1 Zdroj napětí — náhradní obvod

Příklad 1.
Zdroj napětí má na svorkách naprázdno napětí 6 V. Při zatížení odporem 30 Ω klesne napětí na 5,7 V. Co vše můžete o tomto zdroji říci za předpokladu, že je v celém rozsahu zátěží popsán lineárním modelem.
Řešení
Lineární model reálného zdroje sestává z ideálního zdroje napětí U_o, k němuž je do série připojen vnitřní odpor R_i. Podle zadání $U_o = 6$V. Vnitřní odpor R_i je nutno určit.
Po připojení zatěžovacího odporu $R_z = 30\Omega$ klesne svorkové napětí z $U_o = 6$V na $U = 5,7$V. Obvodem teče proud

$$I = \frac{U}{R_z} = \frac{U_o}{R_z + R_i} = 190 \text{ mA} \tag{1}$$

První vztah se týká jen zátěže, druhý celého obvodu, v němž jsou zatěžovací odpor R_z a vnitřní odpor R_i řazeny dop série a lze je tedy nahradit odporem jediným o velikosti $R_z + R_i$.
Na zatěžovacím odporu je úbytek napětí U, pro který podle (1)platí

$$U = IR_z = U_o \frac{R_z}{R_z + R_i} \tag{2}$$

Na vnitřním odporu R_i pak úbytek napětí U_i. Pro tento úbytek z druhého Kirchohoffova zákona plyne

$$U_i = U_o - U \tag{3}$$

Pro tentýž úbytek napětí plyne z Ohmova zákona vztah

$$U_i = R_i I \tag{4}$$

Pomocí Ohmova zákona (4) a Kirchohoffova zákona (3) určíme vnitřní odpor

$$R_i = \frac{U_i}{I} = \frac{U_o - U}{I} \tag{5}$$

Proud I v posledním výrazu vyjádříme pomocí Ohmova zákona (1) pro zátěž a tím dostaneme výsledek

$$R_i = \frac{U_o - U}{I} = \frac{U_o - U}{\frac{U}{R_z}} = R_z \frac{U_o - U}{U} = 30.\frac{0,3}{6} = 1,5 \ \Omega \tag{6}$$

Na zátěži se uvolňuje výkon

$$P = UI = \frac{U^2}{R_z} = \frac{5,7^2}{30} = 1,08 \text{ W} \tag{7}$$

Celkový výkon dodávaný zdrojem (příkon) je

$$P_o = U_o I = \frac{U_o^2}{R_i + R_z} = \frac{6^2}{31,5} = 1,14 \text{ W} \tag{8}$$

Na vnitřním odporu zdroje se uvolňuje teplo

$$P_i = U_i I = \frac{U_i^2}{R_i} = \frac{0,3^2}{1,5} = 0,06 \text{ W} = 60 \text{ mW} \tag{9}$$

Pro kontrolu tutéž hodnotu dostaneme i z rozdílu výkonů

$$P_i = P_o - P = 1,14 - 1,08 = 0,06 \text{ W} = 60 \text{ mW} \tag{10}$$

Pro účinnost dostaneme hodnotu

$$\eta = \frac{P}{P_o} = 0,95 \tag{11}$$

Účinnost je tedy poměrně vysoká.
Dále lze z lineráního náhradního obvodu reálného zdroje určit krajní hodnoty parametrů:

1. Ve zkratu $R_z = 0$ poteče podle (1) maximální proud

$$I_o = \frac{U_o}{R_i} = \frac{6}{1,5} = 4 \text{ A} \tag{12}$$

2. Maximální výkon se na zátěži uvolní, když bude zatěžovací odpor roven vnitřnímu odporu $R_z = R_i$, což se uvádí jako podmínka přizpůsobení zátěže. Při přizpůsobení zátěže je na a ni podle (1) napětí

$$U_{pr} = IR_z = U_o \frac{R_z}{R_z + R_i} = U_o \frac{R_i}{R_i + R_i} = \frac{U_o}{2} = 3 \text{ V} \tag{13}$$

3. Maximální výkon, který se za přizpůsobení na zátěži uvolní, je podle vztahu (7)

$$P_{max} = U_{pr} I = \frac{U_{pr}^2}{R_z} = \frac{U_{pr}^2}{R_i} = \frac{3^2}{1,5} = 6 \text{ W} \tag{14}$$

4. Celkový ýkon zdroje při přizpůsobení je podle (8)

$$P_{omax} = \frac{U_o^2}{R_i + R_z} == \frac{U_o^2}{R_i + R_i} = \frac{U_o^2}{2R_i} = \frac{6^2}{2.1,5} = 12 \text{ W} \tag{15}$$

5. Při přizpůsobení se uvnitř zdroje vyvine totéž množství tepla jako na zátěži, poněvadž vnitřní výkon zdroje je

$$\begin{aligned} P_i = \frac{U_i^2}{R_i} = \frac{(U_o - U_{pr})^2}{R_i} = \frac{U_o^2 - 2U_oU_{pr} + U_{pr}^2}{R_i} = \\ = \frac{U_o^2 - 2U_o\frac{U_o}{2} + U_{pr}^2}{R_i} = \frac{U_o^2 - U_o^2 + U_{pr}^2}{R_i} = \frac{U_{pr}^2}{R_i} = 6\ W \end{aligned} \tag{16}$$

6. Účinnost je při přizpůsobení 50 procent.

Příklad 2.
K ideálnímu zdroji napětí 12 V je připojen dělič tvořený dvěma stejnými odpory 500 Ω. Jak se změní výstupní napětí děliče, zatížíme-li jej odporem 1 kΩ? Sestavte náhradní obvod pro tento dělič.

Řešení
Nejprve uvažujeme nezatížený dělič a budeme jej řešit obecně, tj. předpokládáme odpory R_1 a R_2. Poněvadž odpory jsou zapojeny do serie a připojeny ke zdroji napětí U_o, děličem teče proud

$$I = \frac{U_o}{R_1 + R_2} \tag{17}$$

Předpokládejme, že výstupní napětí odebíráme z odporu R_2. Tímto odporem teče proud I, takže napětí U_2 na tomto odporu a současně výstupní napětí U_n děliče naprázdno je

$$U_n = U_2 = R_2 I = U_o \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{18}$$

Pokud jsou odpory stejné, $R_1 = R_2 {+} R$ podle zadání, platí pro napětí naprázdno zřejmý vztah

$$U_n = U_o \frac{R}{R + R} = \frac{U_o}{2} \tag{19}$$

Napětí naprázdno je polovinou napětí zdroje. Podle zadání $U_n = 6$ V.

Připojíme-li na výstup zatěžovací odpor R_z, poměry na děliči se změní. Odpor, z něhož se odebírá napětí, je nyní paralelní kombinací původního odporu R a odporu zátěže R_z. Výsledný odpor této kombinace označme R'. Pro něho platí

$$R' = \frac{R R_z}{R + R_z} \tag{20}$$

Druhý odpor zůstává nezměněn. Dělič je tedy nyní tvořen odpory $R_1 = R$ a $R_2 = R'$. Je to již nezatížený dělič, poněvadž zátěž je zahrnuta v odporu R'. Proto pro něho můžeme použít vztahu (18). Výstupní napětí nyní bude

$$U = U_o \frac{R_2}{R_1 + R_2} = U_o \frac{R'}{R + R'} \tag{21}$$

Po dosazení ze vztahu (20) a úpravách získáme

$$U = U_o \frac{R'}{R + R'} = U_o \frac{\frac{R R_z}{R + R_z}}{R + \frac{R R_z}{R + R_z}} = U_o \frac{R_z R}{R_z R + R^2 + R_z R} = U_o \frac{R_z R}{R^2 + 2 R_z R} \tag{22}$$

Pro snažší manipulaci tento zlomek dělíme R^2. Tím dostaneme konečný vztah

$$U = U_o \frac{\frac{R_z}{R}}{1 + 2\frac{R_z}{R}} == U_o \frac{\alpha}{1 + 2\alpha} \tag{23}$$

kde jsme symbolem α označili výraz

$$\alpha = \frac{R_z}{R} \tag{24}$$

Podle zadání $\alpha = 2$ a napětí na zatíženém děliči

$$U = U_o \frac{\alpha}{1+2\alpha} = 12 \frac{2}{1+4} = 4,8 \text{ V} \tag{25}$$

Napětí kleslo o 1,2 V, což je poměrně vysoká hodnota.

Pro představu spočtěme proud v nezatíženém děliči a v zátěži. V nezatíženém děliči teče 12 mA. V zátěží teče 4,8 mA. Tyto dva proudy jsou srovnatelné. Praktická podmínka říká, že nezatíženým děličem naprázdno má téci alespoň desetinásobek proudu zátěže. Tato podmínka není splněna, pro uvedenou zátěž je tedy dělič mekký zdroj.

Ve vztahu (23) dostáváme limitním přechodem

$$U = \lim_{\alpha \to \infty} U_o \frac{\alpha}{1+2\alpha} = \frac{1}{2} U_o \tag{26}$$

Stejně tak platí názornější limitní přechod

$$U = \lim_{R_z \to \infty} U_o \frac{\frac{R_z}{R}}{1+2\frac{R_z}{R}} = \frac{1}{2} U_o \tag{27}$$

V obou případech se s rostoucím zatěžovacím odporem blížíme nezatíženému, ideálnímu děliči.

Podle předchozího příkladu můžeme dělič napětí nahradit lineárním zdrojem napětí, tvořeným ideálním zdrojem napětí U_{on} a vnitřním odporem R_i. Napětí ideálního zdroje je napětí děliče naprázdno, tedy $U_{on} = 6$ V. Pro vnitřní odpor dostaneme ze vztahu (6)

$$R_i = R_z \frac{U_o - U}{U} = 1000 . \frac{1,2}{4,8} = 250\ \Omega \tag{28}$$

Vnitřní odpor je roven odporu paralelní kombinace odporů děliče. Tento závěr platí obecně a dokazuje se např. z Theveninovy věty.

Příklad 3.

Ze zdroje postupně zvyšujeme proud po 1 mA od nuly až do 10 mA a na svorkách naměříme toto napětí 24.0, 23.7, 23.4, 23.1, 22.8, 22.5, 22.2, 21.9, 21.6, 21.3, 21.0 V. Graficky určete parametry lineárního modelu.

Řešení

Při nulovém proudu je na svorkách napětí ideálního náhrandího zdroje, tj. $U_o =$ 24V. Při odběru proudu svorkové napětí U závisí na odebíraném proudu podle vtahu

$$U = U_o - R_i I \tag{29}$$

Porovnáme-li tuto rovnici s obecnou rovnicí přímky

$$y = kx + q \tag{30}$$

vidíme, že napětí naprázdno je dáno průsečíkem přímky a svislé osy. Důležitější je však to, že směrnice je rovna vnitřnímu odporu. Směrnice je záporná, poněvadž přímka je klesající. Vnitřní odpor tedy graficky určíme jako směrnici přímky.