

Protokol č. 1

Pohyb rovnoměrný přímočarý

1. Kvalitu materiálu zjišťujeme ultrazvukovým defektoskopem. Za jak dlouho se vrátí vlnění v měděném bloku, odrazí-li se od dutiny v hloubce 0,05 m? Rychlost šíření ultrazvuku v mědi je $3600 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
2. Balón stoupal do výše rychlostí 2 m/s a vítr foukal horizontálním směrem rychlostí 12 m/s. Do jaké vzdálenosti měřené na zemském povrchu jej odnesl vítr, jestliže balón urazil dráhu 4 km?
3. Uprostřed řeky široké 20 m je proudem unášena loďka rychlostí 20 km/h. Vodáci před sebou ve vzdálenosti 15 m zpozorují peřej a začnou usilovně pádlovat přímo ke břehu, přičemž loďka se ke břehu bude přibližovat rychlostí 12 km/h. Za jak dlouho je voda donese k peřeji? Za jak dlouho dopádlují ke břehu? Dosáhnou břehu dříve, než budou strženi do peřeje?

Pohyb nerovnoměrný přímočarý – průměrná rychlost

4. První třetinu dráhy projel automobil rychlostí 18 km/h, druhou třetinu rychlostí 36 km/h a poslední třetinu rychlostí 72 km/h. Určete průměrnou rychlost pohybu automobilu v jednotkách m/s..

Pohyb rovnoměrný po kružnici

5. Hmotný bod koná rovnoměrný pohyb po kružnici o poloměru 0,2 m úhlovou rychlostí $25 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. Jak velká je obvodová rychlost hmotného bodu?]
6. Jak velké je odstředivé zrychlení centrifugy při 5000 ot/min, jejíž rotor má poloměr 10 cm?
7. Perioda pohybu oběžného kola parní turbíny je 0,02 s. Určete počet otáček za minutu.
8. Kolotoč se za 5 minut otočil kolem své osy dvacetkrát. Uveďte frekvenci jeho otáček v jednotkách Hz. ($1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$).

Pohyb rovnoměrně zrychlený

9. Tělese se pohybovalo rovnoměrně zrychleně se zrychlením $a = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Počáteční rychlost byla nulová. Jak velkou rychlost dosáhlo na konci dráhy dlouhé 100 m?
10. Vůz, který jel rychlostí 54 km/h, zvýšil na přímé silnici rychlost na 90 km/h, přičemž ujel dráhu 200 m. Vypočtete zrychlení vozu za předpokladu, že jeho pohyb byl rovnoměrně zrychlený.

Příklady využívající integrální a diferenciální počet

11. Těleso se pohybuje po ose x podle rovnice $x = \frac{c}{3}t^3 - 2a_0t^2 + 3v_0t$. Určete rychlost a zrychlení pohybu. Ve kterých okamžicích mění těleso směr pohybu?

Protokol č. 2

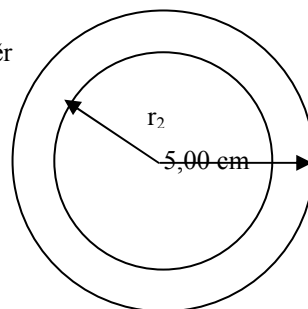
Síla, práce, energie

Newtonovy zákony

- Autobus o hmotnosti 3,5 t jede po vodorovné cestě rychlostí 90 km/h. Jaká stálá brzdící síla je potřebná, aby autobus zastavil pohybem rovnoměrně zpomaleným na dráze 100 m?
- Volejbalista odrazil míč o hmotnosti 0,5 kg silou 200 N. Jak velká je počáteční rychlost odraženého míče, jestliže na něj působila nárazová síla po dobu 0,04 s?

Archimédův zákon

- Ledovec o hustotě $920 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ plave po mořské hladině. Jaká část objemu ledovce je nad hladinou, jestliže hustota mořské vody je $1025 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$?
- Máte dutou zlatou kouli následujících rozměrů (viz obrázek). Určete vnitřní poloměr r_2 tak, aby se koule nepotopila ani neplavala po hladině, ale právě se vznášela ve



vodě. Hustota zlata je $19,32 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Uvažujte hustotu vody $1 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$.

Zákon zachování hybnosti

- Raketa vystřelí 15 g plynu rychlostí $180 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jaké rychlosti v důsledku toho raketa nabude, je-li její hmota po výstřelu 54 g?

Mechanická práce a energie

- Alfa částice (tj. ${}^4_2\text{He}^{2+}$) opustila při alfa-rozpadu jádro radionuklidu. Určete počáteční rychlost alfa částice, jestliže její počáteční kinetická energie byla 2 MeV. $1 \text{ eV} = 1,602\cdot 10^{-19} \text{ J}$, $N_A = 6,022\cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $A_r(\text{He}) = 4,003$.
- Fotbalista o hmotnosti 80 kg běžící po hřišti rychlostí $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, odkopne míč o hmotnosti 0,7 kg. Počáteční rychlost odkopnutého míče je $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vypočítejte kinetickou energii fotbalisty po odkopnutí míče.
- Fotbalista o hmotnosti 80 kg běžící po hřišti rychlostí $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, odkopne míč o hmotnosti 0,7 kg. Počáteční rychlost odkopnutého míče je $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vypočítejte celkovou výslednou kinetickou energii fotbalisty a míče po odkopnutí míče.
- Člověk o hmotnosti 80 kg vynesl pytel cementu o hmotnosti 50 kg z přízemí do druhého poschodí. Jak velkou celkovou práci přitom vykonal, je-li výška poschodí 4m?
- Člověk o hmotnosti 80 kg vynesl pytel cementu o hmotnosti 50 kg z přízemí do druhého poschodí. Jak velkou užitečnou práci přitom vykonal, je-li výška poschodí 4m?

Příklady využívající integrální počet

- Vypočítejte, jak velká práce byla vykonána, jestliže pružina ve svislém směru protažená o 2 cm při zavěšeném závaží 2 kg byla z této polohy protažena o 10 cm.

Zákon zachování energie

- Kladivo o hmotnosti 1 kg dopadlo na skobu rychlostí $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, přičemž skoba pronikla do stěny o 2 cm. Jak velká je průměrná odporová síla stěny?
- Motor auta vyvíjí tažnou sílu 180 N. Určete jeho výkon, jede-li auto po vodorovné rovině rychlostí 48 km/h.

Účinnost

- Elektromotor, jehož příkon je 20 kW, zvedá kabinu výtahu o hmotnosti 600 kg stálou rychlostí $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jaká je jeho účinnost?
[90%]

Protokol č. 3

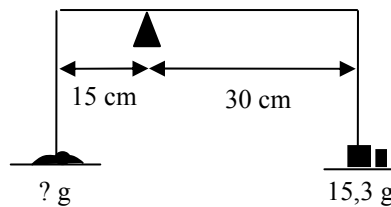
Mechanika tuhého tělesa

Moment síly

26. Na obvodu kola o poloměru 0,5 m působí ve směru tečny síla o velikosti 50 N. Jak velký je moment této síly vzhledem k ose kola?

Rovnováha na páce

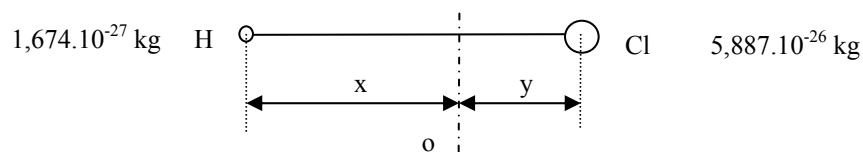
27. Na pravé misce nerovnoramenných vah je závaží o hmotnosti 15,3 g. hmotnost má předmět na levé misce, jestliže pravé rameno vah má cm a levé rameno 15 cm a váhy jsou právě v rovnováze?



Jakou
délku 30

Moment setrvačnosti

28. Jaký je moment setrvačnosti molekuly znázorněné na obrázku vůči ose otáčení označené o ?
 $x + y = 1,2745 \cdot 10^{-10}$ m.



Protokol č. 4

Kmitání a vlnění

Kmitání

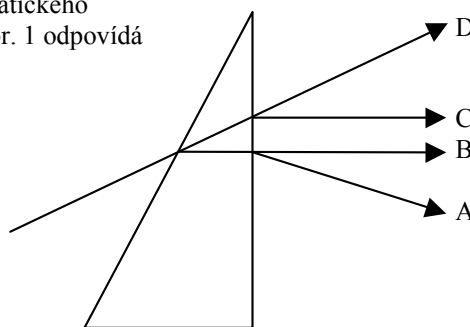
29. Hmotný bod koná harmonický pohyb s periodou 4 s a amplitudou výchylky 6 cm. Jaká je úhlová frekvence harmonického pohybu?

Vlnění

30. Pružným vláknem se šíří vlnění s frekvencí 2 Hz rychlostí $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. S jakým fázovým rozdílem kmitají body vlákna, mezi nimiž je vzdálenost 0,75 m?
31. Příčné postupné vlnění popisuje rovnice $y = 0,20 \sin 40(t - x/20)$, kde souřadnice jsou v metrech a čas v sekundách. Jaká je perioda kmitavého pohybu jednotlivých bodů?
- 1/20 s
 - 1,0 s
 - $2\pi/40$ s
 - $40/(2\pi)$ s
32. Rentgenové záření mělo frekvenci 6.10^{18}s^{-1} . Rychlost světla ve vakuu je $3.10^8\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jaká je vlnová délka rentgenového záření ve vakuu?
33. Vyberte dvě správné odpovědi: Mezi elektromagnetické záření patří:
- gama záření
 - měkké rentgenové záření
 - beta záření
 - ultrazvuk
 - alfa záření
 - infrazvuk

Zákon odrazu, zákon lomu, totální odraz, polarizace odrazem

34. Opticky aktivní látky :
- samovolně emitují světelné záření
 - stáčí rovinu lineárně polarizovaného světla
 - zbarvují pokožku v závislosti na změně teploty
 - po ozáření bílým světlem se změni frekvence procházejícího světla
35. Na optický hranol dopadá ze vzduchu paprsek X monochromatického (monofrekvenčního) světla. Který z paprsků A, B, C, D na obr. 1 odpovídá zákonům paprskové optiky ?
- paprsek A
 - paprsek B
 - paprsek C
 - paprsek D



36. Pod jakým úhlem musí dopadat světelný paprsek na vodní hladinu ($n_{\text{voda}} = 1,33$), jestliže má odražený a lomený paprsek svírat úhel 90° ?
37. Cukerný roztok v polarimetrické trubici o délce 18 cm stáčí rovinu kmitů sodíkového světla (589,3 nm) o 30° . Jaké množství cukru se nachází v 1 m^3 roztoku, je-li specifická otáčivost $0,6637 \text{ }^\circ\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-1}$? Specifickou otáčivostí se rozumí otočení roviny kmitů (v úhlových stupních), které způsobí sloupec roztoku o optické délce 1 m a o koncentraci 1 kg rozpuštěné látky na 1 m^3 roztoku.
38. Určete hodnotu mezního úhlu pro dvojici optických prostředí vzduch ($n_{\text{vzduch}} = 1,00$) a voda ($n_{\text{voda}} = 1,33$).

Protokol č. 5

Termika

Výpočet tepla

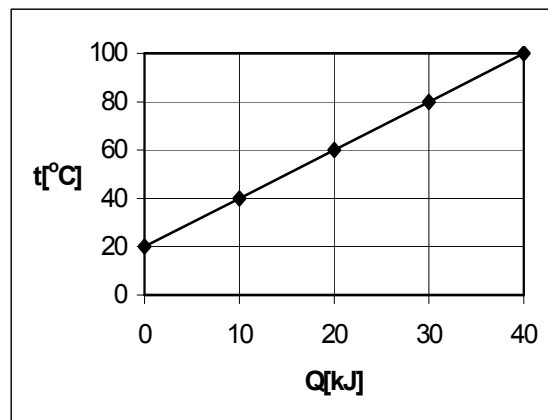
39. Na obrázku je nakreslen graf vyjadřující změnu teploty tělesa o hmotnosti 2 kg jako funkci tepla přijatého tělesem. Jaké teplo přijme těleso při ohřátí ze 40 na 100°C?
40. Jakou měrnou tepelnou kapacitu má těleso podle zadání předchozího příkladu?

Kalorimetrická rovnice

41. Jaká bude výsledná teplota vody, jestliže smícháme vodu o hmotnosti 1 kg a teplotě 20°C s 2 kg vody o teplotě 30°C?
42. Za jaký čas ohřeje ponorný vařič s výkonem 500 W ($1 \text{ W} = 1 \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}$) a účinností 75% dva litry vody 10°C teplé na bod varu? Měrná tepelná kapacita vody je $c = 4,2 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Jouleův-Lenzův zákon

43. Elektrický průtokový ohřivač vody připojený na síť 220 V ohřeje za minutu jeden litr vody z vodovodu o teplotě 14 °C na teplotu 80 °C. Jaký je příkon výhřevné spirály ohřivače? Měrná tepelná kapacita vody je $4,2 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.



Protokol č. 6

Elektřina a magnetismus

Elektrostatika

44. Dva bodové náboje stejného znaménka o stejných velikostech $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ jsou od sebe vzdáleny $1 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Permittivita vakua je $8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. Jak velkou silou na sebe náboje působí? Přitahují se, nebo odpuzují?
45. V Bohrově modelu vodíkového atomu na sebe působí proton a elektron silou $23 \cdot 10^{-9} \text{ N}$. Určete vzájemnou vzdálenost protonu a elektronu.
Permittivita vakua je $\epsilon = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Elektrický proud, odpor, vodivost, napětí

46. Elektrický průtokový ohřivač vody připojený na síť 220 V ohřeje za minutu jeden litr vody z vodovodu o teplotě $14 \text{ }^\circ\text{C}$ na teplotu $80 \text{ }^\circ\text{C}$. Jaký je elektrický odpor výhřevné spirály ohřivače? Měrná tepelná kapacita vody je $4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
47. Vyberte dvě správné odpovědi: Elektrický proud je skalární fyzikální veličina závislá:
- a) přímo úměrně na velikosti náboje, který projde za jednotku času příčným řezem vodiče
 - b) přímo úměrně na době, za kterou projde celkový elektrický náboj
 - c) přímo úměrně na elektrickém napětí mezi konci vodiče
 - d) přímo úměrně na měrném odporu vodiče
 - e) přímo úměrně na délce vodiče, kterým proud prochází
 - f) nepřímo úměrně na rychlosti pohybu elektronů v elektrickém poli
 - g) Vodič má odpor $4 \text{ } \Omega$ a za 60 s jím prošel náboj 40 C . Jaké napětí bylo na koncích vodiče?

Protokol č. 7

Tlak

48. Vypočítejte hydrostatický tlak v hloubce 20 m pod volnou hladinou vody. (Počítejte s $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$).
49. Na píst o obsahu plochy 10 cm^2 působí síla 100 N. Jak velký tlak vyvolá tato síla v kapalině?

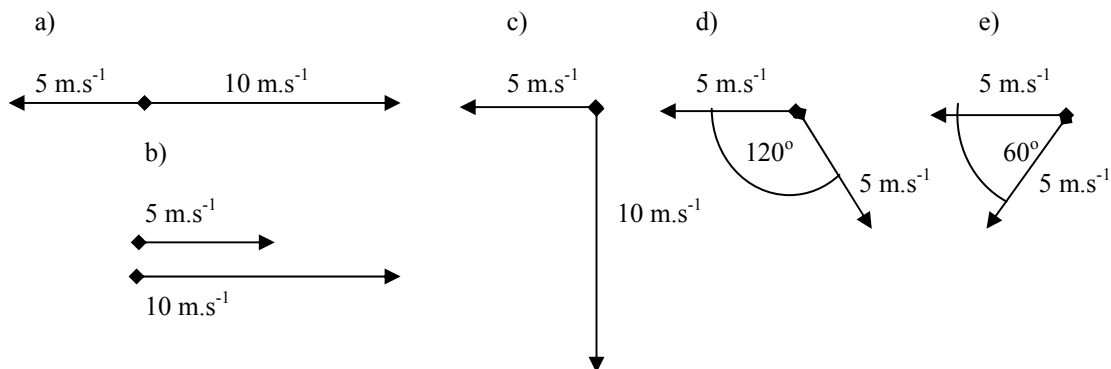
Stavová rovnice ideálního plynu

50. Jestliže se při izotermickém ději s ideálním plynem o daném látkovém množství zvětšil objem na trojnásobek hodnoty v počátečním stavu, jak se změnil tlak?
- nezměnil se
 - klesl na $1/9$ původní hodnoty
 - klesl na $1/3$ původní hodnoty
 - klesl o $1/3$ původní hodnoty.
- [c]
51. Ideální plyn o hmotnosti 0,2 kg má při teplotě 27°C objem $0,4 \text{ m}^3$ a tlak $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Jaký bude tlak tohoto plynu, zvětší-li se při stálém objemu jeho teplota na 327°C ?
52. Kolikrát se zvýší tlak ideálního plynu, jestliže se jeho termodynamická teplota zvětší třikrát a jeho objem se zvětší o 30% původního objemu?
53. Vyberte jednu správnou odpověď: Při izobarickém ději s ideálním plynem o daném látkovém množství se objem zvětšil na čtyřnásobek hodnoty naměřené při počátečním stavu. Jak se přitom změnila teplota?
- nezměnila se
 - klesla 4x
 - vzrostla 16x
 - vzrostla 4x

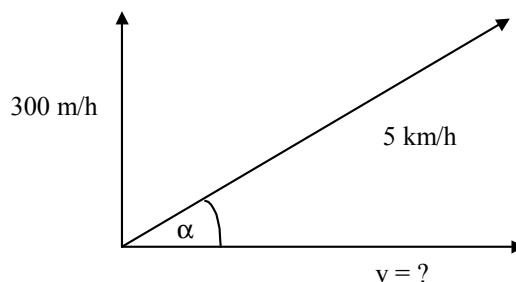
Protokol č. 8

Skládání vektorů

54. Numericky i graficky složte vektory znázorněné na obrázku:



55. Turista jde do kopce rychlostí 5 km/h a přitom stoupá rychlostí m/h. Vypočítejte rychlost, jakou postupuje ve vodorovném směru. Vypočítejte úhel, který svírá svah kopce s vodorovným směrem.



300

Jednotky fyzikálních veličin

56. Převed'te:

- 373 K = °C
- 137 °C = K
- 37 °C = K
- 137 °C = K

57. Vyberte správnou odpověď: Frekvence dýchání zdravého dospělého člověka v klidu je přibližně (1 Hz = 1 s⁻¹):

- 25 mHz
- 250 mHz
- 15 Hz
- 70 Hz

58. Absorbance A je definována vztahem $A = -\log(I/I_0)$, kde I_0 je intenzita záření vstupujícího do vzorku a I je intenzita záření ze vzorku vystupujícího. V jakých jednotkách udáváme absorbanci?

59. Pro absorbanci A platí Lambertův-Beerův zákon $A = \epsilon \cdot l \cdot c$, kde l je délka optické dráhy udávaná v cm a c je koncentrace zkoumané látky v roztoku udávaná v jednotkách mol.dm⁻³. Jaké jednotky má molární absorpční koeficient ϵ ?

60. Převed'te:

- 270 nm = m
- $3,5 \cdot 10^{-3}$ mV = V
- 0,0032 A = mA
- 50 pF = F
- $0,998 \text{ g.cm}^{-3}$ = kg.m⁻³
- 150 ml = l
- 101,325 kPa = Pa
- 10 mol.s^{-1} = mol.min⁻¹
- 53 GW = MW = kW = W
- 0,6 mm = μm
- $5,42 \text{ m}^2$ = dm² = cm²
- $0,273 \text{ m}^3$ = dm³ = cm³ = ml
- 72 km/h = m/s
- 4 m/s = km/h]
- 470 μl = cm³

61. Převed'te:

- $60 \text{ mol.dm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$ = mol.cm⁻³.min⁻¹
- $60 \text{ mol.cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$ = mol.dm⁻³.min⁻¹
- $841,54 \text{ J.g}^{-1}$ = J.mol⁻¹. Jedná se o ethanol, $M_r(\text{H}) = 1$, $M_r(\text{C}) = 12$, $M_r(\text{O}) = 16$
- $20\,000 \text{ J.mol}^{-1}$ = J.g⁻¹. Jedná se o methanol, $M_r(\text{H}) = 1$, $M_r(\text{C}) = 12$, $M_r(\text{O}) = 16$

- e) $19,435 \text{ g.cm}^{-3} = \dots\dots\dots \text{ kg.m}^{-3}$
- f) $1,078.10^{-3} \text{ Pa.s} = \dots\dots\dots \text{ kPa.min}$
- g) $72,4.10^{-3} \text{ N.m}^{-1} = \dots\dots\dots \text{ g.hod}^{-2}$
- h) $1,5 \text{ eV} = \dots\dots\dots \text{ J}$
- i) $12\,870 \text{ kg.m}^{-3} \dots\dots\dots \text{ g.cm}^{-3}$

62. Doplňte jednotky uvedených fyzikálních veličin a vyjádřete je pomocí základních jednotek SI:

- a) povrchové napětí
- b) výkon
- c) teplo
- d) molární tepelná kapacita
- e) tepelná kapacita
- f) práce
- g) dynamická viskozita
- h) vnitřní energie
- i) entropie
- j) elektrická vodivost

]

Protokol č. 9

Termodynamika

63. Termodynamická soustava, na kterou okolí nepůsobí silami, přijme od okolí teplo 30 kJ. Jakou práci soustava vykoná, vzroste-li její vnitřní energie o 10 kJ?]
64. Termodynamická soustava, na kterou okolí nepůsobí silami, přijme od okolí teplo 30 kJ. Určete přírůstek vnitřní energie soustavy, vykoná-li práci 40 kJ.
65. Vyberte jednu správnou odpověď ze čtyř nabídnutých: Matematické vyjádření prvního termodynamického zákona je:
- a) $\Delta U = W + Q$
 - b) $\Delta U = W - Q$
 - c) $\Delta U = Q - W$
 - d) $\Delta U = -W - Q$, kde ΔU je zvýšení vnitřní energie soustavy, W je práce soustavě dodaná a Q je teplo soustavě dodané.
66. Vyberte jednu správnou odpověď ze čtyř nabídnutých: Při adiabatickém ději můžeme přírůstek vnitřní energie soustavy vyjádřit:
- a) $\Delta U = Q$
 - b) $\Delta U = -Q$
 - c) $\Delta U = W$
 - d) $\Delta U = -W$, kde W je práce soustavě dodaná a Q je teplo soustavě dodané.

Protokol č. 10

Směrnice přímky

67. Určete směrnici přímky:

- $y = 5x + 3$
- určené body $[1;1]$, $[2;5]$
- $y = k \cdot x + 3$, k je neznámá konstanta, přímka prochází bodem $[1;1]$

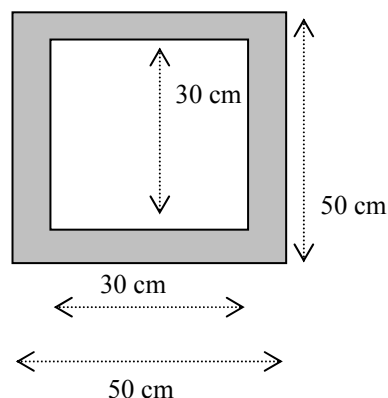
Povrch, hustota a objem těles

68. Vypočtete velikost povrchu koule, jejíž objem je 1 dm^3 .

69. Vypočtete objem koule o poloměru 10 cm a její hmotnost. Hustota materiálu, z něž je koule vyrobena, je $7874 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

70. Kolik litrů barvy je potřeba na natření povrchu koule o poloměru 1 m , jestliže na natření 1 m^2 potřebujeme 20 ml ?

71. Vedoucí laboratorního cvičení z jaderné chemie na chvíli opustil laboratoř. Neposlušní studenti se rozhodli toho využít a postavit si domeček z olověných kvádrů, které normálně slouží jako ochrana před radioaktivním zářením. Vypočítejte, jakou hmotnost by měly stěny (tj. jen boční stěny bez podlahy a stropu) tohoto domečku. Výška stěn je 40 cm , další rozměry (půdorys domečku) viz obrázek. Hustota olova je $11350 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Co myslíte, vydrží dřevěný stůl toto zatížení?



Protokol č. 11

Základy matematické analýzy

Derivace

1. Derivace podle základních vzorců

72. Vypočtěte první derivaci těchto funkcí:

- a) $y = \sqrt[3]{x}$
- b) $y = x^3$
- c) $y = x^4$
- d) $y = \sqrt{x}$
- e) $y = \sin x$
- f) $y = 1/x$
- g) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$
- h) $y = 1/x^2$
- i) $y = 1/x^3$

2. Derivace součtu a rozdílu

73. Najděte 1. derivaci funkcí:

- a) $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5$
- b) $y = \frac{bx + c}{a} \quad (a \neq 0)$
- c) $y = \frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x$
- d) $y = \left(1 - \frac{x^2}{2}\right)^2$
- e) $y = x + 2\sqrt{x}$

74. Vypočtěte 1. derivaci zadané funkce v bodě x_0 :

- a) $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x \quad x_0 = 0$
- b) $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x \quad x_0 = 1$
- c) $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x \quad x_0 = -1$

3. Derivace součinu a podílu

75. Najděte 1. derivaci funkcí:

- a) $y = \frac{x}{1-4x}$
- b) $y = x^2 \sin x$
- c) $y = x^2 \operatorname{tg} x$
- d) $y = \sqrt{x} \cos x$
- e) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

Derivace ve fyzice a v chemii

76. Hmotný bod se pohyboval pohybem rovnoměrně zrychleným, přičemž dráha s , kterou urazil, byla následující funkcí času t : $s = 5t^2 + 3t + 10$. Odvoďte vztah pro závislost rychlosti tohoto hmotného bodu na čase, víte-li, že platí $v = \frac{ds}{dt}$.
77. Probíhá chemická reakce $A \rightarrow B$. Pro koncentraci látky A platí: $c_A = c_{A0} \cdot e^{-kt}$, kde c_A je koncentrace látky A v čase t , c_{A0} je počáteční koncentrace látky A (tj. v čase $t = 0$ s) a $k = 5 \text{ s}^{-1}$ je rychlostní konstanta. Vypočítejte rychlost chemické reakce v čase $t = 0$ s, je-li $c_{A0} = 0,2 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$. Rychlost chemické reakce je dána vztahem $v = -\frac{dc_A}{dt}$. Uveďte správné jednotky.

Derivace funkcí více proměnných

78. Vypočítejte všechny parciální derivace uvedených funkcí:

- $z = x^3 + 2xy + y^2$
- $z = 3x^2y + \sin x$
- $w = xy^2 + \ln(z + x) - 2 \cdot \sin z$
- $z = 5x^2y + 3xy^2$

Diferenciál

79. Vypočítejte totální diferenciál uvedených funkcí:

- $z = x^3 + 2xy + y^2$
- $z = 3x^2y + \sin x$
- $w = xy^2 + \ln(z + x) - 2 \cdot \sin z$
- $z = 5x^2y + 3xy^2$

80. Gibbsova energie G je funkcí tlaku p a teploty T . Platí tedy $G = f(p, T)$. Vypočítejte totální diferenciál Gibbsovy energie, víte-li,

$$\text{že } \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_p = -S \quad \text{a} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial p} \right)_T = V.$$

81. Vnitřní energie U soustavy je funkcí entropie S a objemu V . Platí tedy $U = f(S, V)$. Vypočítejte totální diferenciál vnitřní energie,

$$\text{víte-li, že } \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V = T \quad \text{a} \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S = -p.$$

Protokol č. 12

Neurčitý integrál

82. Vypočtěte:

a) $\int (4x^3 + 2x) dx$

b) $\int \frac{2x^3 + 4x^5}{x^2} dx$

c) $\int \frac{1}{2x + 3} dx$

d) $\int (2x+1)(2x-1) dx$

e) $\int (x^4 + 3x^3 - x^2 + 2x - 3) dx$

f) $\int (5x^2 + 7x + 3) dx$

g) $\int e^{10x+3} dx$

h) $\int \frac{1}{15y+9} dy$

i) $\int (x^2 + 4)^2 dx$

j) $\int \frac{x+1}{x} dx$

Určitý integrál

83. Vypočtěte určitý integrál:

a) $\int_0^1 dx$

b) $\int_2^{-1} dx$

c) $\int_{-3}^3 dx$

d) $\int_0^1 x dx$

e) $\int_2^{-1} x dx$

f) $\int_{-3}^3 x dx$

g) $\int_a^b x dx$

h) $\int_{-1}^1 x^3 dx$

i) $\int_3^4 \frac{dx}{x}$

j) $\int_3^x \frac{dt}{t}, x > 0$

k) $\int_2^x \frac{dt}{t}, x > 0$

l) $\int_1^3 x^3 dx$ [20]

84. Pro velikost práce W vykonané ideálním plynem platí vztah $W = \int_{V_1}^{V_2} p dV$, kde p je tlak plynu a V je jeho objem. Vypočtete, jakou práci vykoná 1 mol ideálního plynu, jestliže se při teplotě 300 K roztáhne z 1 m^3 na 2 m^3 .
85. Elektrický náboj prošlý elektrickým obvodem lze ze známého času a proudu spočítat podle vztahu $Q = \int_{t_1}^{t_2} i dt$. Jaký náboj prošel obvodem mezi druhou a dvacátou sekundou, závisí-li proud na čase vztahem $i = -0,1t + 50$?
86. Vypočtete obsah rovinného obrazce ohraničeného osou x , čarami $x = -2$, $x = 2$ a grafem funkce $y = 4 - x^2$.

Protokol č. 13

Diferenciální rovnice

87. Řešte diferenciální rovnice:

- a) $dy = 2x dx$
- b) $dy = x^3 dx$
- c) $dy = \cos x dx$
- d) $x dy = dx$
- e) $\frac{dy}{dx} = 5y + 7$
- f) $\frac{dy}{dx} = \frac{3y}{x}$
- g) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{3y}$
- h) $y + (1+x) \frac{dy}{dx} = 0$

88. Řešte diferenciální rovnice s danými počátečními podmínkami:

- a) $\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2}$, kde pro $x = 2$ je $y = 3$
- b) $\frac{dx}{dy} = 15 \cdot x$, kde pro $y = 0$ je $x = 10$
- c) $dy = K \cdot \frac{1}{x} dx$ s podmínkami $x = x_1 \Rightarrow y = y_1$ a současně $x = x_2 \Rightarrow y = y_2$
- d) $\frac{dc}{dt} = k \cdot c$, kde pro $t = 0$ je $c = a$
- e) $\frac{dc}{dt} = k \cdot c^2$, kde pro $t = 0$ je $c = a$
- f) $\frac{dc}{dt} = k$, kde pro $t = 0$ je $c = a$
- g) $\frac{dp}{p dT} = \frac{\Delta H_{m, \text{vyp}}}{RT^2}$, kde tlaku p_1 odpovídá teplota T_1 a tlaku p_2 odpovídá teplota T_2

89. Probíhá chemická reakce $A \rightarrow B$. Pro koncentraci látky A platí: $c_A = c_{A0} \cdot e^{-kt}$, kde c_A je koncentrace látky A v čase t , c_{A0} je počáteční koncentrace látky A (tj. v čase $t = 0$ s) a $k = 5 \text{ s}^{-1}$ je rychlostní konstanta. Vypočítejte rychlost chemické reakce v čase $t = 0$ s, je-li $c_{A0} = 0,2 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$. Rychlost chemické reakce je dána vztahem $v = -\frac{dc_A}{dt}$. Uveďte správné jednotky.