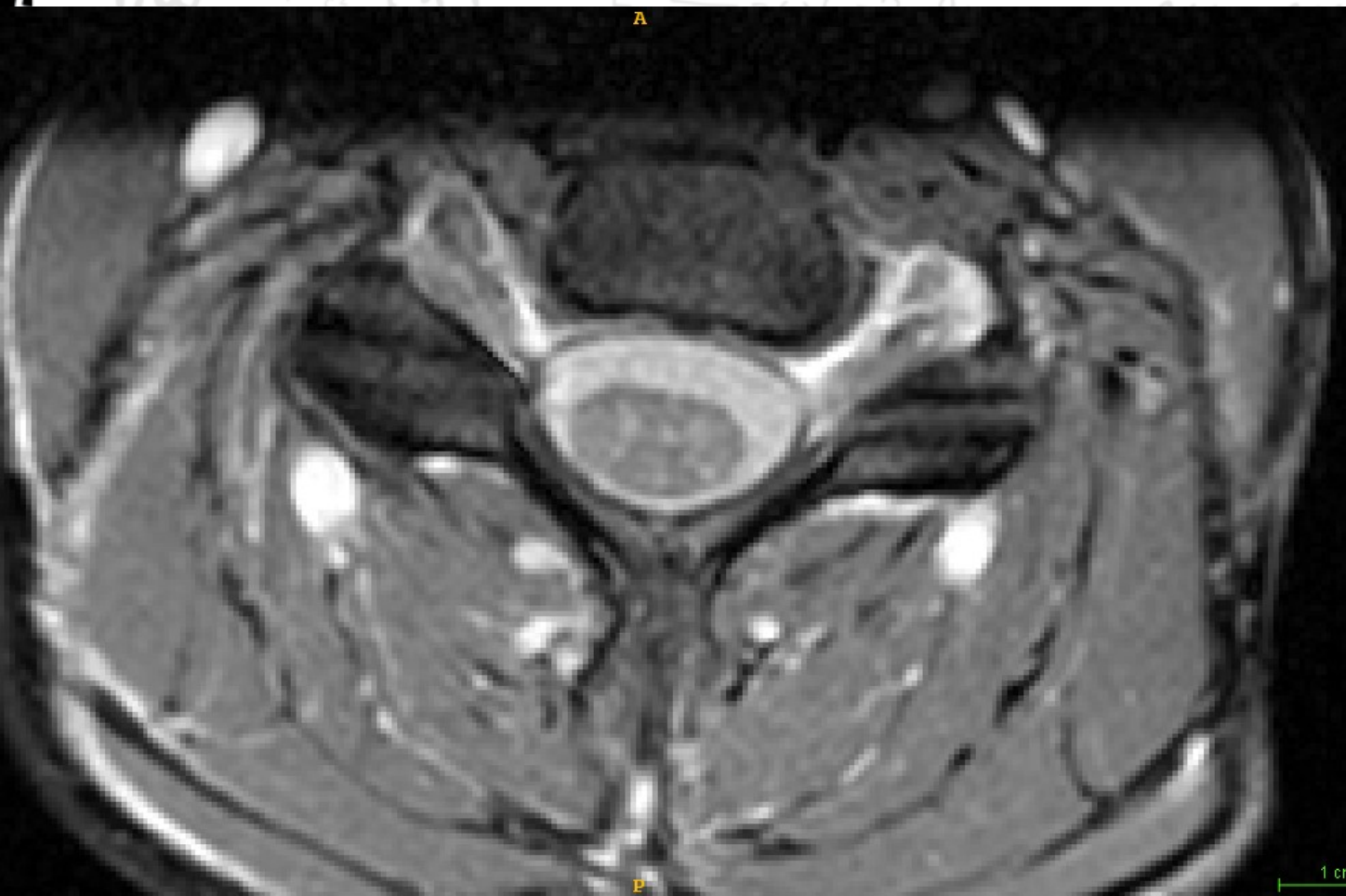
Poziční kódování



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$
$$U_{ef} = \frac{U_m}{2}$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2\pi r}$$
$$k = \frac{p^2}{2m} = \frac{M_p^2}{2m} = \frac{M_r^2}{2m}$$
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e}}$$
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}} = \sqrt{\frac{3R_m T}{M_r}}$$
$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = \ln 2 \cdot \frac{F_h}{T}$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$$
$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$2 \operatorname{tg} \vartheta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$
$$pV = nRT \quad \Psi = \iint \vec{D} \cdot d\vec{S} = AD$$
$$H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$
$$\Phi = NBS$$
$$I_1 I_2$$
$$2\pi d$$
$$m$$
$$\frac{m}{\hbar^2} (E - V_0)$$
$$2\pi f$$
$$= \frac{c}{\sqrt{E + \mu_0}}$$
$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{v}$$
$$= Q^*$$
$$\frac{F_n}{R}$$
$$*T = b$$
$$\tau \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Poziční kódování



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$
$$U_{ef} = \frac{U_m}{2}$$
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2}$$
$$k = \frac{p^2}{2m} = \frac{m_0 v^2}{2}$$
$$\lambda = \frac{h}{p}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$
$$\lambda = \frac{h}{m v}$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\cos(\theta_1 + \theta_2)}$$
$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$2 \operatorname{tg} \theta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$
$$pV = nRT$$
$$\vec{\Psi} = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$$
$$H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$
$$Me = \sigma T^4$$
$$\Phi = NBS$$
$$I_1 I_2$$
$$2\pi r$$
$$\frac{c}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$
$$-m_1$$
$$Q^*$$
$$\frac{F_n}{R}$$
$$\lambda^* T = b$$
$$R = R_0 \sqrt[3]{A}$$
$$\int \vec{E} d\vec{l} = -\int \frac{\partial B}{\partial t} d\vec{S}$$
$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$
$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Shrnutí

- Známe podstatu Zeemanova jevu a štěpení energetických hladin jader v magnetickém poli.
- Jsme schopni perfektně popsat RF pulz, jeho účinky na vektor magnetizace.
- Dokonale chápeme a jsme schopni vysvětlit relaxační časy po aplikaci RF pulzu.

Shrnutí

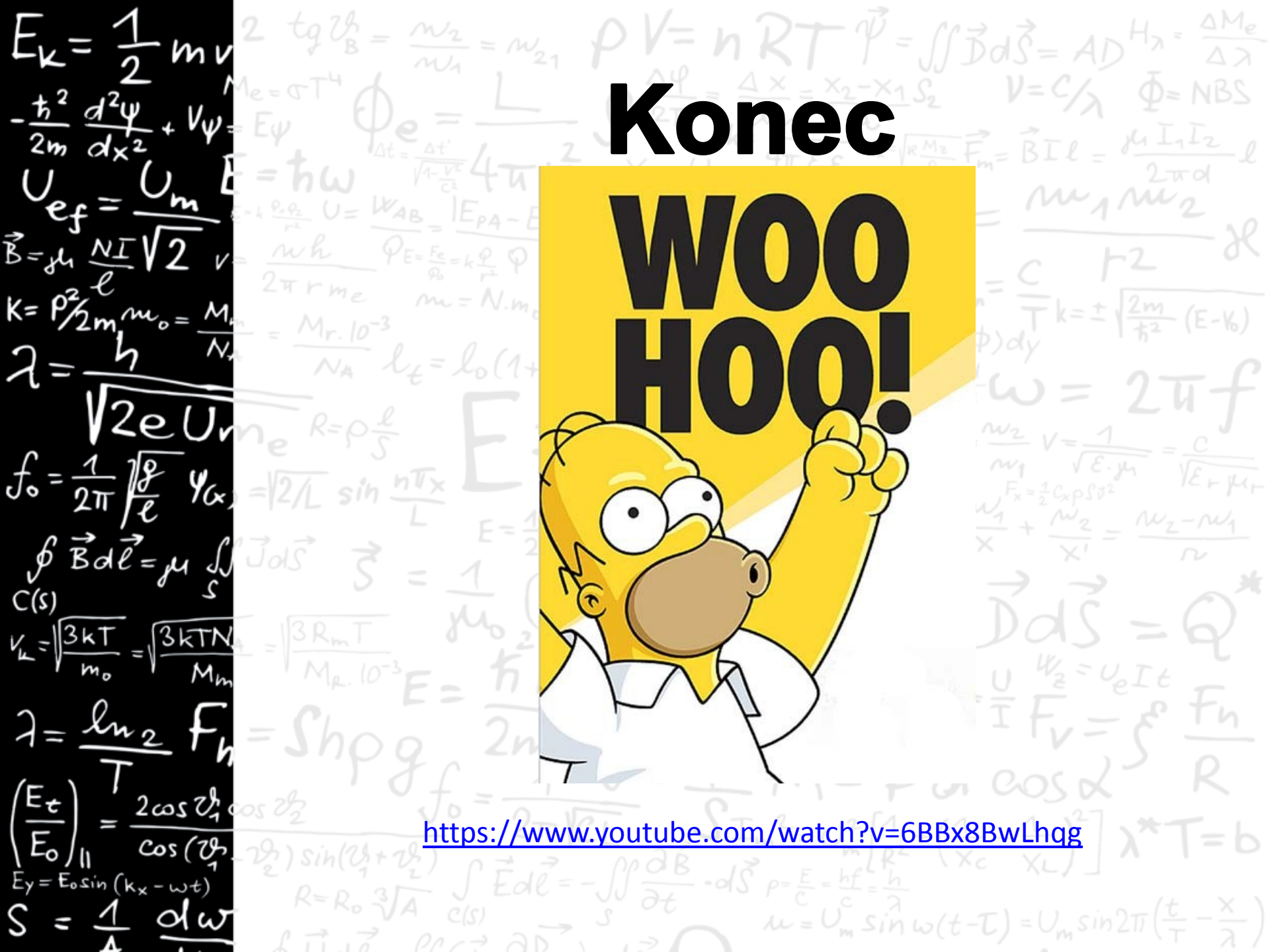
- Známe základní kontrasty obrazu z MRI.
- Víme kde, proč a jaké kontrastní látky můžeme použít v MRI.
- Víme, jak detekujeme signál z MRI, co je to FID (Free Induction Decay) a k čemu se využívá Fourierova transformace.
- Jsme schopni výborně popsat poziční kódování a gradientní cívkky.

Konec

WOO
HOO!



<https://www.youtube.com/watch?v=6BBx8BwLhqq>



Dodatky 1

- Zeemanův jev byl pozorován v roce 1897.
- V slabém magnetickém poli Zeeman pozorovat rozpad singletního stavu na tripletní (z jedné energetické hladiny se staly tři).
- Co přesně Zeeman pozoroval?

Dodatky 1

- Mějme atom o celkové energii E_0 a magnetickým momentem μ .
- Vložíme-li tento atom do magnetického pole o indukci B , pak musíme k celkové energii přičíst energii která vzniká interakcí s vnějším polem.

$$E_{mag} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

- Celkově

$$E = E_0 + E_{mag}$$

Dodatky 1

- Uvažujme klasickou orientaci magnetického pole (v ose z), pak tedy $E_{mag} = -\mu_z B = -\gamma S_z B = -\gamma \hbar m_z B$
- Pokud máme atom se spinovým číslem 1, pak m_z může nabývat hodnot -1, 0, 1.
- Tudíž celková energie atomu v magnetickém poli může být:

$$E = E_0 + \gamma \hbar B$$

$$E = E_0$$

$$E = E_0 - \gamma \hbar B$$

Dodatky 1

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

$$U_{ef} = U_m$$

$$2 \operatorname{tg} \chi_B = \frac{w_2}{w_1} = w_{21}$$

$$pV = nRT$$

$$\Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$$

$$H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$

$$V = c/\lambda$$

$$\Phi = NBS$$

$$e = -\frac{L}{\Delta t} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{\Delta x_2 - x_1}{\Delta t}$$

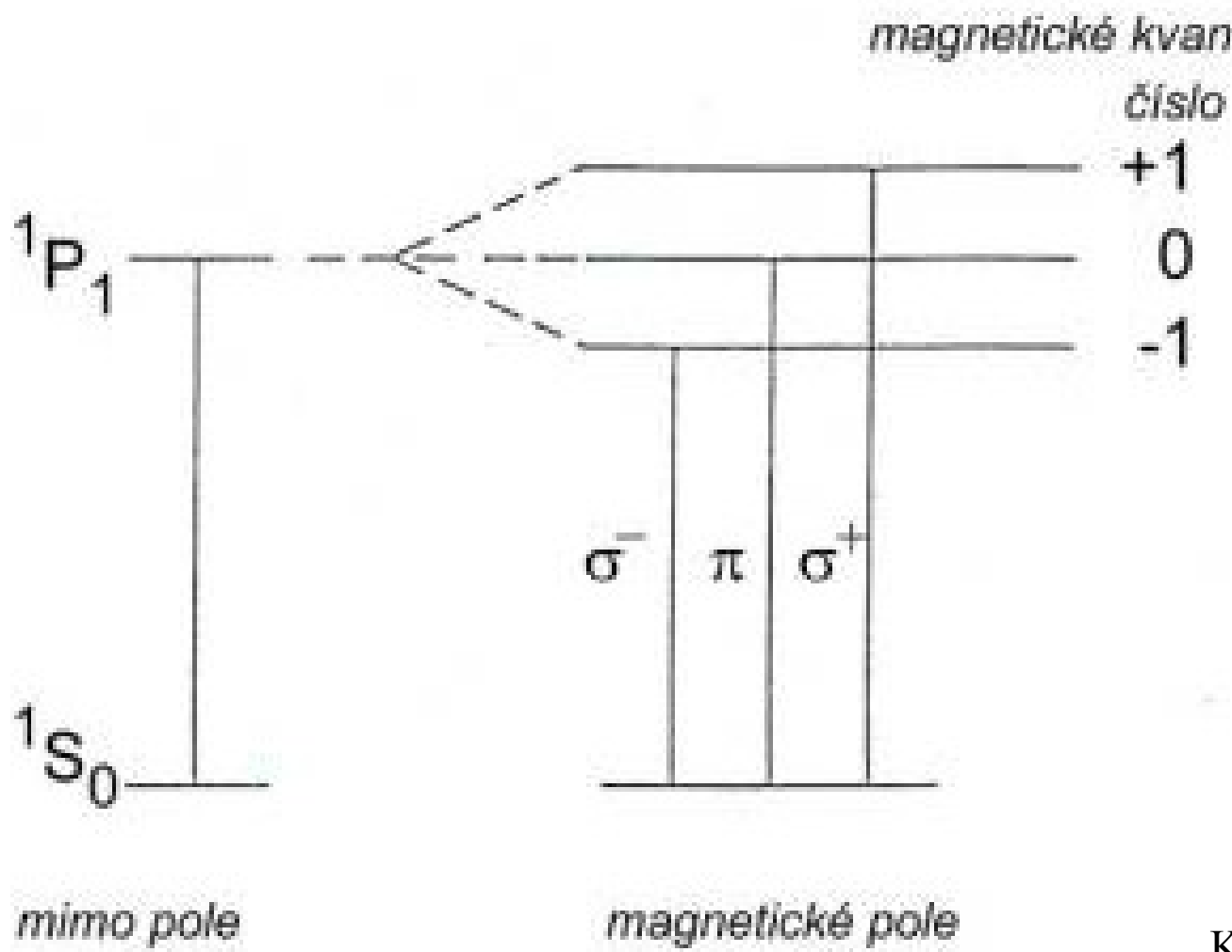
$$F_m = \vec{B} I l = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi d} l$$

$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L = 2\pi f L$$

$$F = \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$U = W_{AB}$$

$$|E_{pA} - F_{..}|$$



$$E = E_0 + \gamma \hbar B$$

$$E = E_0$$

$$E = E_0 - \gamma \hbar B$$

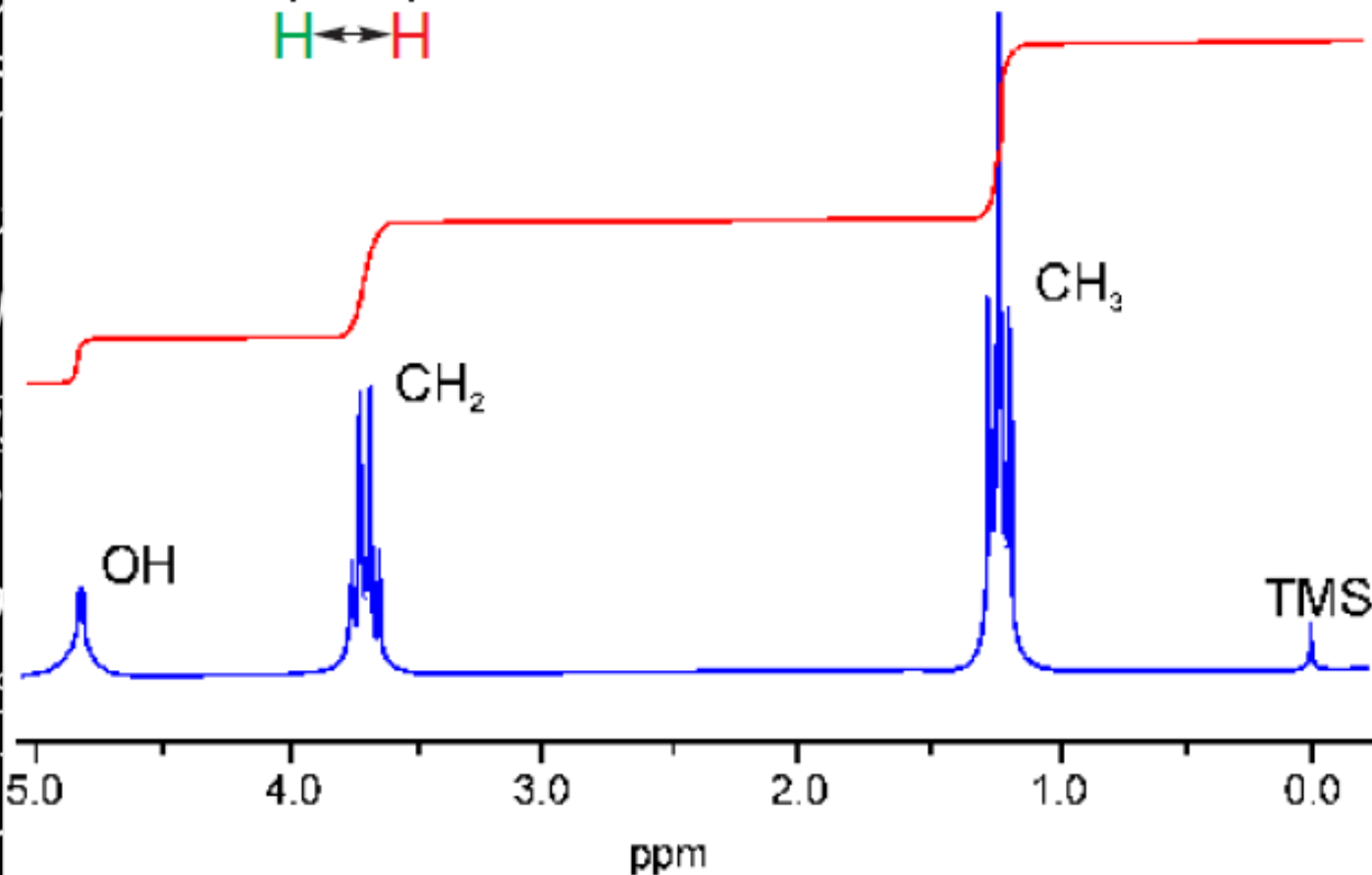
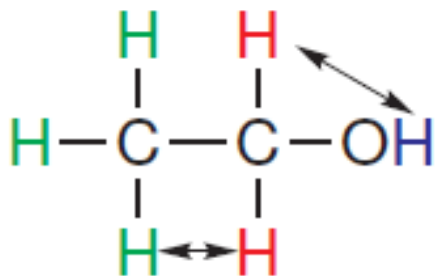
Dodatky 2

- Chemický posuv je dán spin-spinovou interakcí valenčních (vazebných) elektronů mezi blízkými chemickými skupinami.
- Díky této interakci dochází ke změně (k posunu) Larmorovy frekvence.
- Podle tvaru signálu jsme schopni určit chemickou strukturu látky.

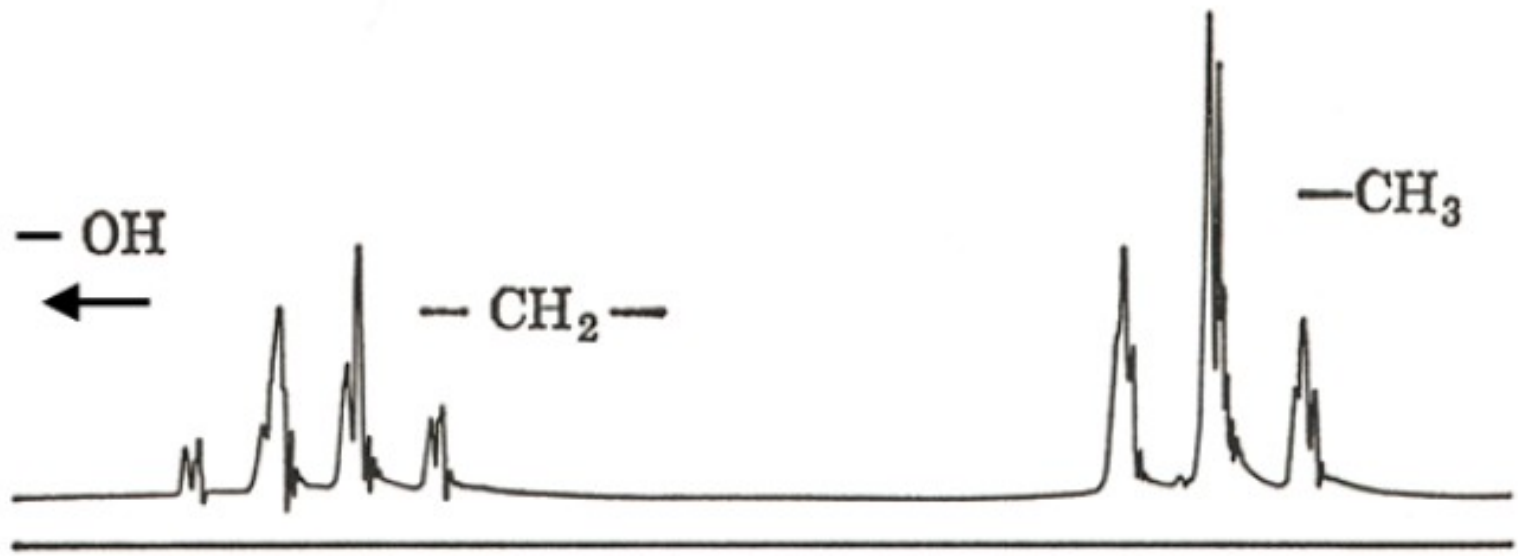
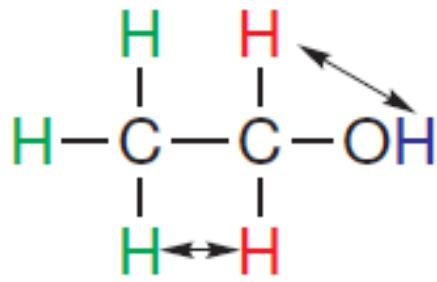
Dodatky 2

- Podle typu štěpení signálu (velikosti multipletu), můžeme určit, s kolika jinými jádra dochází k interakci.
- Pokud je jádro osamoceno, signál je singletní (1 ostrý „záblesk“).
- V blízkosti jednoho jádra dochází k rozštěpení na dublet (2 „záblesky“).
- V blízkosti 2 jader na triplet atp.

Dodatky 2



Dodatky 2



$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$
 $U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$
 $\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{2\pi r}$
 $k = \frac{p^2}{2m} = \frac{M_r \cdot 10^{-3}}{N_A}$
 $\lambda = \frac{h}{p}$
 $\sqrt{2eU_m}$
 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$
 $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} dS$
 $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}}$
 $\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h$
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 + \vartheta_2) + \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)}$
 $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$
 $S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$

$2 \tan \vartheta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$
 $\rho V = nRT \Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$
 $H_\lambda = \frac{\Delta M_e}{\Delta \lambda}$
 $\Phi = NBS$
 $V = c/\lambda$
 $\vec{F}_g = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi d}$
 $R_m = \frac{c}{T} k = \pm \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)}$
 $\omega = 2\pi f$
 $\vec{E} = -\nabla\phi - \dot{\vec{A}}$
 $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$
 $\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{S}$
 $\vec{p} = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$
 $\mu = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$

Dodatky 2

- Chemický posuv hraje svou roli i v nejen při spektroskopických metodách, ale i u zobrazovacích metod.
- Zde je chemický posuv nechtěný a vnáší do obrazu šum.

Konec 2. dodatku

Děkuji za pozornost

**Konec
8. přednášky**

**Prezentace vznikla v rámci projektu
fondu rozvoje MU 1515/2014**