

## Shodnost úseček

**Shodnost úseček** je vztah mezi úsečkami, který je geometrii zaveden pomocí *axiomů shodnosti*. Je to relace reflexivní, symetrická a tranzitivní na množině všech úseček v prostoru, tedy ekvivalence, která rozkládá množinu všech úseček na třídy navzájem shodných úseček. (viz Texty k základům elementární geometrie). Shodnost úseček se pak dále využívá k zavedení dalších pojmů (např. střed úsečky, osa úsečky), vlastností útvarů (např. shodnost trojúhelníků, úhlů), některých konstrukcí (např. grafické porovnávání úseček, grafický součet úseček, grafický rozdíl úseček). Pomocí shodnosti úseček se také definuje pojem shodného zobrazení.

Zopakujte si:

(1) Zobrazení, které každému bodu  $X$  roviny (prostoru) přiřazuje bod  $X'$  téže roviny (prostoru) se nazývá **shodné zobrazení**, právě když pro libovolné dva body  $X, Y$  této roviny (prostoru) platí:  $XY \cong X'Y'$ .

Připomeňte si vlastnosti shodného zobrazení.

Pomocí shodného zobrazení se pak zavádí shodnost geometrických útvarů:

(2) Dva **útvary**  $U_1, U_2$  se nazývají **shodné**, právě když existuje shodné zobrazení, v němž obrazem útvaru  $U_1$  je útvar  $U_2$ .

Definici (2) de facto používáme ve školské matematice, když říkáme, že „Dva útvary jsou shodné, právě když je můžeme přemístit tak, aby se kryly.“

V praxi to znamená, že sledované útvary skutečně přemístíme (např. vystřižené z papíru) nebo využíváme průsvitky, proužku papíru a později kružítka, když zkoumáme shodnost útvarů pomocí jejich prvků (např. shodnost trojúhelníků pomocí věty sss) apod.

## Porovnávání úseček

Učivo lze motivovat činnostmi, které děti často provádějí, jako je porovnávání latěk, prutů, porovnávání dětí podle výšky (bez měření, např. v tělesné výchově). Např. dvě latky se k sobě přiloží tak, že je jeden honec vyrovnán, a sledují se druhé konce latěk.

Ke **grafickému porovnání úseček** využíváme přenesení jedné z úseček na polopřímku vytvořenou z druhé úsečky.

Př. Porovnejte úsečky  $AB, CD$

Postup:

Sestrojíme úsečku  $CE$  na polopřímce  $CD$  tak, že úsečky  $CE$  a  $AB$  jsou shodné,  $CE \cong AB$ . (Bod  $E$  sestrojíme pomocí proužku papíru nebo pomocí kružítka.)

Podle polohy bodu  $E$  porovnáme úsečky  $AB, CD$ :

- leží-li  $E$  mezi body  $C, D$ , je úsečka  $AB$  **menší** než úsečka  $CD$ ,  $AB < CD$
- leží-li  $D$  mezi body  $C, E$ , je úsečka  $AB$  **větší** než úsečka  $CD$ ,  $AB > CD$ ,
- je-li  $E = D$ , jsou úsečky  $AB$  a  $CD$  **shodné**,  $AB \cong CD$ .

Úsečky můžeme také **porovnávat** pomocí jejich **velikosti**, tzn. měřením (porovnáváme zde čísla!), což je v praxi velmi časté. Musíme však dávat pozor na správně vyjádření a správný zápis:

Může nastat právě jedna ze tří možností:

- $|AB| < |CD|$ , říkáme délka (velikost) úsečky AB je menší než délka (velikost) úsečky CD; úsečka AB je **kratší** než úsečka CD
- $|AB| > |CD|$ , říkáme délka (velikost) úsečky AB je větší než délka (velikost) úsečky CD; úsečka AB je **delší** než úsečka CD
- $|AB| = |CD|$ , úsečky AB, CD mají stejnou délku (velikost).

Poznámka: Grafické porovnáváme takové úsečky, u nichž není na první pohled zřejmé, která je větší. Jinak žák nevidí smysl popsané konstrukce. Vhodné můžeme využívat různých optických klamů.

## Grafický součet úseček

Ke konstrukci grafického součtu úseček využíváme opět přenášení úseček k vhodné polopřímce.

Grafickým součtem úseček AB a CD je úsečka KM, která je sjednocením úseček KL a LM, kde L je jediný společný bod úseček KL, LM a KL AB a LM CD.

Grafický součet úseček budeme dále využívat k určování obvodu trojúhelníku, příp. dalších mnohoúhelníků.

## Grafický rozdíl úseček

Odčítání úseček je inverzní operace vzhledem ke sčítání úseček. Tzn. Je-li úsečka AB grafickým součtem úseček CD a EF, tj.  $AB = CD + EF$ , pak úsečka EF je grafickým rozdílem úseček AB a CD, píšeme  $EF = AB - CD$  (a také  $CD = AB - EF$ ).

## Střed úsečky

Střed úsečky AB je bod S úsečky AB, pro který platí  $AS \cong BS$ .

Žáci zjišťují střed úsečky nejprve pomocí proužku papíru, na který si přenesou úsečku AB. Proužek přehnou tak, aby se krajní body kryly. Přehybem je vyznačen střed úsečky na proužku papíru. Ten přenesou zpět na úsečku AB.

Střed úsečky můžeme dále určovat odhadem pomocí kružítka: Sestrojíme oblouky dvou shodných kružnic se středy v krajních bodech úsečky AB a poloměrem přibližně poloviny úsečky AB. Střed úsečky pak snadno odhadneme jako střed úsečky, jejíž krajní body jsou průsečíky obou oblouků s úsečkou AB.

Poznámka:

Střed úsečky se běžně konstruuje pomocí osy úsečky. Tento postup se však opírá o vlastnost osy úsečky jako množiny bodů s danou vlastností, se kterou se žáci seznamují až na 2. stupni.

## Osa úsečky

**Osa úsečky** AB se na 1. stupni zavádí jako přímka  $o$ , která prochází středem úsečky AB a je k úsečce AB kolmá.

Osu úsečky (resp. část osy úsečky) můžeme modelovat pomocí papíru. Vyznačíme na papíru úsečku AB, přiložíme krajní body A, B k sobě a papír přehneme. Přehybem je vyznačena část osy úsečky AB.

Úkoly:

Jaké vlastnosti má relace shodnosti úseček? Jakým způsobem se s nimi seznamují žáci?

Jak byste motivovali učivo o grafickém součtu a rozdílu úseček