

# Matematika pro nematematiky - Úlohy 2

Termín zadání: 26.9.2024

## 1 Grafy funkcí

Nakreslete grafy následujících funkcí. Stačí schematické náčrty. Je ale nutno vyznačit podstatné body, např. průsečíky s osami, asymptoty apod.

Pozn. Asymptoty jsou přímkou, k nimž se funkce blíží v nekonečnu.

- $2 \cdot (2x - 6)^3 + 3$
- $f(x) = 3 \sin(2t + \frac{\pi}{4}) + 3$ . Jaká je perioda funkce? Pro které  $x$  platí  $f(x) = 0$ ?
- Gaussovu křivku známou ze statistiky popisuje funkce  $e^{-x^2}$ . Je možné nakreslit funkci k ní inverzní? Pokud ne, zdůvodněte proč ne a zakreslete inverzní funkce zvlášť pro kladné a záporné  $x$ .
- Vyznačte v komplexní rovině číslo  $3e^{-i\frac{\pi}{2}}$  a napište jeho algebraický  $(a+bi)$  a goniometrický tvar.

## 2 Funkce

- Určete průsečíky funkce  $y = -2x^2 + 2x + 24$  s osami  $x$  a  $y$ .
- V kterých bodech se protínají funkce  $f(x) = x^2 - x - 2$  a  $g(x) = 3x + 5$ .
- Z funkce  $f(x) = e^x$  vytvořte funkci  $g(x)$ , která je oproti  $f(x)$  posunutá o 3 nahoru, o 2 doleva,  $2x$  užší na ose  $x$  a  $3x$  roztažena na ose  $y$ . V kterých bodech protínají obě funkce osy  $x$  a  $y$ .
- Nakreslete funkci  $\sin x$  v intervalu  $[-\pi/2, \pi/2]$  a funkci k ní inverzní. Jak se tato inverzní funkce nazývá.
- Navrhněte nějaký polynom 2. řádu, kde koeficienty  $a$ ,  $b$  i  $c$  jsou různé o nuly, který neprotíná osu  $x$ .

## 3 Logaritmy

Spočítejte hodnoty následujících výrazů (viz strana 17 ve skriptu).

Pozn.  $\log$  je dekadický logaritmus,  $\ln$  je přirozený logaritmus.

- $\log 2 + \log 5$
- $\ln e^4$
- $\log \sqrt{10} \cdot 10^{-4.5}$

---

## Bonusová úloha 1 pro skoro matematiky

Odvoďte pomocí Eulerova vyjádření komplexního čísla známý vztah  $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ . Pomůže strana 10 ve skriptu.

## Bonusová úloha 2 pro matematiky

Dokažte, že

$$\left( \sum_{i=0}^m a_i x^i \right) \cdot \left( \sum_{j=0}^n a_j x^j \right) = \sum_{k=0}^{m+n} \left( x^k \sum_{\substack{i+j=k \\ i \leq m \\ j \leq n}} a_i b_j \right)$$