

Matematika pro nematematiky - Úlohy 3

Termín zadání: 3.10.2024

1 Limita funkcí

Určete limitu následujících funkcí:

1. $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 + x - 1$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2}$
3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

2 Derivace funkcí

Zderivujte následující funkce:

1. $f(x) = x^3 - 4 \sin x + 2$
2. $f(x) = 3x^5 + \sin x \cdot e^x$
3. $f(x) = 2 \sin x \cdot \cos x$
4. $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x}$
5. $f(x) = \tan x$

3 Úhel přímk

Pomocí derivace zjistěte, pod jakým úhlem protíná funkce

1. e^x osu y
2. $\sin x$ osu y
3. $\cos x$ osu y
4. $2x + 4$ osu x
5. $x^2 - 4$ osu x

4 Průběh funkce

Určete minima, maxima a případně inflexní body následujících funkcí. Každou funkci i její první a druhou derivaci schematicky nakreslete. Připomeňme, že druhá derivace je v maximu záporná, v minimu kladná a v inflexním bodě nulová.

1. $f_1(x) = x^2 \cdot \cos x$ pro $x \in [-2, 2]$
2. $f_2(x) = x^3 + 3x^2 + 1$

5 Definice derivace

Exaktně jsme derivaci funkce $f(x)$ definovali jako

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Při přednášce jsme přímo použitím této definice ukázali, že derivace x^2 je $2x$. Stejným způsobem ukažte, že

1. $(x)' = 1$
2. $[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$