

MAGNETICKÉ POLE CÍVEK V HELMHOLTZOVĚ USPOŘÁDÁNÍ

ÚKOL MĚŘENÍ:

1. Změřte magnetickou indukci podél osy z rovinných cívek pro případy, kdy vzdálenost mezi nimi je rovna poloměru cívky R a dále $2R$ a $R/2$.
2. Změřte prostorové rozdělení magnetické indukce v případě, kdy vzdálenost cívek je rovna jejich poloměru. Využijte rotační symetrie uspořádání.

1. Teoretický úvod

1.1 Magnetická indukce

Elektromagnetické pole popisují Maxwellovy rovnice. Z jedné z nich (Ampérova zákona)

$$\oint_{\ell} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I + I_p = I + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} \quad (1)$$

kde je: H - intenzita magnetického pole,

I - proud tekoucí plochou S ,

I_p - posuvný proud (ve stejnosměrných obvodech je nulový)

D - elektrická indukce,

dostáváme

$$\oint_{\ell} \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I. \quad (2)$$

Intenzitu mg. pole můžeme také vyjádřit z Biotova -Savartova zákona

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (3)$$

Na obr. 1 je znázorněna kruhová smyčka. Intenzitu magnetického pole podél osy kruhové smyčky vypočteme ze vztahu

$$dH = \frac{I}{4\pi} \frac{d\ell}{r_p^2} = \frac{I}{4\pi} \frac{d\ell}{R^2 + z^2}. \quad (4)$$

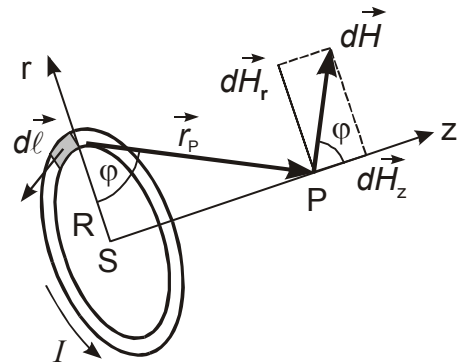
Protože složky dH_r se vzájemně ruší, platí

$$H_r = 0, \quad H = H_z = \frac{I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (5)$$

Magnetická indukce podél osy jednoduché smyčky je ve vzduchu

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2\right)^{3/2}}, \quad (6)$$

kde je: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ - permeabilita vakua.



Obr.1 Magnetické pole kruhové smyčky

Pro magnetické pole cívky, tvořené Z závitů, je magnetická indukce

$$B = Z B_z. \quad (7)$$

1.2 Magnetické pole cívek v Helmholtzově uspořádání

Helmholtzovy cívky jsou homogenní, samonosné cívky, upevněné na podstavci. Každá z cívek je vinuta z měděného drátu ve 14 vrstvách, z nichž každá má 11 závitů, takže celkový počet závitů cívky je $Z = 154$.

Magnetické pole cívek je rotačně symetrické okolo osy cívek (obr.4), kterou je osa z systému s cylindrickými souřadnicemi z, r a φ . Počátek klademe do středu systému.

Magnetická indukce podél osy dvou stejných cívek, které jsou vůči sobě umístěny ve vzdálenosti a , je

$$B(z, r = 0) = \frac{\mu_0 I Z}{2R} \left[\frac{1}{(1 + A_1^2)^{3/2}} + \frac{1}{(1 + A_2^2)^{3/2}} \right], \quad (8)$$

kde $A_1 = \frac{z + \frac{a}{2}}{R}$, $A_2 = \frac{z - \frac{a}{2}}{R}$.

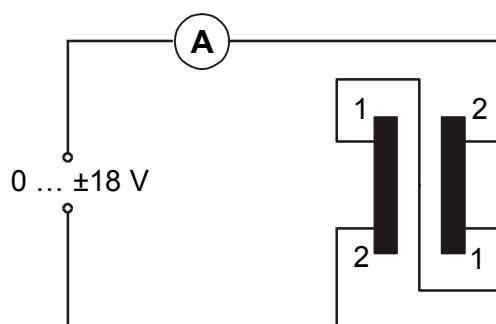
Je-li $z = 0$, nabývá magnetická indukce maximálních hodnot pro $a < R$ a minimálních hodnot pro $a > R$. Pro hodnotu $a = R$ je pole prakticky neměnné v rozsahu $-R/2 < z < +R/2$.

Uprostřed mezi cívkami je pro $a = R$ magnetická indukce

$$B = \frac{\mu_0 I Z}{2R} \cdot \frac{2}{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2}} = 0,716 \mu_0 Z \frac{I}{R}. \quad (9)$$

2. Postup a zpracování měření

Cívky spojte do série a připojte ke zdroji, jak ukazuje obr. 2.



Obr. 2 Schéma zapojení Helmholtzových cívek

Napájecí zdroj používejte jako zdroj konstantního proudu. Velikost proudu, tekoucího cívkami, nesmí překročit maximální hodnotu $I_{\max} = 3,5$ A.

Magnetickou indukci měřte teslametrem. Teslametr je založen na Hallově jevu.¹ Skládá se z voltmetru, kalibrovaného přímo v hodnotách magnetické indukce B a ze sondy, která se vkládá do magnetického pole. Měřicí místo je umístěno v koncovém bodě sondy. Axiální sonda měří složku magnetické indukce, jdoucí ve směru osy sondy, takže při měření lze určit i směr pole. Bude-li mít magnetická indukce záporné znaménko, bude odpovídat směru ven ze sondy, pro kladné znaménko směru do sondy.

Sondu upevněte do stojanu, jehož podstavec umožňuje posouvání sondy po pravítku.

Před vlastním měřením je třeba teslametr vynulovat. V případě, že nelze nastavit nulovou hodnotu magnetické indukce, mělo by se po otočení sondy o 180° změnit pouze její znaménko, nikoliv hodnota.

2.1 Závislost magnetické indukce pole na vzdálenosti cívek

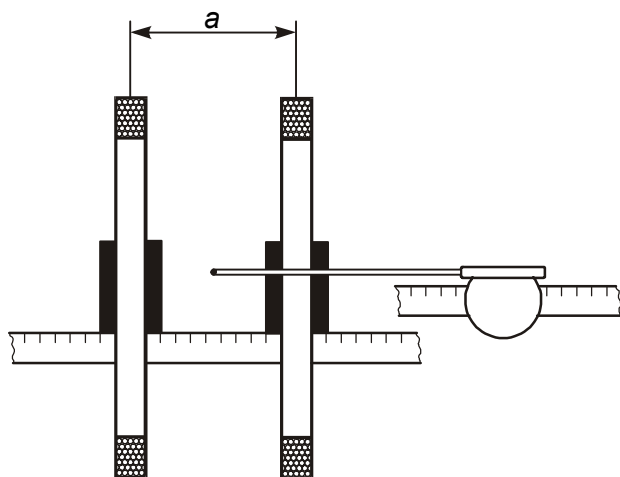
Změřte rozdělení magnetické indukce v prostoru mezi dvěma cívkami v Helmholtzově uspořádání, jejichž magnetické pole je výsledkem skládání individuálních polí obou cívek.

Podél osy z , z důvodu symetrie, má magnetická indukce pouze axiální složku B_z . Homogenní magnetické pole proměřte v závislosti na vzdálenosti cívek. Na obr. 3 je znázorněno postavení cívek, sondy a pravítek. Teslametrem změřte magnetickou indukci B ($z, r = 0$) v případech, kdy vzdálenost mezi cívkami je $a = R, a = R/2$ a $a = 2R$. Je-li vzdálenost $a = R$, mohou být cívky vzájemně spojeny stojanovou vzpěrou.

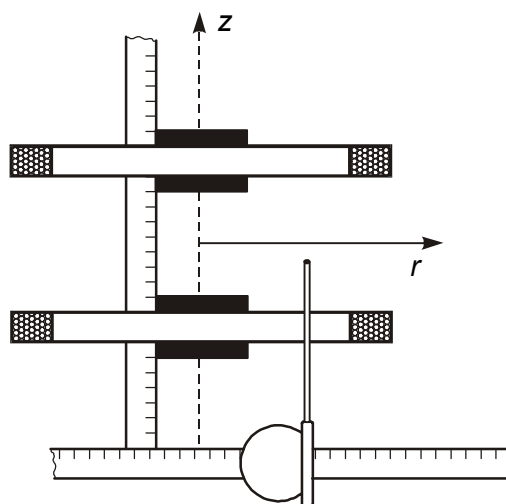
Naměřené hodnoty B_z zpracujte graficky jako funkci $B_z = f(z)$ pro parametr a .

2.2 Měření složek magnetické indukce

Magnetická indukce je nezávislá na úhlu φ , závisí však na souřadnicích z a r . Změřte složky $B_z(z)$ pro proměnný parametr r a $B_r(z)$ pro proměnný parametr r . Jednotlivé prvky uspořádejte postupně podle obr. 4 a obr. 5.



Obr. 3

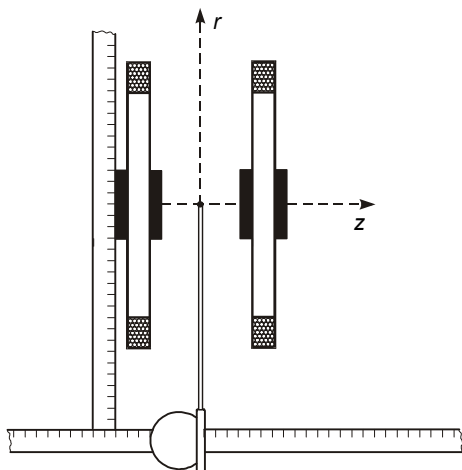


Obr. 4

¹ Urbanová M., Hofmann J.: Fyzika II, VŠCHT v Praze, 2000, str.86

Prostorové rozdělení magnetického pole měřte tak, že sondu budete posouvat podél pravitka kolmo k rovině cívek nebo rovnoběžně s rovinou cívek.

- Měření složky $B_z(z)$ proveďte podle obr. 4. Osa z je osou kolmou k rovině cívek, osa r osou souběžnou s rovinou cívek. Ověřte, že v bodě o souřadnicích $z = 0, r = 0$ je hodnota magnetické indukce $B = B_{\max}$. Proměřte a graficky zpracujte závislost $B_z = f(z)$ pro parametr r ($r = 100, 140$ a 160 mm).
- Otočte pár cívek o 90° . Na souřadnici $z = 0$ musí být $B_z = 0$. Proměřte a graficky zpracujte závislost $B_r = f(z)$ pro parametr r ($r = 100, 140$ a 160 mm).



Obr. 5

Úloha č. 16 b

MAGNETICKÉ POLE CÍVEK – OVĚŘENÍ BIOTOVA-SAVARTOVA ZÁKONA

ÚKOL MĚŘENÍ:

- Hallovou sondou změřte magnetickou indukci ve středu kruhových závitů a sledujte její závislost na poloměru, počtu závitů a velikosti protékajícího proudu.
- Změřte magnetickou indukci podél os dlouhých cívek a porovnejte ji s teoretickými hodnotami.

1. Teoretický úvod

Stejně jako u úlohy 16a lze odvodit velikost magnetické indukce podél osy závitů:

$$B_z = \frac{\mu_0 \cdot I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (10)$$

kde je: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ – permeabilita vakua.

2. Princip metody

2.1 Magnetická indukce ve středu kruhových závitů

Pro magnetickou indukci ve středu jednoho závitů ($z = 0$) dostáváme z rovnice (10)

$$B(0) = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (11)$$

Je-li vodič tvořen celkovým počtem závitů Z , je velikost magnetické indukce

$$B(0) = \frac{\mu_0 Z I}{2R}. \quad (12)$$

2.2 Magnetická indukce v ose dlouhých cívek

Solenoid je tvořen dlouhým vodičem hustě vinutým tak, že tvoří na válcové ploše o poloměru R šroubovici. Je charakterizován hustotou závitů Z/ℓ (počet závitů na jednotku délky). Vektor magnetické indukce v ose solenoidu (obr.6) určíme podle pravidla pravé ruky.

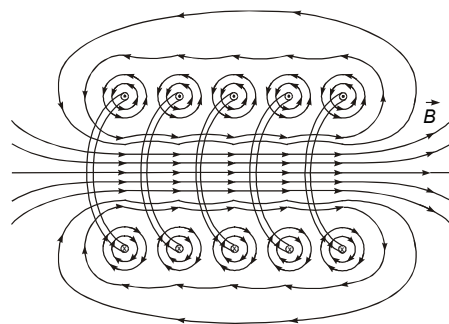
Velikost magnetické indukce v solenoidu získáme z Biotova –Savartova zákona integrací přes celou délku cívky:

$$B_z = \frac{\mu_0 I Z}{2\ell} \left(\frac{\alpha}{\sqrt{R^2 + \alpha^2}} - \frac{\beta}{\sqrt{R^2 + \beta^2}} \right), \quad (13)$$

kde $\alpha = z + \ell/2$ a $\beta = z - \ell/2$.

Pro střed cívky ($z = 0$) ze vztahu (9) vyplývá

$$B(0) = \frac{\mu_0 I Z}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(R^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2\right)}}. \quad (14)$$



Obr. 6 Magnetické pole solenoidu

Velikost magnetické indukce v solenoidu (pro $\ell \gg R$) však můžeme určit i z Ampérova zákona celkového proudu¹:

$$B = \mu_0 I \frac{Z}{\ell}. \quad (15)$$

3. Postup měření a vyhodnocení

Magnetickou indukci měřte teslametrem. Teslametr je založen na Hallově jevu². Skládá se z voltmetru, kalibrovaného přímo v hodnotách magnetické indukce B a ze sondy, která se vkládá do magnetického pole. Měřicí místo je umístěno v koncovém bodě sondy. Axiální sonda měří složku magnetické indukce, jdoucí ve směru osy sondy, takže při měření lze určit i směr pole. Má-li magnetická indukce záporné znaménko, směřuje vektor \vec{B} ven ze sondy, v případě kladného znaménka směřuje do sondy.

Před vlastním měřením je nutné teslametr vynulovat. V případě, že nelze nastavit nulovou hodnotu magnetické indukce, mělo by se po otočení sondy o 180° změnit znaménko magnetické indukce, nikoliv její hodnota.

3.1

K napájení kruhových smyček vinutých z tenkého drátu použijte zdroj proudu, který nastavte na napětí $U = 18 \text{ V}$ a požadovanou hodnotu proudu. Proud ved'te přes ampérmetr do distributoru, ke kterému jednotlivé cívky postupně připojujte.

1. Změřte magnetickou indukci ve středu cívek, tvořených jedním závitkem ($Z = 1$) a lišících se poloměrem závitku $R = d/2$, protékaných proudy $I = 1 - 5 \text{ A}$. Naměřené hodnoty zapiš'te do tabulky. Zpracujte graficky závislost $B = f(I)$ pro proměnný parametr R .

¹ Urbanová M., Hofmann J.: Fyzika II, VŠCHT v Praze, 2000, str. 76

² Urbanová M., Hofmann J.: Fyzika II, VŠCHT v Praze, 2000, str. 86

I (mA)	B (mT)	B (mT)	B (mT)	B (mT)	B (mT)
	$d = 12$ cm	$d = 12$ cm	$d = 12$ cm	$d = 8,5$ cm	$d = 6$ cm
	$Z = 3$	$Z = 2$	$Z = 1$	$Z = 1$	$Z = 1$

- Změřte magnetickou indukci ve středu cívek o poloměru závitu $R = 6$ cm, lišících se počtem závitů Z , protékaných proudem $I = 5$ A. Hodnoty zapište do tabulky a zpracujte graficky závislost $B = f(I)$ pro proměnný parametr Z .

3.2

- Změřte magnetickou indukci cívek podél osy z procházející středem cívky. Proměřte cívky s různým počtem závitů Z , délkou ℓ a poloměrem R . Naměřené hodnoty zaznamenejte do tabulky a zpracujte graficky závislost $B = f(Z)$ s proměnným parametrem (ℓ , R). K napájení cívek použijte zdroj konstantního proudu ($U = 18$ V, $I = 1$ A).
- Vztah mezi velikostí magnetické indukce B a počtem závitů Z (při konstantním poloměru R a délce cívky ℓ) zaznamenejte do tabulky a následně zpracujte do grafu $B = f(Z)$. Porovnejte naměřené hodnoty magnetické indukce s teoretickými hodnotami, vypočtenými ze vztahu (12), případně (14).

Z	ℓ (mm)	R (mm)	B (mT)	B (mT)
			naměřená	vypočtená

Úloha č.16 c

SILOVÉ ÚČINKY MAGNETICKÉHO POLE

ÚKOL MĚŘENÍ:

Určete moment magnetických sil způsobených magnetickým momentem rovinné smyčky v homogenním magnetickém poli jako funkci:

- intenzity magnetického pole,
- velikosti magnetického momentu.

1. Teoretický úvod

Magnetický moment \vec{m} (obr.1) uzavřené rovinné vodivé smyčky se Z závitů, protékané proudem I , je definován vztahem¹

$$\vec{m} = Z I \vec{S} \quad (1)$$

kde je: S - plocha cívky,

\vec{S} - vektor plochy, rovnoběžný se směrem \vec{m}

Z - počet závitů cívky.

¹ Urbanová M, Hofmann J.: Fyzika II, VŠCHT v Praze, 2000, kap. 3.1.2

Pokud však vložíme rovinnou kruhovou smyčku o průměru d , se Z závitů, protékanou proudem I do homogenního magnetického pole, bude její magnetický moment

$$|\vec{m}| = Z I \frac{\pi d^2}{4} \quad (2)$$

Vložíme-li proudovou smyčku s magnetickým momentem \vec{m} do magnetického pole o indukci \vec{B} , působí na ni moment sil

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (3)$$

Velikost momentu magnetických sil

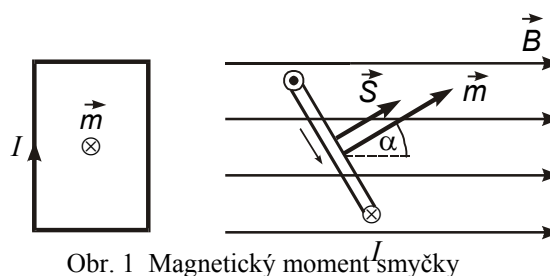
$$M = I S B \sin \alpha. \quad (4)$$

Magnetické pole vytvořené Helmholtzovými cívkami závisí na velikosti proudu I' , který cívkami teče, takže velikost momentu magnetických sil je pak

$$M = Z I S c I' \sin \alpha \quad (5)$$

kde je : α - úhel mezi vektory \vec{B} a \vec{S} ,

c - konstanta Helmholtzových cívek.



Obr. 1 Magnetický moment smyčky

2. Princip metody

2.1 Homogenní magnetické pole

Magnetické pole vytvoříme dvěma stejně velkými, kruhovými, samonosnými cívkami se 154 závitů (cívků jsou vinuty z měděného drátu ve 14 vrstvách o 11 závitěch) v Helmholtzově uspořádání (obr. 2, úloha 16a). To je charakteristické tím, že středy dvou samostatných kruhových vodičů stejného poloměru leží na společné ose právě ve vzdálenosti jejich poloměru. Homogenní magnetické pole nalezneme mezi cívkami, protékanými proudem stejné velikosti. Protože cívků mají velký příčný průřez, jsou odchylky od homogenity malé. Velikost magnetické indukce uprostřed mezi cívkami je dána vztahem¹

$$B = 0,716 \mu_0 Z \frac{I'}{R}, \quad (6)$$

kde je: R - poloměr cívky (0,2 m),

Z - počet závitů jedné cívky (154),

I' - proud,

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$.

Ze vztahu (6) vyplývá konstanta c pro rovnici (5)

$$c = \frac{0,716 \cdot \mu_0 \cdot Z}{R} = \frac{0,716 \cdot 154 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{0,2} = 6,93 \cdot 10^{-4} \text{ H} \cdot \text{m}^{-2}.$$

2.2 Magnetický moment smyčky, moment magnetických sil

Do magnetického pole mezi Helmholtzovými cívkami vložte vodivou smyčku tak, že ji připevníte k rameni páky torzního silometru. Smyčku umístěte do magnetického pole tak, aby při nulovém proudu smyčkou byla rovina jejích závitů rovnoběžná s vektorem magnetické indukce \vec{B} .

¹ Úloha č. 16 a, kap. 1.2.

Pokud smyčkou začne protékat proud, dojde v důsledku působení vnějšího magnetického pole a vlastního magnetického momentu smyčky k jejímu stočení vůči výchozí poloze.

Moment magnetických sil je kompenzován mechanickým momentem síly $(|\vec{M}| = r \cdot F)$ na rameni torzního silometru. Vychýlení smyčky tak závisí na velikosti proudu tekoucího smyčkou. Síla, která přitom působí na rameni páky ($\ell = 0,1$ m) je kompenzována torzní (kroučivou) silou kovového pásku (vyrovnání kroučivého momentu) torzního silometru, který umožňuje měření malých sil (rozsah 0,01 N).

Před měřením nastavte rameno páky otočným knoflíkem pro nastavení nuly na střed ukazatele nuly na rameni páky. Při montáži je třeba dbát na to, aby kotouč tlumení zůstal pohyblivý. Vodiče, vedoucí k nosiči závitů, musí být zcela volné. Nebudou-li volné, mohou samy otáčet cívkou a tak zkreslovat výsledek. Pokud by byly vzájemně zkřivené, nevytvoří se žádný další moment. Nulový bod rovnováhy stočení musí být často kontrolován, vzhledem k tomu, že rychlé točivé pohyby mohou spojovací vedení vytlačit.

3. Postup měření

3.1

Měříme-li závislost momentu magnetických sil na intenzitě magnetického pole, je magnetická indukce cívek v Helmholtzově uspořádání, díky konstantě c , závislá pouze na velikosti proudu tekoucího cívkami (I'). Cívkami nechte téci proudy 1, 2 a 3 A.

K torznímu silometru připojte smyčku se třemi závitů a nechte jimi protékat proud 4 A.

Zpracujte graficky závislost $M = f(I)$.

3.2

Proměřte závislost momentu magnetických sil na velikosti magnetického momentu smyčky, přičemž měňte parametr I a Z .

Zpracujte graficky závislost $M = f(I)$ a $M = f(Z)$.