

Radiologická fyzika a radiobiologie

11. přednáška



Časová střední hodnota

- Z různých důvodů není zajímavá a mnohdy ani dobře měřitelná okamžitá hodnota fyzikální veličiny $F(t)$, ale její střední hodnota za dobu T , tj.

$$\langle F \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) dt$$

Časová střední hodnota

- Tato doba bývá někdy velmi dlouhá (čekáme, až se nějaký jev ustálí a nezajímá nás přechodový jev). Pro veličinu s periodou $\omega=2\pi f$ je touto dobou perioda $T=1/f$

$$F\left(t + \frac{1}{f}\right) = F(t), \quad \langle F \rangle = f \int_0^{1/f} F(t) dt$$

Časová střední hodnota

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \sin(\omega t + \phi) dt$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\begin{aligned} \int \sin^2 x dx &= \int \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) dx \\ &= \frac{1}{2} \int (1 - \cos 2x) dx \\ &= \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C \\ &= \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x + C. \end{aligned}$$

Akustická energie

- Dochází k přelévání energie mezi kinetickou a potenciální složkou. Platí zákon zachování energie.
- **Kinetická energie:**

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} \Delta m v_a^2 = \frac{1}{2} \rho S \Delta x (\omega u_m)^2$$

$$v_a = \frac{\partial u}{\partial t} = -\omega u_m \cos(kx - \omega t) \rightarrow v_{am} = \omega u_m$$

v_a akustická rychlost (rychlost výchylky částice)

u_m amplituda výchylky částice

Akustická energie

- **Potenciální energie je rovna práci potřebné ke změně objemu elementu vzduchu:**

$$\Delta E_p = - \int_0^\varepsilon \boxed{pS} \cdot \boxed{\Delta x d\varepsilon} = -S\Delta x \int_0^\varepsilon (p_0 + p_a) d\varepsilon$$

Síla F

$\Delta u = \Delta x \varepsilon$; ε ... deformace

- Vzhledem ke stavové rovnici a rovnici kontinuity je $p_a = c^2 \rho_a = -\rho_0 c^2 \varepsilon$, dostáváme:

viz odvození vlnové rovnice: $c^2 = \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_0$ a $\rho_a \approx -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}$

$$\Delta E_m = -S\Delta x \int_0^\varepsilon (p_0 - \rho_0 c^2 \varepsilon) d\varepsilon = S\Delta x \left(-p_0 \varepsilon + \frac{1}{2} \rho_0 c^2 \varepsilon^2 \right)$$

Akustická energie

- Definujeme objemovou hustotu akustické energie:

Za předpokladu: $v_a = \mp c\varepsilon$; $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}$... deformace

$$w_a = \frac{\Delta E_k + \Delta E_p}{\Delta V} = \frac{p_0 p_a}{Zc} + \frac{1}{2} \rho_0 \left(v_a^2 + \frac{p_a^2}{Z^2} \right)$$

- Protože pro postupnou vlnu platí $p_a = \pm Z v_a$, dostáváme:

Ohmův zákon akustiky

$$w_a = \frac{p_0 p_a}{Zc} + \rho_0 v_a^2$$

- Bez odvození

Akustická energie

- První člen osciluje a má nulovou střední hodnotu $\langle p_a \rangle = 0$, proto je střední hodnota akustické energie rovna:

$$\langle w_a \rangle = \rho_0 \langle v_a^2 \rangle$$

- Výkon vlny:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m v_a^2 \quad \Delta x = c \Delta t$$

$$\bar{P} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{2} \rho S c (\omega u_m)^2$$

$\rho c = Z$... akustická impedance

Akustická impedance

$$Z = \rho c \quad p_a = \pm Z v_a$$

- Jednotkou akustické impedance je rayleigh:
1 Rayl = 1 kg.m⁻²s⁻¹.

prostředí	10 ³ ρ [kg m ⁻³]	c [m s ⁻¹]	10 ⁶ [Rayl]
vzduch	0,0012	330	0,0004
voda	1	1430	1,43
měkká tkáň	1,1	1540	1,69
játra	1,05	1570	1,65
tuk	0,95	1450	1,38
kost	1,91	4080	7,8

Akustická intenzita

- Důležitější než energie je výkon a intenzita akustické vlny. **Akustický výkon** je definován jako množství akustické energie, která projde jednotkou plochy za jednotku času. **Akustická intenzita** je definována jako výkon vlny vztažený na jednotkovou plochu kolmou na směr šíření vlny:

$$I_a = \frac{P}{S_{\perp}} = \frac{P}{S \cos \theta} = \frac{1}{2} \underbrace{\rho c}_Z (\omega u_m)^2 v_a^2$$

- Úhel θ je úhel mezi směrem šíření vlny a normálou plochy.

Akustická intenzita

- Výkon vlny je součin tlakové síly a akustické rychlosti:

$$P = pSv_a = (p_0 + p_a)Sv_a$$

$$v_a = \frac{\partial u}{\partial t}$$

- Dostáváme:

$$I_a = \frac{P}{S} = p_0v_a + p_av_a$$

Akustická intenzita

- Protože pro postupnou vlnu platí $p_a = \pm Z v_a$, dostáváme:

$$I_a = p_0 v_a \pm Z v_a^2 = p_0 v_a \pm \frac{p_a^2}{Z}$$

- Příspěvek prvního členu k průměrné intenzitě je prakticky nulový, protože akustická rychlost osciluje okolo nuly. Zůstává pouze druhý člen:

$$\langle I_a \rangle = \langle p_a v_a \rangle = \pm \langle Z v_a^2 \rangle = \pm \frac{\langle p_a^2 \rangle}{Z}$$

Akustická intenzita

- Speciálně pro harmonickou vlnu $u = A \cos(\omega t - kx)$ vychází:

$$\langle w_a \rangle = \frac{1}{2} \rho_0 v_{max}^2 \quad \langle I_a \rangle = \frac{1}{2} Z v_{max}^2 = \frac{p_{max}^2}{2Z}$$

kde $v_{max} = \omega A$ a $p_{max} = Z v_{max} = \omega A Z$.

- Pokud zavedeme efektivní veličiny

$$p_{ef} = \frac{p_{max}}{\sqrt{2}} \quad v_{ef} = \frac{v_{max}}{\sqrt{2}}$$

- Dostáváme $p_{ef} = Z v_{ef}$ a tedy:

$$\langle I_a \rangle = \frac{1}{2} Z v_{max}^2 = \frac{1}{2} Z \left(\sqrt{2} v_{ef} \right)^2 = Z v_{ef}^2$$

Odraz a průchod zvuku rozhraním

- Vlna se na rozhraní dvou prostředí částečně odráží a částečně prochází do druhého prostředí.
- Musí platit zákon zachování energie.
- Zjednodušeně (v – akustická rychlost dopadající vlny, v_R – odražené vlny, v_T – prošlé vlny):

$$v_1 = v \left(t - \frac{x}{c_1} \right) + v_R \left(t + \frac{x}{c_1} \right)$$
$$v_2 = v_T \left(t - \frac{x}{c_2} \right)$$

Odraz a průchod zvuku rozhraním

- K řešení je nutné splnit podmínky spojitosti na rozhraní. Na obou stranách rozhraní musí být stejná akustická rychlost vlny a stejný tlak: $v_1 = v_2$ a $p_1 = p_2$ (plyne z rovnice kontinuity a pohybové rovnice):

$$v(t) + v_R(t) = v_T(t)$$

$$\boxed{Z_1 v(t)} - \boxed{Z_1 v_R(t)} = \boxed{Z_2 v_T(t)}$$

p

p_R

p_T

Odraz a průchod zvuku rozhraním

- Z předchozích rovnic snadno dostaneme:

$$v_R(t) = r v(t) \quad v_T(t) = t v(t)$$

$$r = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$t = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

- Koeficienty odrazivosti a propustnosti. Platí:

$$-1 \leq r \leq 1 \text{ a } 0 \leq t \leq 2$$

Odraz a průchod zvuku rozhraním

- Při odrazu zvuku na rozhraní látky s vyšší akustickou impedancí dochází ke změně polarit (fáze) vlny. Při odrazu na rozhraní látky s menší akustickou impedancí se fáze ani polarita odražené vlny nemění.
- Např. pro rozhraní vzduch/voda je $r \sim -0,9995$ a $t \sim 0,0005$.

Odrazivost a průchodnost

- Propustnost (platí $v_T = tv$):

$$T = \frac{I_T}{I} = \frac{Z_2 v_T^2}{Z_1 v^2} = \frac{Z_2}{Z_1} t^2 = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

- Odrazivost (platí $v_R = rv$):

$$R = \frac{I_R}{I} = \frac{Z_1 v_R^2}{Z_1 v^2} = r^2 = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2$$

Odrazivost a průchodnost

- Platí $0 \leq R \leq 1$ a $0 \leq T \leq 1$ a také zákon zachování energie:

$$I_R + I_T = I \quad \rightarrow \quad R + T = 1$$

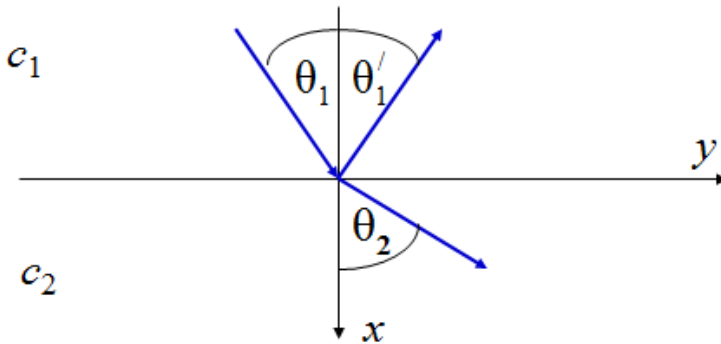
- Jsou-li akustické impedance příliš odlišné, většina energie se odrazí. Jsou-li podobné, většina energie prochází.

Odrazivost a průchodnost

- Při šikmém dopadu na rozhraní platí zákony odrazu a lomu:

$$\alpha_1 = \alpha'_1 \quad \text{a} \quad \frac{\sin \alpha_1}{c_1} = \frac{\sin \alpha_2}{c_2}$$

- Podle těchto zákonů je možné zvuk fokusovat do jediného bodu podobně jako světlo.



Intenzita a hlasitost zvuku

- Intenzita vlny je dána její amplitudou. Vztah mezi amplitudou akustického tlaku a amplitudou rychlosti vlny je dán Ohmovým zákonem. Pro efektivní hodnoty platí:

$$p_{ef} = Zv_{ef} = \rho cv_{ef}$$

- Hustota akustické energie: $w_a = \rho v_{ef}^2$ [J/m³]
- Akustická intenzita: $I_a = Zv_{ef}^2 = \frac{p_{ef}^2}{Z} = w_a c$ [W/m²]
(Pro běžné zvuky platí: $I_a \approx 10^{-12} - 10^2$ W/m²)

Intenzita a hlasitost zvuku

- Akustický výkon prošlý plochou S skloněnou o úhel θ vůči směru akustické vlny:

$$P = I_a S \cos \theta$$

- Celkový výkon je integrací přes plochu:

$$P = \oint I_a dS$$

- Pro kulovou plochu okolo bodového zářiče:

$$I_a = \frac{P}{4\pi r^2}$$

- Intenzita klesá se druhou mocninou vzdálenosti od zdroje

Hladina akustické intenzity

- Interval hodnot akustické intenzity je velmi široký, proto je pro její popis vhodné použít logaritmické měřítko. Lidské smysly reagují na podněty také logaritmicky. Tato zákonitost se označuje jako **Weber-Fechnerův zákon**.
- Psychofyzilogickou mírou intenzity zvuku je hlasitost. Nejbližší veličinou k ní je **hladina akustické intenzity**.

Hladina akustické intenzity

- Hladina akustické intenzity se definuje:

$$L_a = 10 \log \frac{I_a}{I_0} \rightarrow I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

- I_0 je prahová intenzita slyšení lidského ucha při 1 kHz. Odpovídající prahová hodnota akustického tlaku je $p_a = \sqrt{\rho c I_0} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$.
- Rozsah slyšení je 10^{-12} až 10^2 W/m^2 , tj. 0 až 140 dB. Lidského ucho dokáže rozlišit rozdíl hladiny asi 1 dB. V oblasti středních intenzit je ucho ještě citlivější. Celkově dokážeme rozpoznat až 325 stupňů intenzity zvuku.

Hladina akustické intenzity

- Zatímco akustická intenzita je objektivní hodnota, hlasitost je hodnota subjektivní. Zavádíme hladinu hlasitosti zvuku při dané frekvenci. Jednotkou je fón Ph:

$$L(f) = L_a (f = 1 \text{ kHz})$$

- Hladina intenzity a hladina hlasitosti mají stejné hodnoty pro frekvenci $f=1 \text{ kHz}$.
- Křivky stejné hlasitosti ($L=\text{konst.}$) označujeme jako izofóny.

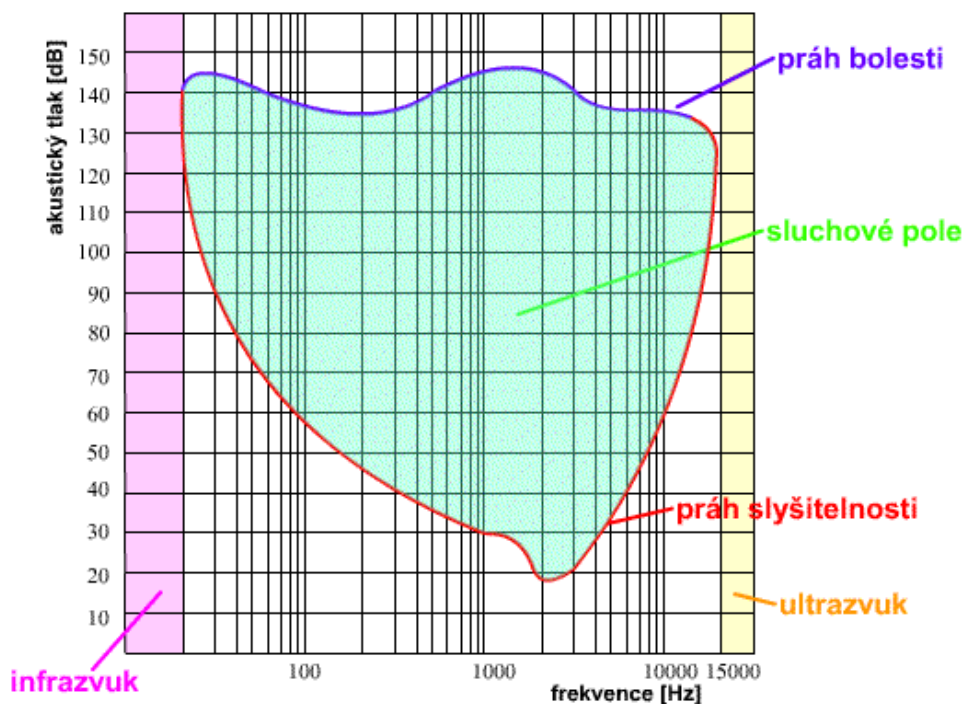
Hladina akustické intenzity

- Jednotka hlasitosti (N) son je definována jako hlasitost hladiny zvuku 40 Ph.
- Platí, že zvuk silnější o 10 Ph je 2x hlasitější:

$$N = 2^{(L-40)/10}$$

Citlivost lidského ucha

- **Sluchové pole** – je rozsah intenzit zvuků při různých frekvencích, které vnímá sluchem daná osoba. Zdola je sluchové pole omezeno prahem slyšení a shora prahem bolesti.



Absorpce

- Zvukové vlnění je při šíření prostředím částečně absorbováno. Pro pokles intenzity můžeme psát exponenciální zákon – pokles intenzity je úměrný dráze, kterou paprsek vlnění prochází

$$dI(x) = -\mu dx \quad \rightarrow \quad I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

x je tloušťka prostředí, μ je koeficient absorpce

- Koeficient absorpce je úměrný frekvenci vlnění: $\mu \sim f^2$.
- Příčinou absorpce je přeměna energie

Absorpce

- U zvuku je obvyklé charakterizovat útlum nikoliv lineárním koeficientem útlumu s rozměrem $[m^{-1}]$, ale koeficientem s rozměrem $[dB.m^{-1}]$. Logaritmováním zákona absorpce dostáváme:

Absorpce

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

$$U_{ef} = U_m$$

$$2 \tan \theta_B = \frac{w_2}{w_1} = w_{21}$$

$$Me = \sigma T^4$$

$$\phi_e = \frac{L}{4\pi r^2}$$

$$U = \frac{W_{AB}}{A} = \frac{|E_{PA} - E_{PB}|}{A}$$

$$\rho V = nRT$$

$$\Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$$

$$H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$

$$V = c/\lambda$$

$$\Phi = NBS$$

$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L = 2\pi fL$$

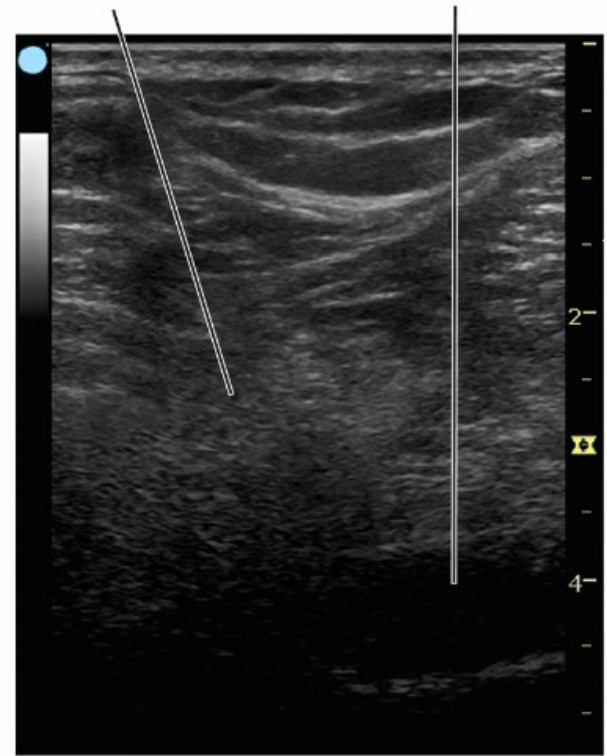
$$F_m = \vec{B} I l = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi d} l$$

$$F_q = \frac{m_1 m_2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

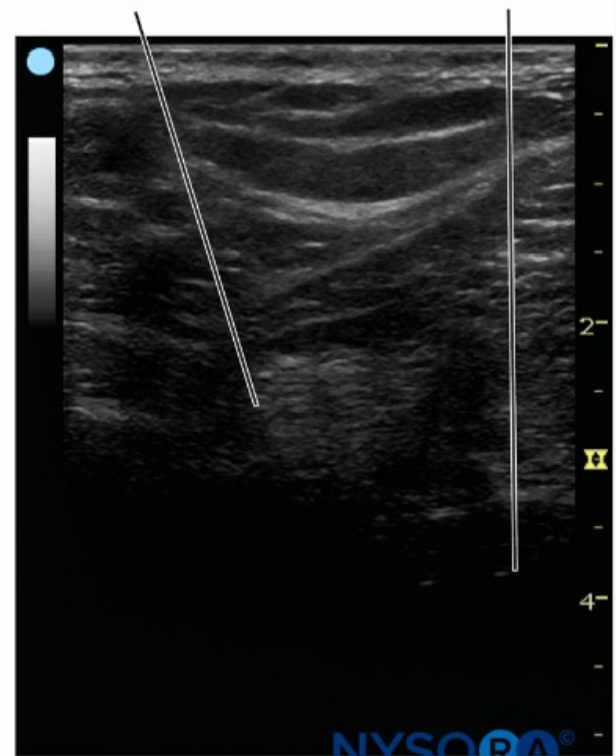
Sciatic Nerve Popliteal Artery Sciatic Nerve Popliteal Artery Sciatic Nerve Popliteal Artery



8 HMz



10 HMz



12 MHz



$$E_y = E_0 \sin(k_x x - \omega t)$$

$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$\cos(\theta_1 - \theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$R = R_0 \sqrt[3]{A}$$

$$\int \vec{E} d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Absorpce



3-15 MHz
20cm human fetus

**CONVENTIONAL
ULTRASOUND**
200-300 μm resolution



15-50 MHz
3cm mouse fetus

**ULTRA HIGH-FREQUENCY
ULTRASOUND**
30 μm resolution

Absorpce

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

$$U_{ef} = U_m$$

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI\sqrt{2}}{r}$$

$$k = \frac{p^2}{2m} m_0 = \frac{M_0}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} d\vec{s}$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN}{M_m}}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h$$

$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$$

$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$2 \operatorname{tg} \vartheta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$

$$pV = nRT \quad \vec{\Psi} = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$$

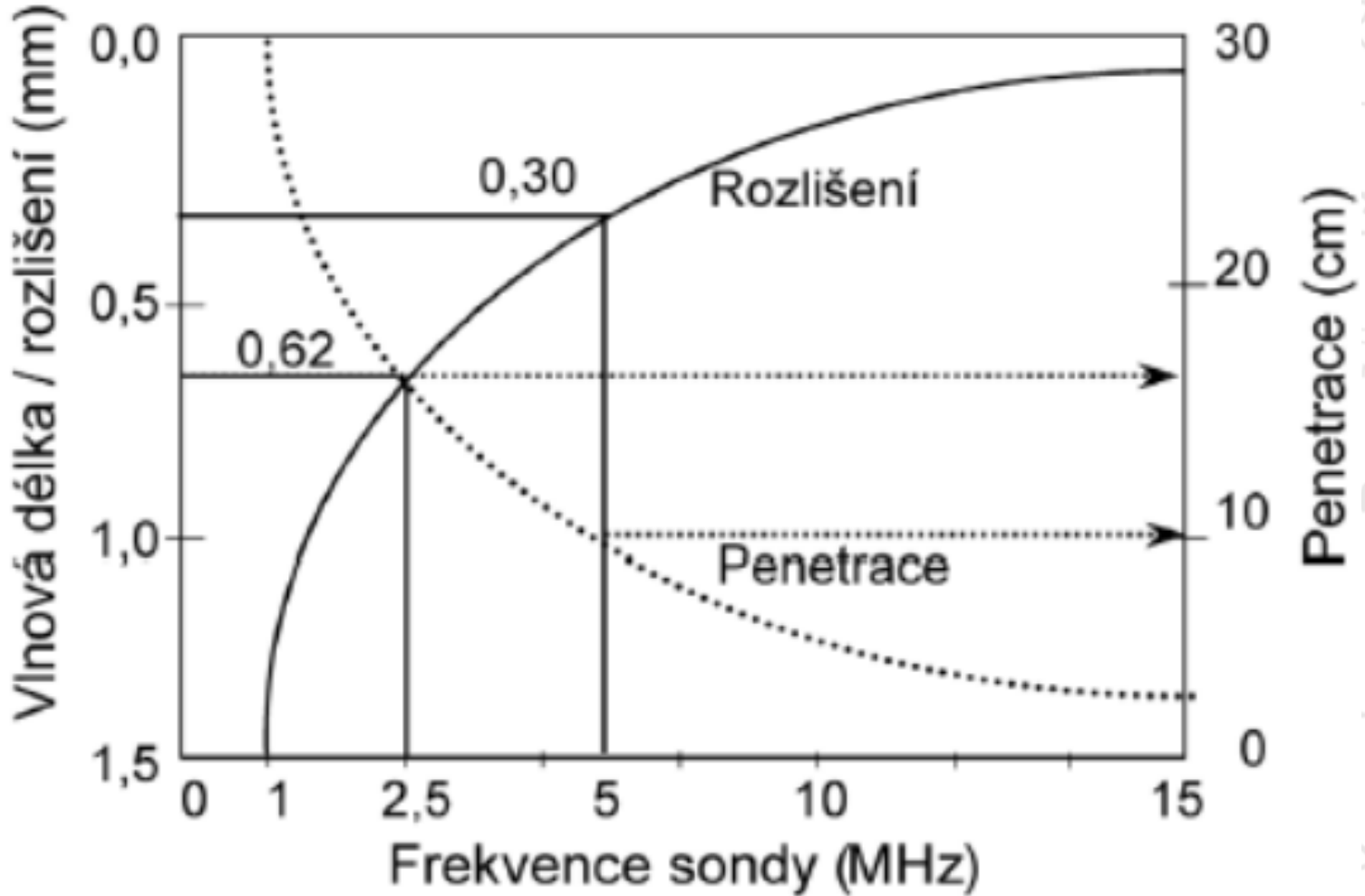
$$H_\lambda = \frac{\Delta M_e}{\Delta \lambda}$$

$$\Phi = NBS$$

$$V = c/\lambda$$

$$F_m = \vec{B} I l = \frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi d}$$

$$X_L = \frac{U_m}{I} = \omega L = 2\pi f L$$



$$R = R_0 \sqrt[3]{A}$$

$$J = \frac{1}{c} \frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{c} \frac{dQ}{dt}$$

$$p = \frac{c}{v} = \frac{c}{\lambda} = \frac{h}{\lambda}$$

$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

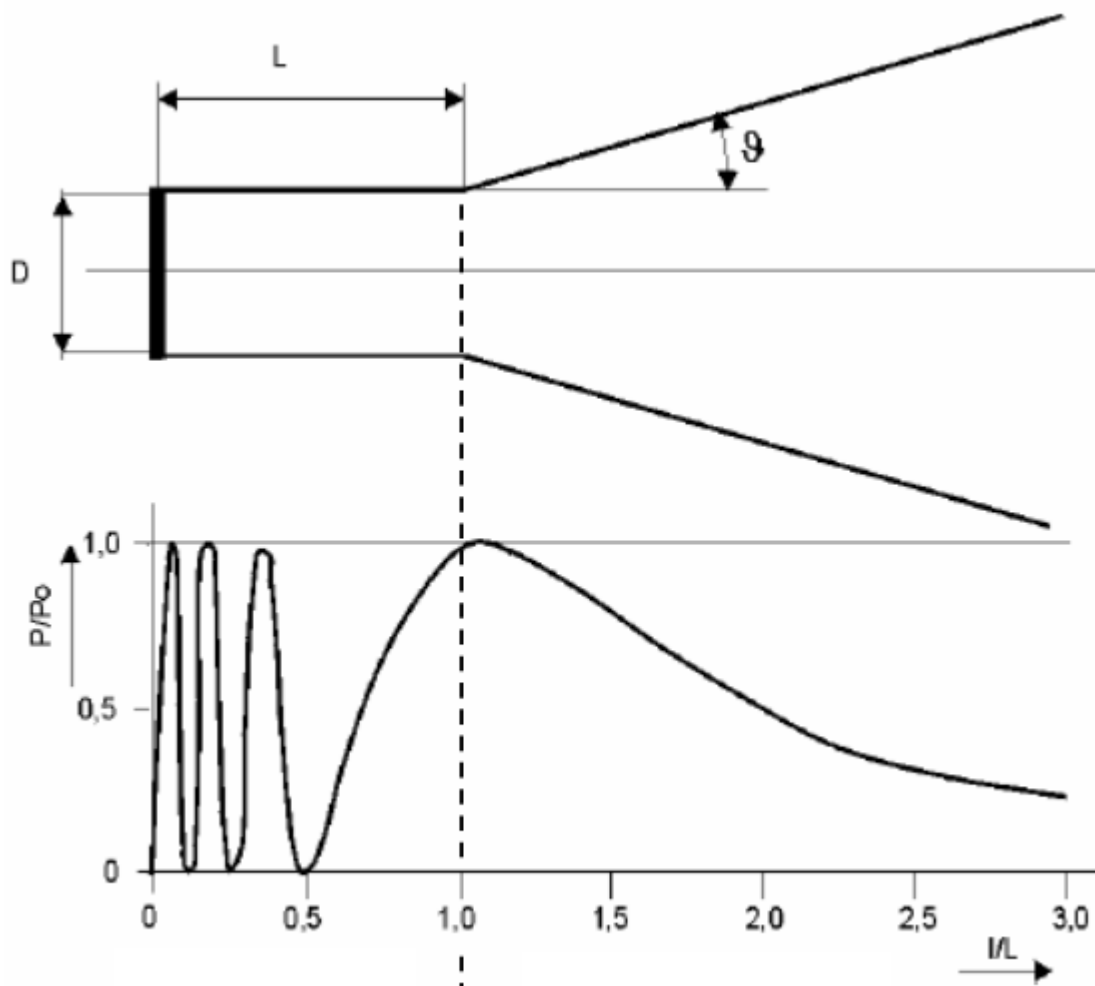
Ultrazvuk

- Ultrazvuk je zvukové vlnění s frekvencí vyšší jak 15 kHz. Tato hranice je dána hranicí slyšitelnosti zvuku u průměrného lidského ucha. Pro ultrazvukovou diagnostiku v medicíně (velmi rozšířená je také ultrazvuková diagnostika v různých inženýrských aplikacích) se používají frekvence řádu jednotek až desítek MHz.

Ultrazvuk

- Ultrazvuk se šíří spíše jako světlo než zvuk. Platí zákony odrazu, lomu a možnost fokusace. Odlišné vlastnosti souvisí s krátkou vlnovou délkou.
- Zvukové vlny o frekvenci $>10^{13}$ Hz se již běžnými látkami nešíří, protože vlnová délka takové vlny je již menší než vzdálenost atomů.

Ultrazvukové pole



Blízké pole
(Fresnelova oblast)

Vzdálené pole
(Fraunhoferova oblast)

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$

$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI \sqrt{2}}{2r}$$

$$k = \frac{p^2}{2m} = \frac{M_p \cdot 10^3}{NA}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm_e}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e}}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kT N_A}{M_p \cdot 10^3}}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} F_h = Shf$$

$$\left(\frac{E_t}{E_0} \right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2}{\cos(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)}$$

$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$2 \operatorname{tg} \vartheta_B = \frac{w_2}{w_1} = w_{21}$$

$$\rho V = nRT \quad \Psi = \iint \vec{D} \cdot d\vec{S} = AD$$

$$H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$

$$\Phi = NBS$$

$$\mu \frac{I_1 I_2}{2\pi d}$$

$$\frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)$$

$$2\pi f$$

$$\frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

$$\frac{w_2 - w_1}{v}$$

$$= Q^*$$

$$\int \frac{F_n}{R}$$

$$\lambda^* T = b$$

$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Ultrazvukové pole

- **Blízké pole (Fresnelova oblast):** Vyznačuje se vznikem minim a maxim akustického tlaku. V celém blízkém poli jsou proto typické složité amplitudové i fázové poměry. Příčný řez blízkého pole má přibližně stejný tvar jako je tvar zdroje kmitů, tzn. že v něm nedochází k rozbíhání ultrazvukového svazku.
- Délka blízkého pole:

$$l_0 = \frac{D^2 - \lambda^2}{4\lambda} \doteq \frac{D^2}{4\lambda}$$

Ultrazvukové pole

- **Vzdálené pole (Fraunhoferova oblast):**
Vyznačuje se rovnoměrným poklesem akustického tlaku na ose se vzdáleností od zdroje ultrazvuku, bez minim a maxim akustického tlaku. Typická je také rozbíhavost ultrazvukového svazku.

Absorpce ultrazvuku

- Ve vzduchu je ultrazvuk silně absorbován (pro 1 MHz se intenzita UZ zeslabí na polovinu průchodem 22 mm vrstvy vzduchu, ve vodě je to 10 m).
- Útlum UZ je dán koeficientem absorpce $\kappa \approx af^2$, kde a je součinitel absorpce charakteristický pro danou látku.
- Důležitá je závislost útlumu na druhé mocnině frekvence.

Absorpce ultrazvuku

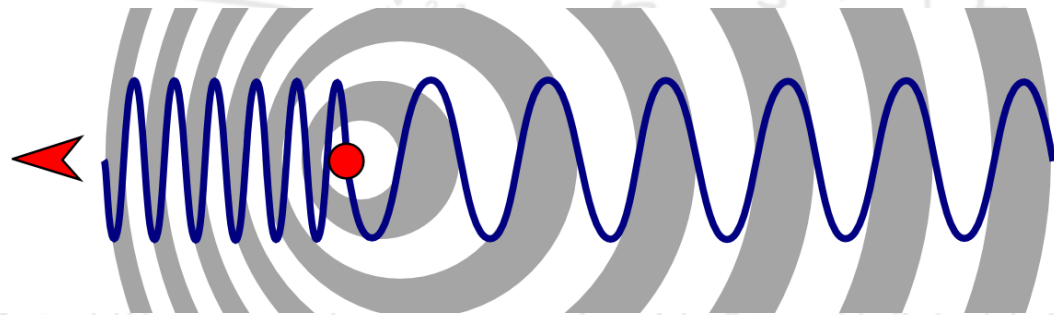
prostředí	μ [dB cm ⁻¹] pro $f=1$ Mhz
vzduch	1,61
voda	0,0025
měkká tkáň	0,5 – 1,0
játra	1,1
tuk	0,6
kost	10,0

Dopplerův jev

- Pohybuje-li se zdroj nebo přijímač zvuku, dochází ke změně přijímačem vnímané výšky tónu (frekvence) oproti stavu, kdy byli zdroj i přijímač v klidu.
- Objeven Ch. Dopplerem v r. 1842. Platí pro všechny druhy vlnění (světlo, zvuk, rádiové vlny, aj.).

Dopplerův jev

- Ve směru pohybu dochází ke zhušťování vlnoploch
 - doba mezi jednotlivými vlnoplochami se zkracuje
 - zvyšuje se frekvence
- Proti směru pohybu dochází ke zředění vlnoploch
 - doba mezi vlnoplochami se prodlužuje
 - snižuje se frekvence



Dopplerův jev

- Obecný zápis

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v \mp v_Z}$$

f ... frekvence vlnění vytvořeného zdrojem

f' ... detekovaná frekvence

v ... rychlost šíření vlnění prostředím

v_D ... rychlost pohybu detektoru

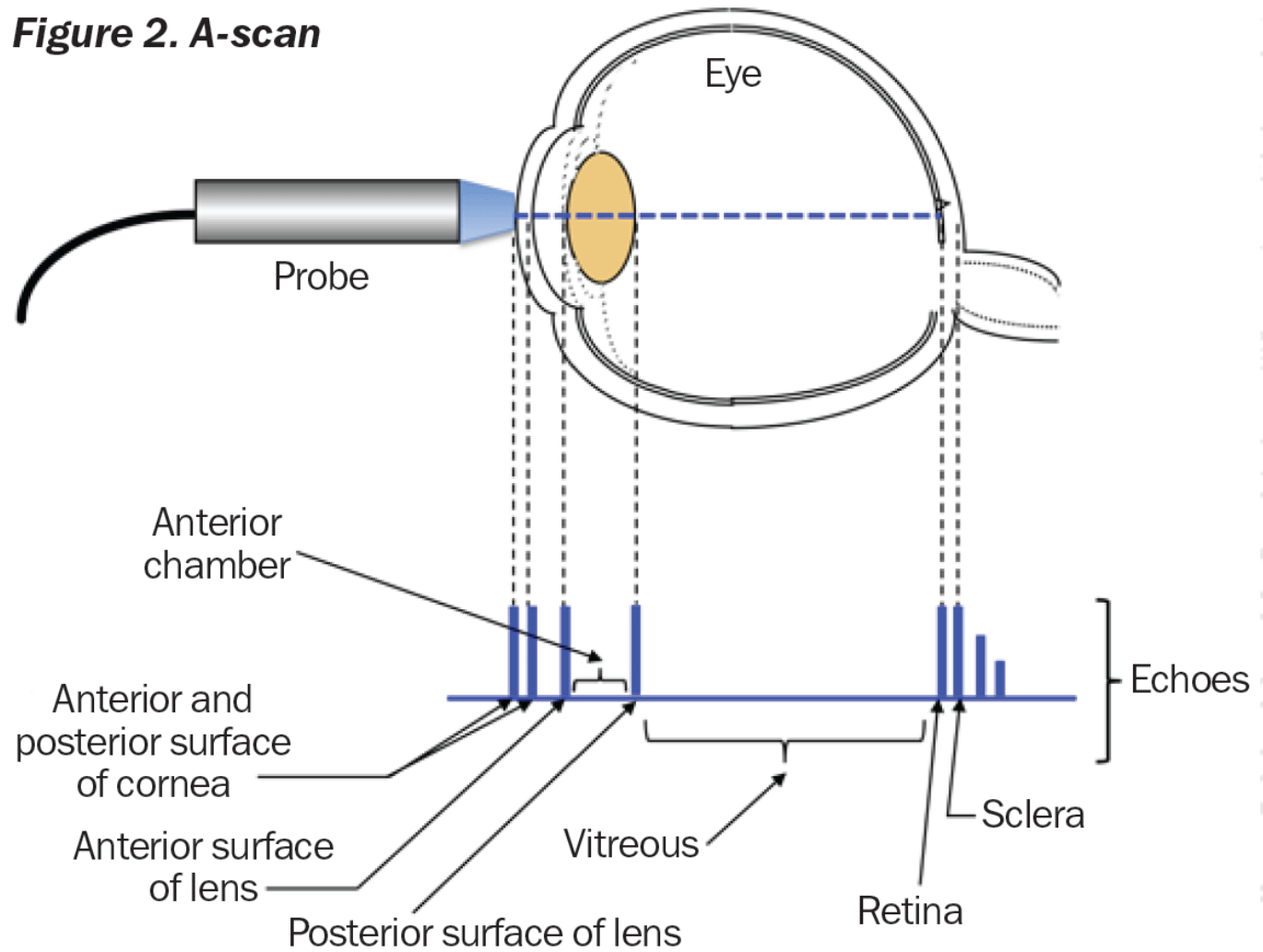
v_Z ... rychlost pohybu zdroje

- Znaménka v rovnici se určují podle pravidla:

Pohyb směrem k sobě = vyšší detekovaná frekvence

A mód

Figure 2. A-scan



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$

$$U_{ef} = \frac{U_m}{\dots}$$

$$2 \tan \theta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$

$$Me = \sigma T^4$$

$$\phi_e = \frac{L}{4\pi r^2}$$

$$E = \hbar \omega$$

$$U = W_{AB} = |E_{PA} - E_{PB}|$$

$$pV = nRT$$

$$\vec{\Psi} = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$$

$$H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$

$$V = c/\lambda$$

$$\Phi = NBS$$

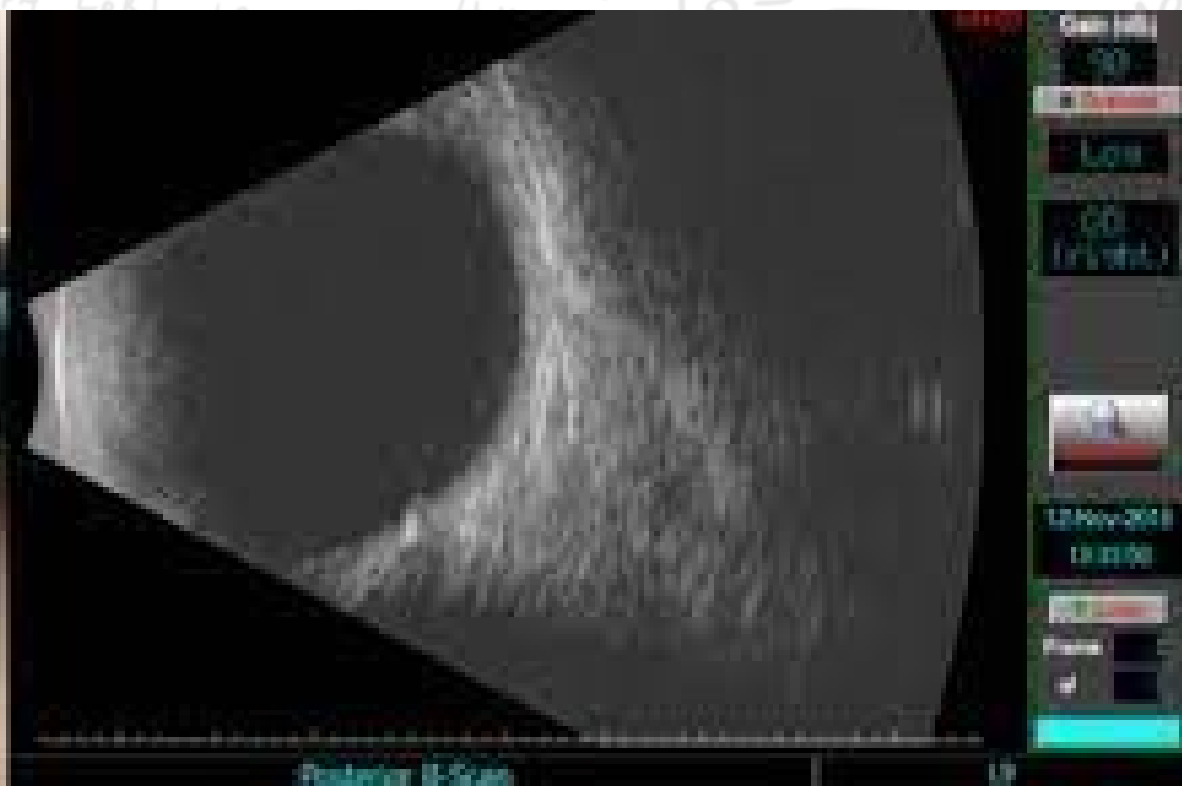
$$S \frac{\Delta \varphi}{\Delta x} = \frac{\Delta x_2 - x_1}{S_2}$$

$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L = 2\pi f L$$

$$F_m = \vec{B} I l = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi d} l$$

$$F_0 = m_1 m_2$$

A mód



$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\cos(\theta_1 - \theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{CL}}$$

$$\sigma = \frac{\Psi}{M} = F d \cos \alpha$$

$$S I_m^2 = U_m^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right]$$

$$\lambda^* T = b$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{\hbar f}{c} = \frac{\hbar}{\lambda}$$

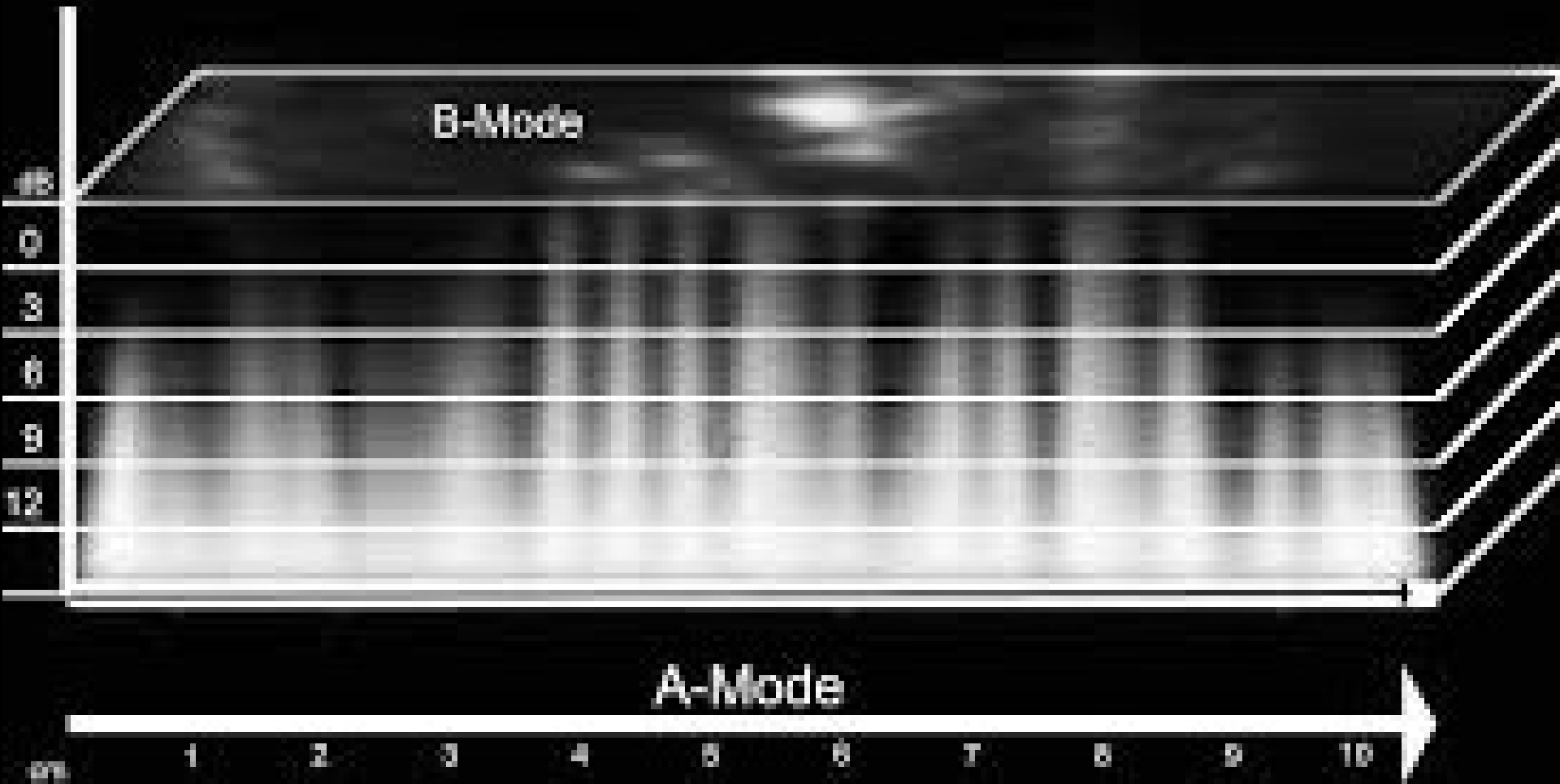
$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$\int \vec{E} d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$R = R_0 \sqrt[3]{A}$$

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$
 $2 \operatorname{tg} \varphi_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$
 $\rho V = nRT$
 $\vec{\Psi} = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$
 $H_\lambda = \frac{\Delta M_e}{\Delta \lambda}$
 $\Phi = NBS$
 $\vec{F} = \vec{B} I \ell = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{r}$

B mód



$S = \frac{1}{A} \frac{d\omega}{dt}$
 $R = R_0 \sqrt{A} \frac{c(s)}{c_0}$
 $u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

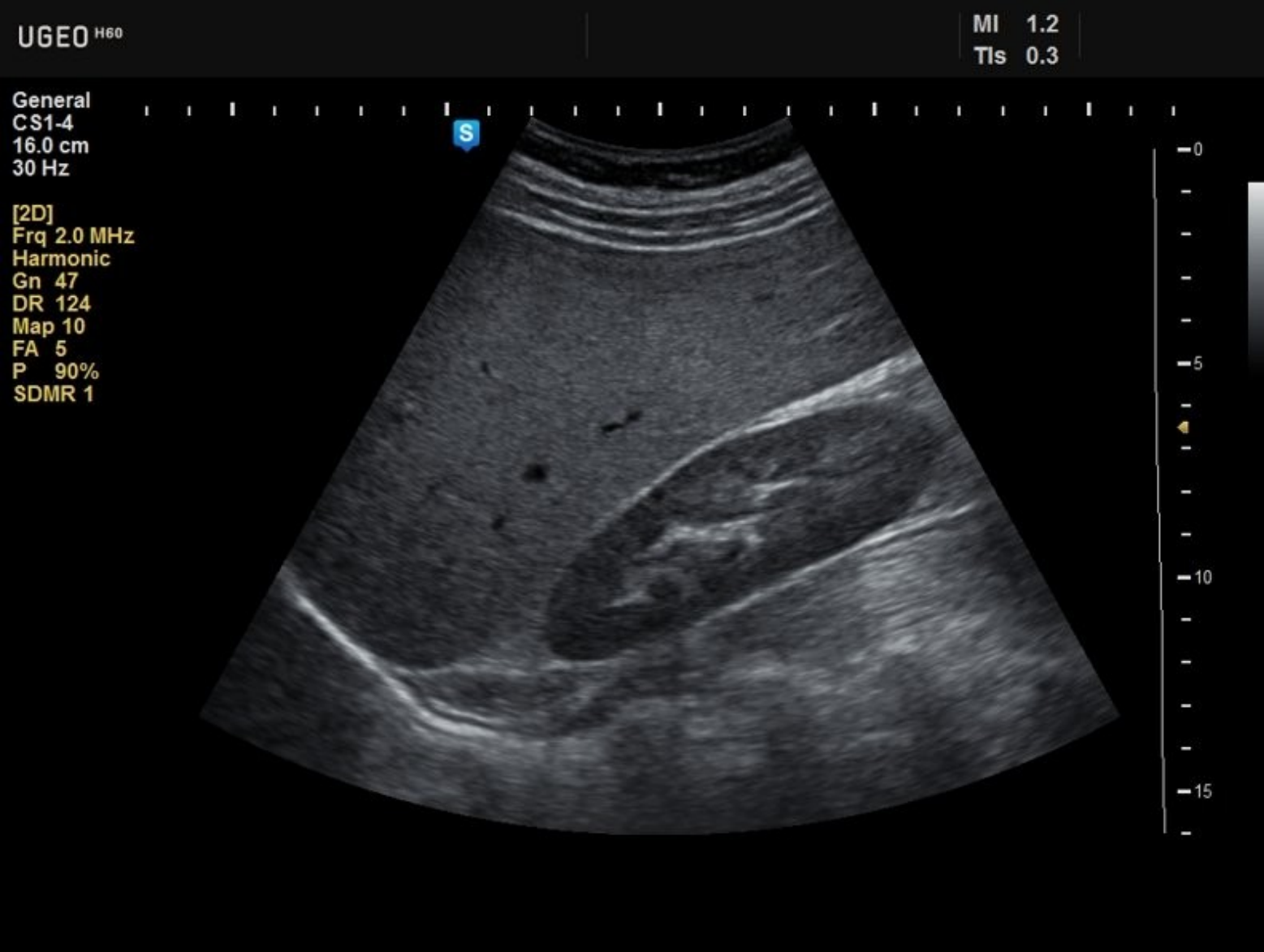
B mód

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$

$$2 \operatorname{tg} \theta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$
$$\phi_e = \frac{L}{\hbar} \int \dots$$

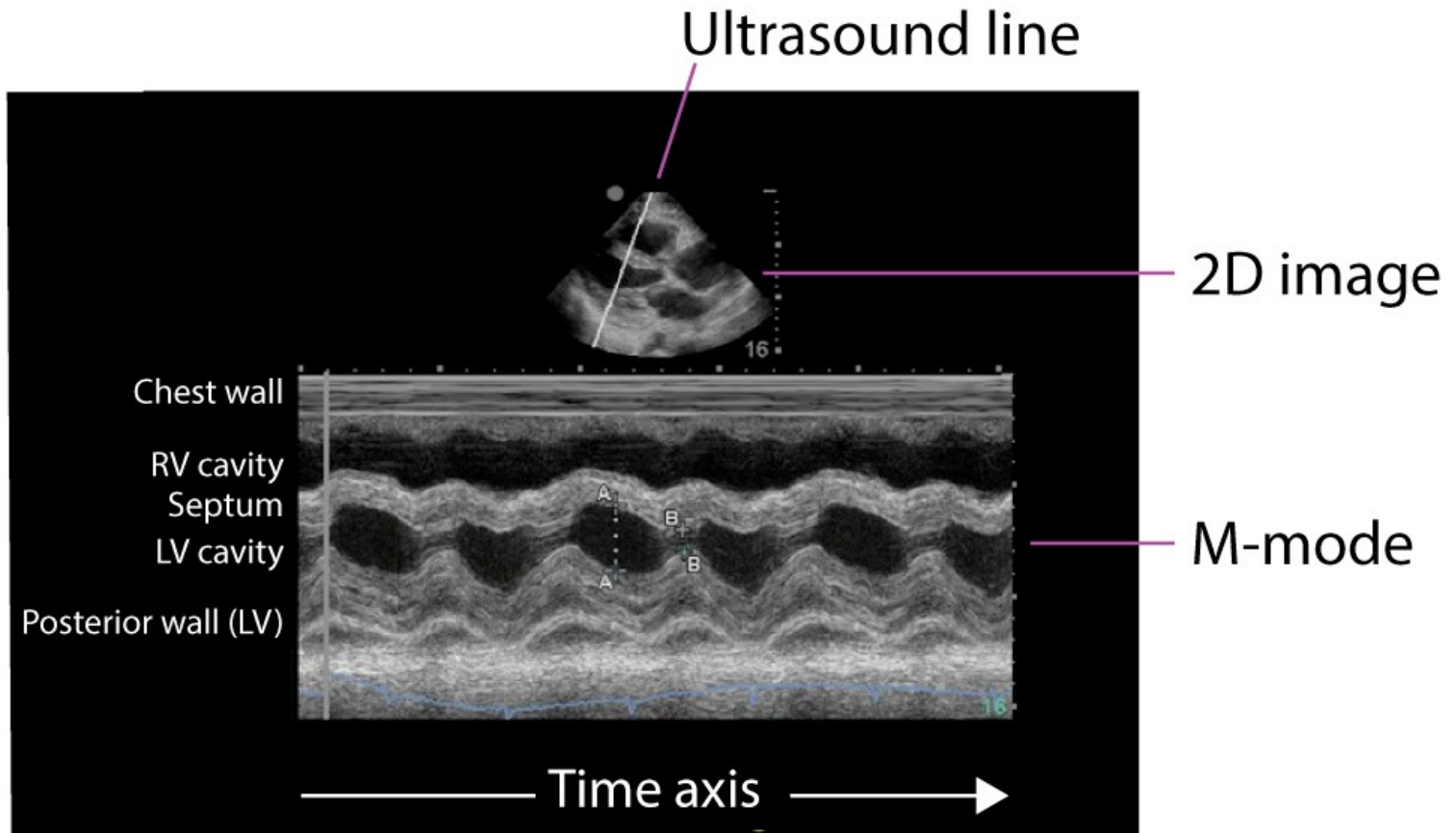
$$pV = nRT \quad \Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$$
$$H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$
$$V = c/\lambda \quad \Phi = NBS$$

$$U_{ef} =$$
$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{N}$$
$$k = p^2/2m$$
$$\lambda = \frac{v}{f}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi}$$
$$\oint \vec{B} d\vec{l}$$
$$C(s)$$
$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$
$$\lambda = \frac{l}{\dots}$$
$$\left(\frac{E_t}{E_0} \right)_{\parallel} =$$
$$E_y = E_0 \sin$$
$$S = \frac{1}{A}$$

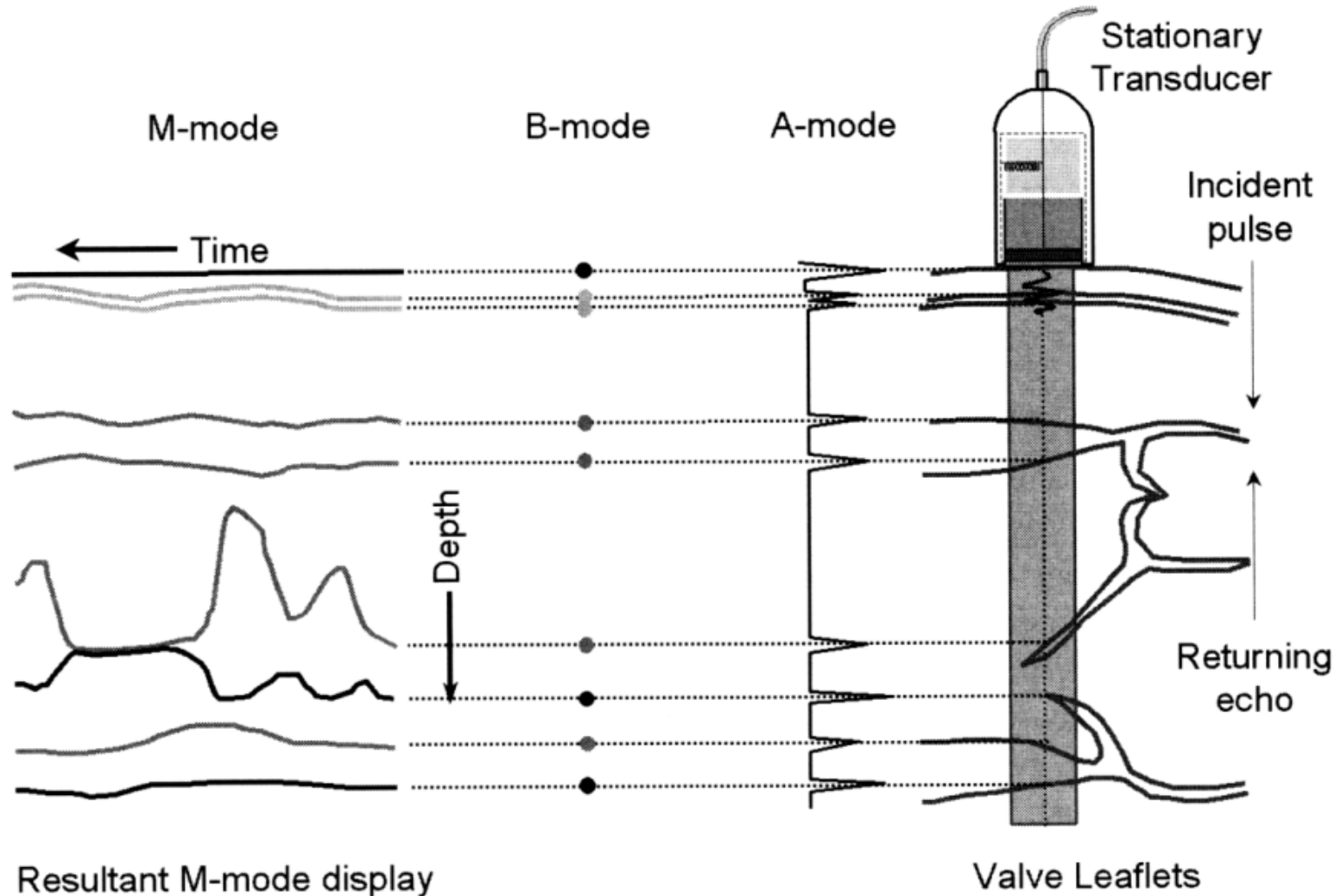


M mód

M-mode (Motion mode)



Shrnutí UZ módů



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$

$$U_{ef} = U_m$$

$$\vec{B} = \mu_0 \nabla \times \vec{I}$$

$$k = \rho \frac{v^2}{2m}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\left(\frac{E_{\perp}}{E_0} \right)_{\parallel} = \frac{2}{c}$$

$$E_y = E_0 \sin(k_x x)$$

$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$2 \tan \theta_B = \frac{v_2}{v_1} = n_{21}$$

$$pV = nRT$$

$$\Psi = \iint \vec{D} \cdot d\vec{S} = AD$$

$$H_{\lambda} = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$

$$\Phi = NBS$$

$$X_L = \frac{U_m}{T} = \omega L = 2\pi f L$$

$$F_m = BIl = \frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi d}$$

$$\mu_1 \mu_2$$

$$-\mathcal{L}$$

$$(E-v)$$

$$\bar{v} f$$

$$\frac{c}{\sqrt{\epsilon + \mu}}$$

$$-n_1$$

$$r$$

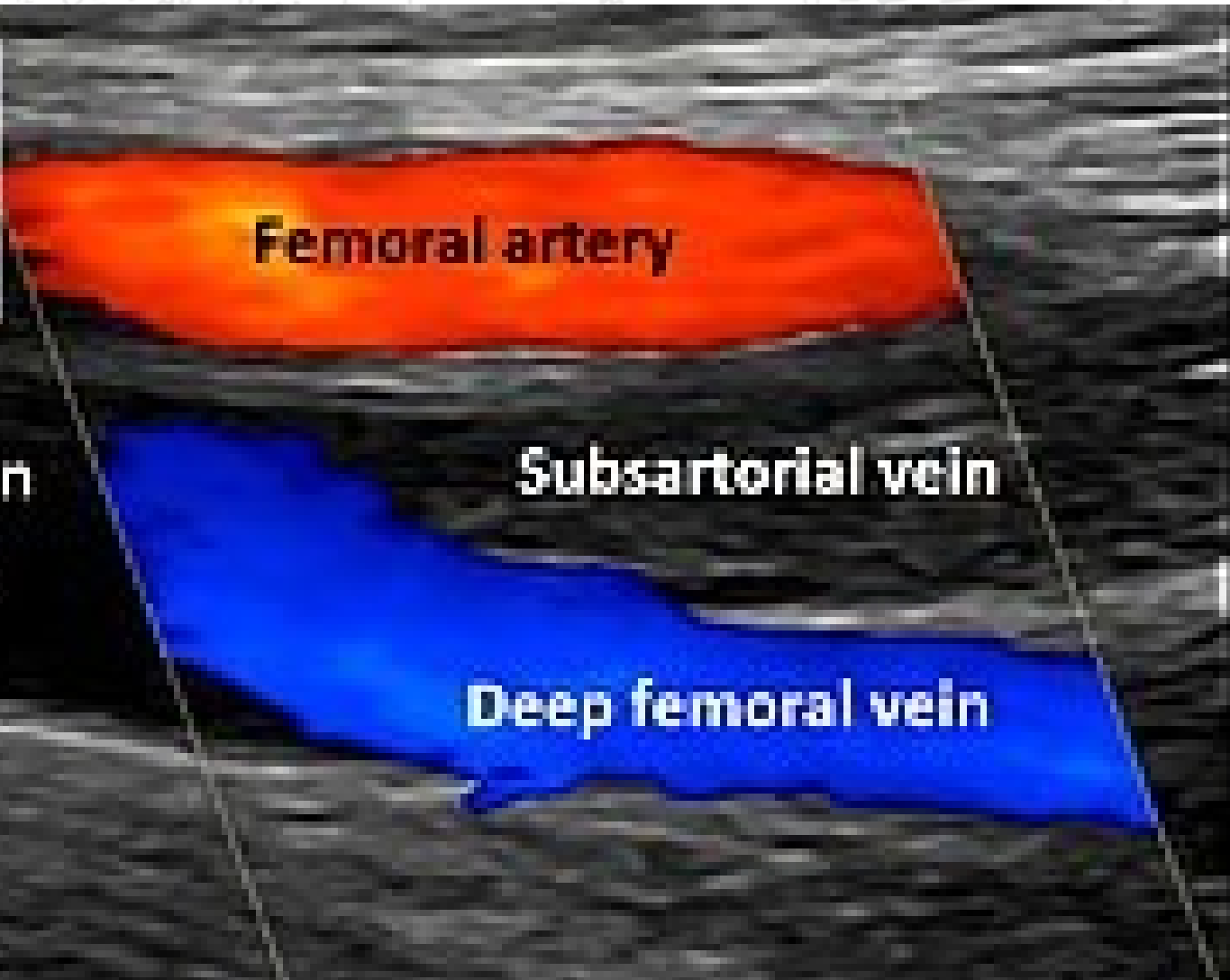
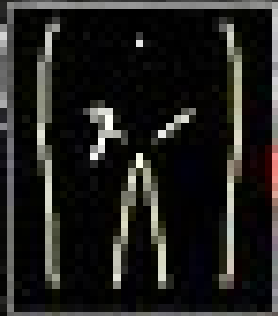
$$Q^*$$

$$\frac{F_n}{R}$$

$$\Gamma = b$$

$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Duplexní UZ



Femoral artery

Subsartorial vein

Deep femoral vein

Common femoral vein

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$
 $U_{ef} = U_m$
 $E = \hbar\omega$
 $2 \tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$
 $\rho V = nRT$
 $\vec{\Psi} = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$
 $H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$
 $\Phi = NBS$
 $V = c/\lambda$
 $\vec{F}_m = \vec{B} I l = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi d} l$
 $X_L = \frac{U_m}{T_m} = \omega L = 2\pi f L$
 $\mu_1 \mu_2$
 $\vec{B} = \mu \vec{H}$
 $k = \rho^2$
 $\lambda =$
 $f_0 =$
 ϕ
 $C(s)$
 $v_k = \sqrt{3}$
 $\lambda =$
 $\left(\frac{E_t}{E_0}\right)$
 $E_y = E_0 \sin$
 $S =$
 $\frac{c}{v}$
 $\frac{v}{\mu_1}$
 $\frac{F_n}{R}$
 $= b$
 $-\frac{x}{\lambda}$

Triplexní UZ

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

$$U_{ef} =$$

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI}{l}$$

$$k = \frac{p^2}{2m}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

$$C(s)$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

$$\lambda = \frac{h\nu}{T}$$

$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel}$$

$$E_y = E_0 \sin(\dots)$$

$$S = \frac{1}{A}$$

$$2 \operatorname{tg} \theta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$

$$Me = \sigma T^4$$

$$\phi_e = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$pV = nRT$$

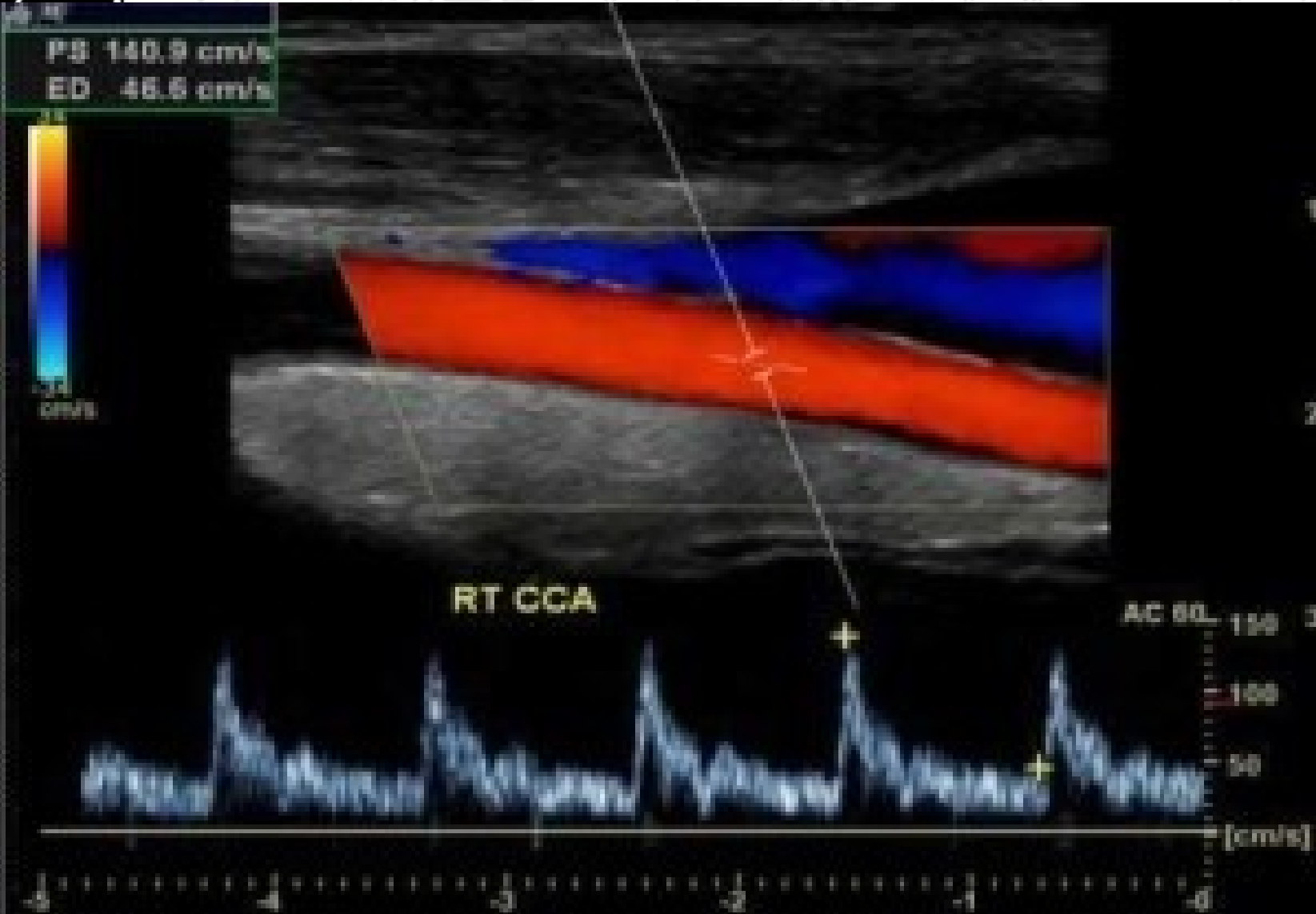
$$\vec{\Psi} = \iint \vec{D} \cdot d\vec{S} = AD$$

$$H_\lambda = \frac{\Delta Me}{\Delta \lambda}$$

$$V = c/\lambda$$

$$\Phi = NBS$$

$$\vec{F}_m = \vec{B} I l = \mu \frac{I_1 I_2}{r^2}$$



Kontrastní UZ

Table 7.1 Ultrasound contrast agents: overview of products

Name	Manufacturer	Shell	Gas	Approved
Echovist ^a	Bayer Schering Pharma	Galactose	Air	1991
Albunex ^b	Molecular Biosystems	Albumin	Air	1993
Levovist	Bayer Schering Pharma	Galactose	Air	1995
Optison	GE Healthcare	Albumin	Perfluoropropane	1998
SonoVue	Bracco	Phospholipids	Sulfur hexafluoride	2001
Luminy ^c	Lantheus Medical Imaging	Phospholipids	Perfluoropropane	2001
Sonazoid ^d	Daiichi Sankyo	Phosphatidylserine	Perfluorobutane	2006

^a Does not pass pulmonary circulation.

^b No longer marketed.

^c Marketed in U.S. as Definity.

^d Marketed only in Japan.

$$v = \frac{\lambda n_2}{T} + h$$

$$\left(\frac{E_t}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\cos(\theta_1 - \theta_2) \sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$E_y = E_0 \sin(k_x - \omega t)$$

$$S = \frac{1}{A} \frac{dW}{dt}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$

$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$2 \tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

$$pV = nRT$$

$$\Psi = \iint \vec{D} d\vec{S} = AD$$

$$H_\lambda = \frac{\Delta M_e}{\Delta \lambda}$$

$$V = c/\lambda$$

$$\Phi = NBS$$

$$E = \hbar \omega$$

$$U = \frac{W_{AB}}{e} = \frac{|E_{PA} - E_{PB}|}{e}$$

$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L = 2\pi f L$$

$$F_0 = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi d}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{CL}}$$

$$M = F d \cos \alpha$$

$$S I_m^2 = U_m^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right]$$

$$\lambda^* T = b$$

$$u = U_m \sin \omega(t - \tau) = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Kontrastní UZ

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V \psi = E \psi$$

$$U_{ef} = U$$

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{NI}{l}$$

$$k = \frac{p}{\hbar} = \frac{m_0 v}{\hbar}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$C(s)$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{3}$$

$$\lambda = \frac{h \ln 2}{T}$$

$$\left(\frac{E_{\tau}}{E_0} \right)_{\parallel} = \frac{2\alpha}{\alpha + 1}$$

$$E_y = E_0 \sin(k_x x - \omega t)$$

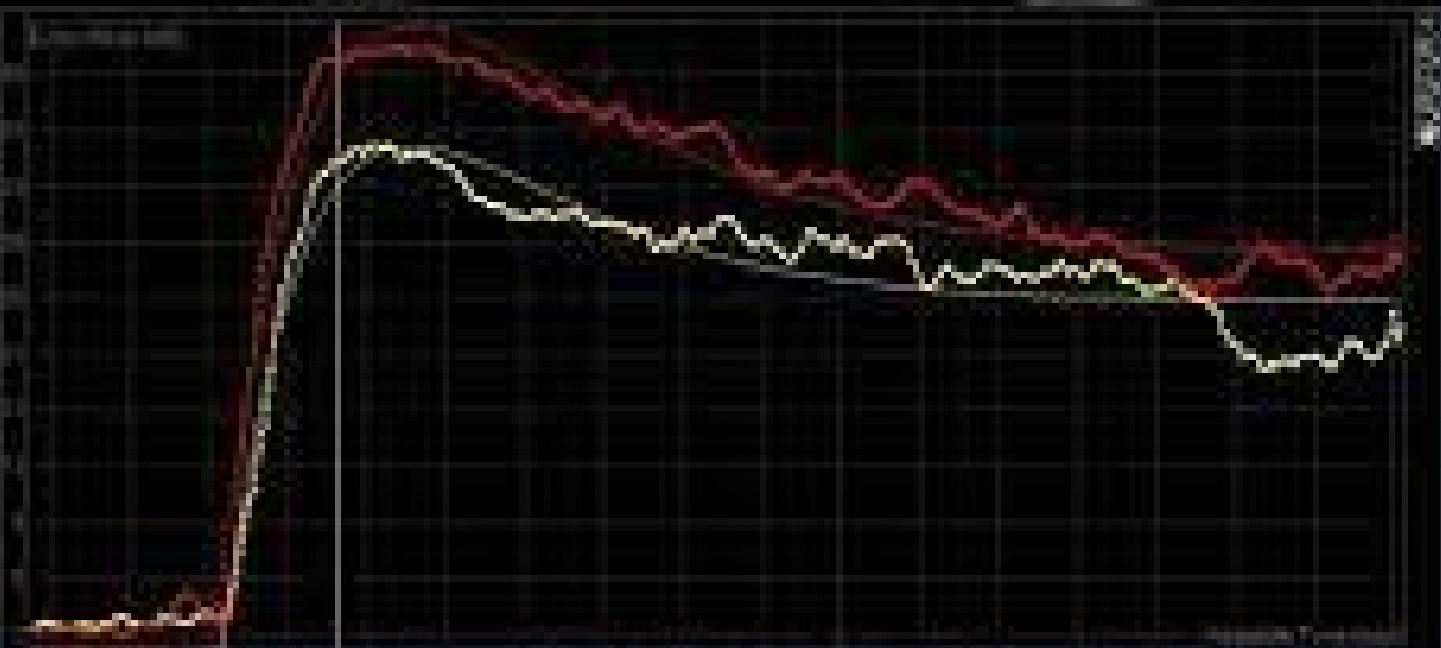
$$S = \frac{1}{A} \dots$$

$$2 \operatorname{tg} \theta_B = \frac{m_2}{m_1} = m_{21}$$

$$pV = nRT \quad \Psi = \iint \vec{D} \cdot d\vec{S} = AD$$

$$H_{\lambda} = \frac{\Delta M_e}{\Delta \lambda}$$

$$V = c/\lambda \quad \Phi = NBS$$



...
 ...
 ...
 ...

Shrnutí

- Akustická energie, akustický výkon a akustická intenzita zvukové vlny
- Akustická impedance
- Odraz a průchod zvuku rozhraním – koeficienty odrazivosti a propustnosti
- Hladina akustické intenzity, sluchové pole
- Absorpce zvuku a ultrazvuku
- Co je Dopplerův jev, rovnice Dopplerova jevu
- Využití v praxi (A,B,M-mód, duplexní...)
- Kontrastní látky v UZ diagnostice

Děkuji za pozornost

Konec

11. přednášky

**Prezentace vznikla v rámci projektu
fondu rozvoje MU 1515/2014**