

Dělitelnost celých čísel – cvičení

- 1) Určete vlastnosti relace dělitelnosti v množině všech celých čísel.
- 2) Dokažte:
 - a) Součet každých dvou sudých čísel je sudé číslo.
 - b) Součet každých dvou lichých čísel je sudé číslo.
 - c) Součet libovolného sudého a libovolného lichého čísla je liché číslo.
 - d) Součin každých dvou sudých čísel je dělitelný čtyřmi.
 - e) Součin každých dvou lichých čísel je liché číslo.
 - f) Součin libovolného sudého a libovolného lichého čísla je sudé číslo.
 - g) Součet tří po sobě jdoucích mocnin čísla 2 (počínaje mocninou 2^1) je dělitelný sedmi.
- 3) Dokažte:
 - a) Druhá mocnina každého lichého čísla zmenšená o 1 je dělitelná osmi.
 - b) Rozdíl druhých mocnin dvou libovolných lichých čísel je dělitelný osmi.
 - c) Součet tří po sobě následujících čísel, z nichž prostřední je sudé, je dělitelný šesti.
- 4) Jsou dána celá čísla a a b , pro která platí, že a je dělitelné dvanácti a b je dělitelné patnácti. Dokažte, že jejich součin $a \cdot b$ je dělitelný čísly 36 a 20.
- 5) Nejsou-li čísla a, b dělitelná třemi, je vždy jedno z čísel $a + b$, $a - b$ dělitelné třemi. Dokažte.
- 6) O pěticiferném čísle $448**$, jehož poslední dvě cifry neznáme, víme, že je dělitelné 3 a 25. Doplňte chybějící cifry.
- 7) V číslech $437*$, $32*$, $4*54$ nahrad'te *, pokud je to možné, takovou cifrou, aby vzniklé číslo bylo dělitelné: a) čtyřmi, b) osmi, c) devíti, d) jedenácti.
- 8) Dokažte kritérium dělitelnosti čtyřmi, osmi a devíti.
- 9) Rozhodněte, zda čísla a) 4356, b) 8724 jsou dělitelná čísly 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11. Pokud nejsou dělitelná uvažovaným číslem, určete zbytek, který vznikne při dělení tímto číslem.
- 10) Zjistěte, která z čísel 1007, 2487, 2771 jsou prvočísla.
- 11) Dokažte, že každé prvočísla větší než 3 je možno vyjádřit buď ve tvaru $6k+1$, nebo ve tvaru $6k+5$, kde k je přirozené číslo.
- 12) Určete všechny společné dělitele čísel: a) 60, 36 b) 48, 72, 0 c) 24, -132, 54
- 13) Určete oběma způsoby: a) $D(455, 273)$ c) $D(90, 108, 84)$
b) $D(360, 504)$ d) $D(568, 426, 355)$
- 14) K číslu $a = 51$ najděte číslo b tak, aby $D(a, b) = 17$.
- 15) Najděte dvě přirozená čísla, jejichž součet je 432 a největší společný dělitel je 36.

- 16) Největší společný dělitel dvou přirozených čísel je 24. Jedno z nich je dvojnásobkem druhého. Která jsou to čísla?
- 17) Napište libovolné tři společné násobky čísel: a) 5, 12 b) 17, 0 c) -6, 8, 17
- 18) Určete různými způsoby: a) $n(222, 185)$ c) $n(90, 108, 84)$
b) $n(360, 504)$ d) $n(156, 182, 208)$
- 19) Zjistěte, zda platí: $n[64, D(60,42)] = D[n(30,64), n(42,64)]$
- 20) Najděte přirozená čísla a, b , je-li: a) $D(a,b) = 2, n(a,b) = 12$
b) $D(a,b) = 7, n(a,b) = 22$
- 21) Určete nejmenší nenulové přirozené číslo, kterým je třeba násobit
a) číslo 1224, abychom dostali druhou mocninu přirozeného čísla
b) číslo 600, abychom dostali třetí mocninu přirozeného čísla.
- 22) Připíšeme-li k libovolnému trojčífernému číslo totéž číslo zprava, dostaneme šesticíferné číslo, které je dělitelné sedmi, jedenácti a třinácti. Dokažte.
- 23) Dokažte, že čísla 353 535, 424 242, 666 666, tj čísla tvaru $ababab$, jsou dělitelná čísly 3, 7, 13 a 37.
- 24) Obdélník o rozměrech 56cm a 98cm se má rozdělit příčkami rovnoběžnými se stranami obdélníku na čtverce co možná největší. Kolik bude čtverců a jak velká bude jejich strana?
- 25) V krabici jsou tužky. Víme, že je jich více než 200 a méně než 300 a že se dají svázat do svazků po 10 a po 12. Kolik je tužek v krabici?
- 26) Určete všechny přirozené dělitele čísel 68, 360, 504.
- 27) Určete počet všech přirozených dělitelů čísel 420, 824, 2047.
- 28) Řešte neurčité rovnice: a) $-3x + 7y = 4$ c) $-14x - 3y = 10$
b) $6x - 22y = 12$ d) $5x - 3y = 15$
- 29) Kolika způsoby můžeme vyplatit 69 Kč pouze dvoukorunovými a pětikorunovými mincemi?
- 30) Alena má 50 Kč a chce je utratit za lízátko a čokoládové tyčinky. Lízátko stojí 4 Kč a tyčinka 6 Kč. Kolik lízátek a kolik tyčinek si může Alenka koupit za 50 Kč?
- 31) Určete největší (nejmenší) trojčíferné číslo, které při dělení třemi dává zbytek 2 a při dělení sedmi dává zbytek 5.
- 32) Číslo 91 rozložte na součet dvou sčítanců, z nichž jeden je dělitelný pěti a druhý devíti.
- 33) Vytvoří-li žáci ve třídě čtveřice, jeden žák zbude, vytvoří-li trojice, zbudou dva žáci. Kolik žáků je ve třídě (ve třídě je více než 20 žáků a méně než 30)?

34) Rozdíl dvou přirozených čísel, z nichž první je dělitelné číslem 23, druhé číslem 29, je roven 1. Určete nejmenší taková kladná čísla.