

2. Průhyb trámku

Obrázek 3 ukazuje schéma aparatury pro měření průhybu trámku y , který závisí na modulu pružnosti podle vztahu

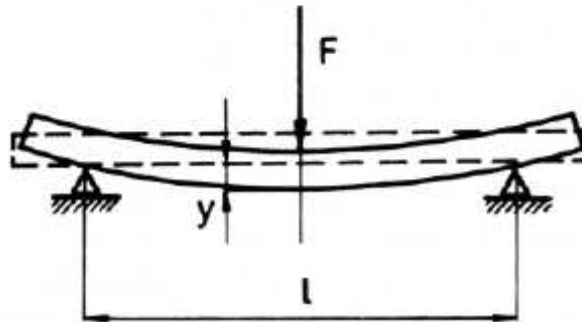
$$y = \frac{Fl^3}{48EI_p}, \quad (4)$$

kde l je vzdálenost mezi břitý držícími trámek a I_p je plošný moment, který je pro trámek obdélníkového průřezu o výšce b a šířce a definován jako

$$I_p = \frac{ab^3}{12}. \quad (5)$$

Spojením vztahů (4) a (5) můžeme určit modul pružnosti materiálu (v mém případě ocel a dural), ze kterého je trámek vyroben.

V tabulce 1 jsou uvedeny hodnoty konstant použitých pro výpočty a použitá měřidla a jejich předpokládané chyby.



Výsledky měření

Tabulka 1. Použitá měřidla a konstanty

název měřidla	měřená veličina	stupnice dělena po	poznámka
stupnice pro měření Δl	n	1 mm	
mikrometrický šroub	a, b, d	0.01 mm	0.005 mm odhadováno, 0.005 mm zvoleno i jako chyba
objektivový mikroskop	y	0.1 mm	0.05 mm odhadováno, 0.05 mm zvoleno i jako chyba m
pásové měřítko	délky l, l_0 a L	1 mm	viz text
posuvné měřítko s noniem	poloměr kladky r	0.05 mm	0.05 mm odhadováno, 0.05 mm zvoleno i jako chyba m
konstanta g	hodnota 9.806	rozměr $\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	

Tabulka 2: Parametry aparatur a použitých předmětů

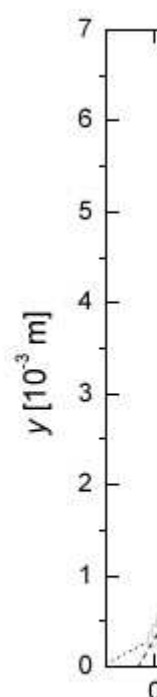
--

Vzdálenost mezi bříty l	$(0.4118 \pm 0.0004) \text{ m}$
Oselový trámek	
výška b	$(2.971 \pm 0.002) \text{ mm}$
šířka a	$(11.94 \pm 0.02) \text{ mm}$
plošný moment I_p	$(2.609 \pm 0.007) \times 10^{-11} \text{ m}^4$
Duralový trámek	
výška b	$(2.914 \pm 0.001) \text{ mm}$
šířka a	$(11.31 \pm 0.01) \text{ mm}$
plošný moment I_p	$(2.332 \pm 0.003) \times 10^{-11} \text{ m}^4$

Tabulka 3b: Měření průhybů trámků a vypočtené hodnoty

Dural			Ocel		
m (g)	F (N)	y (mm)	m (g)	F (N)	y (mm)
0	0.000	0.30	0	0.000	0.30
10	0.098	0.40	50	0.490	0.40
20	0.196	0.50	100	0.981	0.55
30	0.294	0.60	150	1.471	0.60
50	0.490	0.75	200	1.961	0.80
70	0.686	0.95	300	2.942	1.10
100	0.981	1.20	400	3.922	1.35
130	1.275	1.45	500	4.903	1.60
150	1.471	1.60	600	5.884	1.90
180	1.765	1.90	700	6.864	2.20
200	1.961	2.10	800	7.845	2.50
250	2.452	2.50	900	8.825	2.75
300	2.942	3.00	1000	9.806	3.00
350	3.432	3.50	1100	10.787	3.30
400	3.922	3.90	1200	11.767	3.55
450	4.413	4.35	1500	14.709	4.35
500	4.903	4.75	1300	12.748	3.70
600	5.884	5.65	1100	10.787	3.30
700	6.864	6.60	800	7.845	2.50
			600	5.884	1.95
			400	3.922	1.40
			200	1.961	1.05
			100	0.981	0.65
			0	0.000	0.30

Výsledná hodnota modulu



OBRÁZEK 5: Závi zaznačena čaran

a pro duralový trám

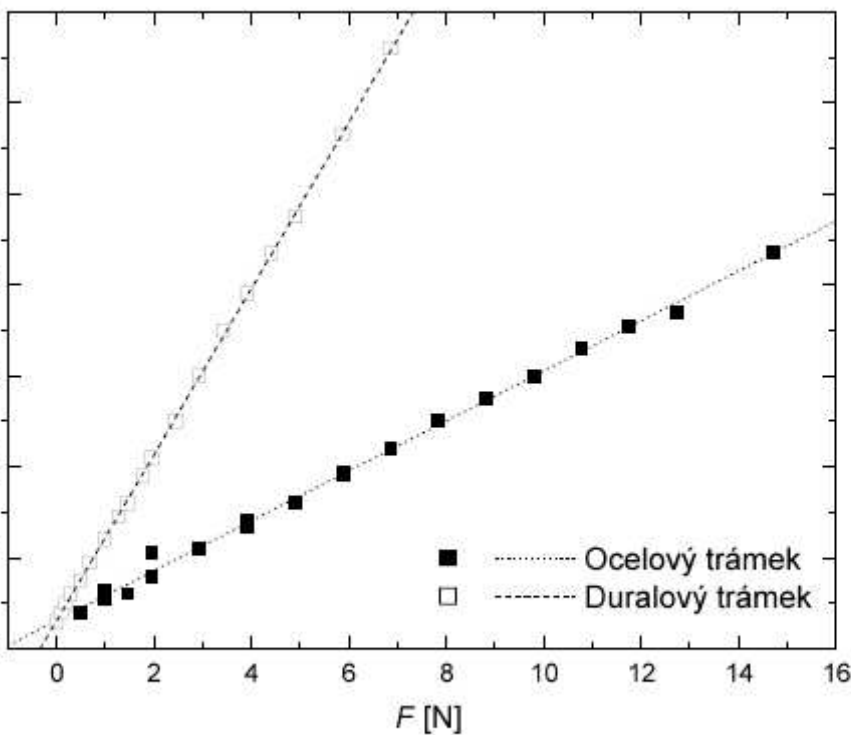
Chyby byly určeny v tabulce 2.

=====

o chyba měření
hyba měření

hyba měření

odulu pružnosti zjištěná z průhybu trámku je pro ocelový trámek
 $E = (203 \pm 2) \text{ GPa}$,



: Závislost průhybů trámku na působící síle. Lineární proložení jsou čarami.

ř trámek

$$E = (68.3 \pm 0.3) \text{ GPa}.$$

určeny z chyby fitu a standardní metodou vyrovnávání měření pomocí údajů

Diskuse výsledků

Zjištěné hodnoty modulů pružnosti v tahu pro ocel a dural dobře odpovídají tabelovaným hodnotám (Mikulčák a kol., 1988), které udávají $E = 220$ GPa pro ocel a $E = 72$ GPa pro dural bez udání chyb. Zde uváděné chyby naměřených hodnot jsou velice nízké, je možné, že jsou podhodnoceny, neboť moduly pružnosti pro ocel určené ze dvou nezávislých metod nejsou v rámci uvedených chyb kompatibilní. Avšak je možné, že použitý trámek a drát jsou zhotoveny z nepatrně odlišných druhů oceli, neboť modul pružnosti závisí nejen na složení, ale i na tepelném a mechanickém opracování látek (Mikulčák a kol., 1988). O řád nižší přesnost měření modulu pružnosti pomocí průhybu trámku je zřejmě způsobena tím, že ve vztazích (4) a (5) vystupují dvě veličiny ve třetích mocninách a malá chyba v jejich změření se může výrazně zvětšit. Jako vhodnější je tedy měřit modul pružnosti pomocí protažení drátu.

Při zpracování měření byl zvolen jiný způsob výpočtu $\Delta\alpha$, než je uveden ve Studijním textu k praktiku. Použijeme-li vztah ze Studijního textu (zde označen (6) - použit byl pouze pro výpočet chyby), vyjde nám hodnota modulu pružnosti oceli $E \approx 180$ GPa, což se výrazně liší od všech zde uváděných hodnot. Důvod je zřejmě ten, že zjednodušující předpoklady, za nichž byl vztah (6) odvozen (to stejné platí ale i pro „přesný“ vztah ve Studijním textu), nejsou splněny. Situace vykreslená na obrázku 2 ukazuje, že vztah (6) by byl platný pro normálu zrcátka téměř rovnoběžnou se zorným paprskem dalekohledu.

Závěr

Modul pružnosti v tahu byl určen dvěma nezávislými způsoby pro ocel (drát a trámek) a jedním způsobem pro dural (trámek). Zjištěné hodnoty dobře odpovídají tabulkovým hodnotám. Naměřil jsem $E = (213.6 \pm 0.1)$, (203 ± 2) a (68.3 ± 0.3) GPa po řadě pro ocel (protážení drátu), ocel (průhyb trámku) a dural (průhyb trámku).

ají
72
je
ch
a
na
ád
že
ch
cí

disku

ím
ze
ně
za
i),
ro

k)
m
:el