

# Matematika pro nematematiky - Úlohy 6

Termín zadání: 01.11.2024

## 1 Řešení algebraických rovnic numerickými metodami

Aplikujte programy, které jste zčásti vytvořili během semináře (NumerickaMatematika1.ipynb) a vyřešte následující rovnice pomocí všech 3 metod, o nichž jsme hovořili:

- A) Metoda půlení intervalů
- B) Metoda prosté iterace
- C) Newtonova metoda tečen

Všechny 3 metody jsou též popsány ve skriptech.

Zkuste zvolit různé počáteční hodnoty  $x_0$  a pozorujte chování programu. Stane se, že řešení někdy diverguje (t.j. nekonverguje)? Záviseí rychlost konvergence, tedy počet iterací, podstatně na volbě  $x_0$ ?

1.  $\sin x = x$
2.  $\ln x = -x^2 + 3$
3.  $x^3 + 3x = 2$

## 2 Numerická integrace

Aplikujte programy, které jste zčásti vytvořili během semináře (NumerickaMatematika1.ipynb) a vyřešte následující integrály pomocí metod, o nichž jsme hovořili:

- A) Součet centrovaných obdélníků
- B) Simsonovo pravidlo
- C) Monte Carlo integrace

Integrál též vyřešte analyticky a

1.  $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx$
2.  $\int_0^2 x^3 \, dx$

## 3 Určení hodnoty $\pi$ pomocí metody Monte Carlo

V Pythonu napište program obdobný metodě Monte Carlo integrace, který spočítá plochu kruhu o poloměru 1 cm.

---

## 4 Numerické derivování

V souboru `NumerickaMatematika1.ipynb` je uveden program pro numerickou derivaci funkce sinus pomocí metody dopředných diferencí. Narozdíl o předchozích úloh nejsou hodnoty derivace počítány postupně ve `for` cyklu nebo `while` cyklu, nýbrž "najednou" jako rozdíl vektorů `numpy`. Výsledek derivace společně s funkcemi sinus a cosinus jsou nakresleny v grafu.

Zkuste program přeformulovat pro derivaci metodou zpětných diferencí a metodou centrálních diferencí. ChatGPT vám pomůže.