

Komunikace v matematice Communication in mathematics

Růžena Blažková

Při vyučování matematice na základních i středních školách probíhá mezi pedagogy a žáky neustálý proces sdělování a dorozumívání se ve dvou hlavních úrovních. Jednak se projevuje komunikační proces v rámci samotné matematiky, ve které mají pojmy naprosto přesný význam, jednak se projevuje v rámci interakce učitel – žák, a to jak při výuce hromadné, tak při výuce individuální či individualizované.

Pod pojmem „komunikace“ rozumíme sdělování, dorozumívání (viz [4]). Slovo „komunikace“ je latinského původu. Lat. *communicare* - *communem reddere* znamená učinit společným. Z pedagogického hlediska nás zajímají:

Sociální komunikace – tj. sdělování a dorozumívání mezi lidmi.

Pedagogická komunikace – jako zvláštní případ sociální komunikace je zaměřena na dosažení pedagogických cílů.

Didaktická komunikace – jako speciální typ pedagogické komunikace, jejímž cílem je učení.

V publikaci [4] je sociální komunikace chápána jako společný jmenovatel tří základních stránek sociálního styku: společné činnosti, vzájemného působení a mezilidských vztahů. Mívá zpravidla strukturu: mluvčí – záměr sdělení – formulace sdělení – vlastní sdělení – posluchač – interpretace obsahu a záměru mluvčího – reakce posluchače.

Pedagogická komunikace je zaměřena na dosažení pedagogických cílů a mívá vymezen obsah, sociální role účastníků a má stanovená nebo dohodnutá komunikační pravidla. Odehrává se ve škole, ale i v rodině a dalších zařízeních. Pedagogická komunikace nespočívá jen v předávání informací či zkušeností, ale zprostředkovává také emocionální stavy, mezilidské vztahy a postoje [11]. Pravidla pedagogické komunikace jsou z hlediska historického vývoje příznivější pro pedagoga než pro studenta či žáka. Práva pedagoga a práva žáka při pedagogické komunikaci velmi výstižně uvádí např. P. Gavora v [1]. Každému účastníku procesu pedagogické komunikace je však jistě příjemné taktní jednání, citlivý přístup, klidná atmosféra a vzájemná důvěra mezi účastníky.

Specifickým typem pedagogické komunikace je komunikace didaktická, jejím cílem je učení a probíhá v jakémkoliv prostředí, ve kterém probíhá řízené učení.

V pedagogickém procesu můžeme komunikovat:
Verbálně (slovní komunikace – ústní nebo písemná),
nonverbálně (mimoslovní komunikace),
jednáním nebo činností (komunikace činem).

Pro vyjádření sdělení a myšlenek si lidé vytvořili geniální prostředek – živou řeč a její písemnou podobu. Řeč se v průběhu vývoje mění, slovní zásoba se obohacuje, vznikají nová slova a nové prostředky pro vyjádření potřebných sdělení. Slovní formulaci je možno nahradit grafickým nebo symbolickým vyjádřením.

Při verbální komunikaci hraje velkou roli obsahová i formální stránka projevu. Při výuce matematiky by měl být výklad promyšlený, srozumitelný, logicky utříděný, zdůrazňující podstatné jevy a souvislosti, rozlišující skutečnosti podstatné a méně podstatné. Přesnost vyjadřování v matematice je odrazem přesnosti myšlení. Rovněž formální stránka projevu učitele by měla splňovat určité podmínky související s dynamičností, hlasitostí, rychlostí, citovým zabarvením řeči apod.

Verbální komunikace mezi žáky v hodinách matematiky může mít formu řízené diskuse, brainstormingu, záměrně vyvolaného dialogu mezi žáky, diskusních skupin ve třídě apod.

Písemná komunikace vyžaduje přesnost psaného matematického textu. Naprosto jednoznačný a srozumitelný je symbolický zápis matematických vyjádření. Psanému

symbolickému zápisu zpravidla rozumí čtenář i v cizojazyčných publikacích. Průvodní texty mají většinou ustálenou slovní zásobu a stylistická a formulační úroveň závisí na jazykové vybavenosti autora. Pro žáky jsou psány učebnice a učební texty. V nich by měly být formulace zadání úloh jednoznačné, žákům srozumitelné, i svým námětem přitažlivé. Formulace úloh zadávaných např. v matematických soutěžích vyžaduje mimo přesnosti i přiměřenou délku zadání (dlouhý a složitý text znesnadňuje pochopení), jednoznačnost zadání (je třeba vyloučit mnohoznačný výklad zadání, pokud to není přímý záměr autora).

Písemná komunikace může mít v matematice i formu projevu grafického. Pěstování kultury grafického projevu je nejdůležitějším prostředkem grafické komunikace, neboť prostřednictvím grafu či obrázku může žák jasněji pochopit vztahy (např. ve slovních nebo konstrukčních úlohách). Zmapování situace pomocí jednoduchého grafického znázornění nebo obrázku je v mnoha případech cestou ke zvládnutí jinak pro žáka málo příjemného učiva (např. slovní úlohy, ve kterých jde o porovnávání údajů, slovní úlohy o pohybu a další). Typickým příkladem snadnější ilustrace vztahů mezi číselnými údaji jsou např. diagramy užívané ve statistice. Rovněž využití obrázku k důkazům geometrických vět (např. věty o vlastnostech stran a úhlů v trojúhelníku, Pythagorova věta, Euklidovy věty) velmi názorně objasňují dané učivo. Zvláštní pozornost vyžaduje grafické znázornění stereometrických úloh v rovině, např. ve volném rovnoběžném promítání. Grafické vyřešení úlohy vyžaduje kromě dobře zvládnutého teoretického základu úlohy i jistou úroveň prostorové představivosti. V této souvislosti je možno připomenout požadavek na úroveň písemného a grafického projevu učitele na tabuli. Zpravidla bývá žákův sešit obrazem učitelovy tabule.

Nonverbální komunikace je sdělování beze slov – sdělování pohledem, mimikou, pohyby, postoji, gestikulací, apod. V matematice se zpravidla nonverbální komunikace doplňuje komunikací verbální.

Komunikace jednáním nebo činem je charakteristická bezeslovnou rychlou reakcí na konkrétní situaci a zpravidla bývá velmi účinná. Vyžaduje schopnost pohotově reagovat, uplatnit vědomosti a dovednosti i pedagogickou profesionalitu.

Jazyk matematiky

Jazykem rozumíme libovolný systém znaků, prostřednictvím nichž se uskutečňuje komunikace. Jazyk matematiky se vyvíjí podobně jako se vyvíjí jazyk přirozený. Nejprve byl zaznamenáván počet prvků pomocí vrypů na holi, na kosti, nebo pomocí kamínků. Později se postupně v jednotlivých oblastech vyvíjely znaky k zápisu čísel (Egypt, Babylonie, Řecko, Indie apod.), vyvíjel se jazyk popisný (papyry, klínopisné tabulky), jazyk geometrie (6. stol. p.n.l. – pythagorejci), jazyk algebry (konec 16. stol. – F. Viète), jazyk proměnných veličin, analytické geometrie, jazyk teorie množin. V souvislosti s rozvojem výpočetní techniky se problematika matematických jazyků studuje velmi intenzívně. Druhá polovina dvacátého století je mimo jiné charakteristická rozvojem matematické lingvistiky.

V matematice se vyvinula v průběhu jejího vývoje symbolika, která umožnila zjednodušit a zpřehlednit zápis. Vývoj procházel postupně období verbalistickým přes období synkopické až k období symbolickému. Matematická symbolika se vyvíjela velmi pomalu a její vývoj byl určován ekonomizací a strukturalizací. Matematická symbolika je srozumitelná pro jazykově odlišné společnosti. Rovněž terminologie má svoji genesi a lze u vývoje jednotlivých pojmů sledovat, jak probíhala diferenciací pojmů, jejich precizace a abstrakce. Středověká terminologie byla latinská a z tohoto období se zachovalo mnoho matematických termínů. Současná terminologie má národní charakter. Česká matematická terminologie se utvářela asi v polovině 16. století (Ondřej Klatovský z Klatov), rozvíjela se v době národního obrození (Dobrovský) a dotváří se neustále. Zajímavé je např. sledování matematických pojmů používaných ve starších učebnicích např. z 19. století.

Jazyk učitele matematiky

Má-li učitel žáky a studenty naučit matematiku, musí svá sdělení formulovat tak, aby mu žáci rozuměli, aby se dokázali správně vyjadřovat a neztráceli zájem o matematiku. Učitel, který nepěstuje lásku k předmětu, kterému vyučuje, neplní svoji pedagogickou funkci. Žáci by měli rozumět slovům i jejich matematickému významu, tedy jazyku mateřskému i jazyku matematickému a symbolickému.

Vyjadřování učitele by mělo splňovat několik základních požadavků:

- srozumitelnost přiměřenou úrovni, věku a vzdělání žáků nebo studentů,
- matematickou správnost, přesnost,
- pojmům a symbolům by měla být přiřazena správná představa,
- myšlenkám a představám by mělo být přiřazeno správné jazykové vyjádření.

Důležité pro učitele i žáka je pochopení struktury vytváření nových poznatků:

1. motivace učiva – proč se o danou problematiku budeme zajímat,
2. zavedení pojmu, jeho definice – se kterými novými pojmy se seznámíme,
3. vlastnosti pojmu, souvislosti – co se o nových pojmech dozvíme, jak souvisejí s dříve probíraným učivem,
4. výpočty, algoritmy – jak se s novými pojmy zachází, jak se s nimi počítá,
5. aplikace, užití – k čemu je to užitečné.

Při zavádění nových pojmů je zejména na základních školách problematice uvádění přesných definic daných pojmů. I když pojmy nedefinujeme, je třeba vytvářet správné představy žáků v duchu správných definic, aby se v budoucnu, až bude k dispozici potřebný matematický aparát, nemusely představy žáků měnit. Avšak i při určitém stupni přiblížení se přesné definici daného pojmu je třeba vyvarovat se nesprávným vyjádřením souvisejícím a chybami při definicích (např. definice kruhem, definice úzká, definice široká, definice tautologií apod.).

Otázky ve vyučování matematice

Otázky, které učitel klade žákům, by měl mít promyšlené, jasně formulované, měly by směřovat vždy k projevům žákova nebo studentova myšlení, postihovat souvislosti, vztahy, zobecňování. Neměly by se omezovat na pouhou reprodukci pamětných poznatků. Otázky by neměly být příliš návodné, měly by však být stručné a postihovat, pokud možno, jeden problém. Některé nevhodné jevy při kladení otázek mají specifické názvy, např. v [10] je popsán tzv. Topaze efekt, kdy učitel podává odpověď přímo ve své otázce, Jourdain efekt, kdy se triviální činnosti dává vědecký název nebo Funnelling efekt, kdy učitel rozloží řešení matematického problému na jednodušší kroky, ve kterých stačí uplatňovat algoritmy a potom vede studenta krok po kroku.

Pro kladení otázek platí určitá pravidla.

- Nejprve položíme otázku, potom vyvoláme žáka.
- Dopřejem žákům dostatečný čas na odpověď.
- Snažíme se zapojit postupně všechny žáky.
- Dobře si promyslíme reakci na nesprávnou odpověď žáka.

Dotazy žáků

Otázky žáků mají mnoho podob a někdy i záměrů a mohou být ukazatelem rozvoje žákovy osobnosti. Otázky jsou směřovány buď k obsahu výuky nebo k organizaci (práce ve vyučovací hodině, grafické úpravy v sešitě apod). Žák se zpravidla ptá, pokud učivu nebo textu nerozumí, většinou však neumí přesně formulovat, čemu nerozumí. Někdy se žáci obávají klást dotazy, aby se neodhalily jejich neznalosti. V hodině matematiky by však dotazy žáků neměly chybět. Časté bývají otázky žáků „proč to tak je?“ „k čemu to je?“. Na tyto otázky by žáci měli dostat jasnou odpověď. Odpovědi typu „to se dozvíte později“, „to už

máte dávno vědět“, „jak to, že to nevíte“, nebo „tak to prostě je“, žáky zpravidla neuspokojí. (Po cestě „potom“ se dostanete k městu „nikam“.) Na každém stupni rozvoje žákovy osobnosti je možno nalézt způsob, jak danou problematiku přiblížit či vysvětlit (příkladem může být např. dělení nulou nebo součin dvou záporných čísel). Při posuzování žákovských otázek se musí učitel zbavit eventuelních předsudků nebo předpojatosti, neboť žáci a studenti nejsou naši potencionální nepřátelé a zpočátku se skutečně ptají, protože chtějí vědět.

Co ovlivňuje komunikaci ve třídě

Komunikace ve vyučování matematice je ovlivňována osobnostními vlastnostmi učitele, jeho vztahu k žákům, k matematice, jeho kulturní úrovni, trpělivosti, empatii. Negativní jevy při komunikaci souvisejí s ponižováním žáků (neumíš, sednout, pět), diskriminací (žák je zařazen do určité skupiny a nemá šanci, přes veškerou snahu, dostat se do lepší skupiny), zastrahováním žáků, vytvářením atmosféry napětí a strachu, chladného odmítání iniciativy žáků, potlačováním jejich iniciativy a samostatnosti, nedostatkem emocionálního vztahu, necitlivým přístupem při vytýkání chyby. Často jsou originální řešení žáků odmítána bez kompetentního rozboru a zdůvodnění, v čem je žakovo řešení lepší či méně vhodné.

Komunikaci naopak usnadňuje úsměv, přátelské, upřímné chování, laskavost, kladný vztah k žákům a studentům, zájem o žáky a jejich problémy, uznání a oceňování práce žáků, takt a opatrnost při vytýkání chyby. Pozornost a zájem žáků v hodinách matematiky je přímo úměrná novosti a zajímavosti probírané problematiky, vhodností stylizace, způsobem podání, demonstrací a hlavně přímým zapojením žáků do procesu poznání (práce rukou mobilizuje práci mozku). Nezanedbatelná je i role humoru ve výuce matematiky.

Dobrý učitel matematiky je schopen neustále vytvářet vhodné podmínky pro komunikaci ve třídě jak po stránce odborného vyjadřování, tak po stránce komunikace se žáky. Nevynechá žádnou pedagogicky významnou situaci, která k dobré atmosféře ve výuce přispívá.

Použité zdroje

1. GAVORA, P. a kol.: *Pedagogická komunikácia na základnej škole*. Bratislava: Veda, 1988.
2. HEJNÝ, M., KURINA, F.: *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál 2001. 187 s. ISBN 80-7178-561-4.
3. HEJNÝ, M. a kol.: *Teoria vyučovania matematiky*. Bratislava: SPN, 1990. 554 s. ISBN 80-08-01344-3.
4. MAREŠ, J., KŘIVOHLAVÝ, J.: *Komunikace ve škole*. Brno: CDVU 1995. 210 s. ISBN 80-210-1070-3.
5. MARCHINI, C., KASLOVÁ, M.: *Metody řešení a komunikace*. In: Sborník příspěvků Dva dny s didaktikou matematiky 2003. Praha: PedF UK, 2003.
6. PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J.: *Pedagogický slovník*. Praha: Portál 1998. 328 s. ISBN 80-7178-252-1.
7. RÉNYI, A.: *Dialogy o matematice*. Praha: MF 1980. 203 s.
8. SEDLAČÍKOVÁ, B.: *Matematická lingvistika I. - IV*. In: Učitel matematiky 10 (2001/2002) č. 1, s. 30 – 36, č. 2, s. 80 – 88, č. 3, s. 174 – 181, č. 4, s. 226 – 234.
9. SPAGNOLO, F., ČIŽMÁR, J.: *Komunikácia v matematike*. Brno, PřFMU, 1993. 190 s. ISBN 80-210-3193-X
10. STEHLÍKOVÁ, N.: *Některé komunikační jevy v hodinách matematiky*. In: Sborník příspěvků Dva dny s didaktikou matematiky 2003. Praha: PedF UK, 2003.
11. ŠIMONÍK, O.: *Úvod do školní didaktiky*. Brno: MSD, 2003. 91 s. ISBN 80-86633-04-7.
12. TOMAN, J.: *Jak dobře mluvit*. Praha: Svoboda 1981. 355 s.
13. TRÁVNÍČEK, S.: *K technologii vyučování matematice. (O jazyku učitelů matematiky)*. In: MFI 8 (1998/99) s. 129 – 140.

14. TRÁVNÍČEK, S.: *K technologii vyučování matematice. (O přesném myšlení a vyjadřování)*. In: MFI 9 (1999/2000) s. 385 - 399.

RNDr. Růžena Blažková, CSc.
Katedra matematiky
Pedagogická fakulta MU
Poříčí 31
Brno, 603 00
E-mail: blazkova@ped.muni.cz
Telefon: +420 549 491 678