

Vzdělávací portál „Vytváříme Školní vzdělávací program“

<i>Submodul:</i>	3. GYMNAZIÁLNÍ VZDĚLÁVÁNÍ 3. 1.Oborové novinky 3.1.6. Člověk a příroda
<i>Název příspěvku:</i>	Alternativní výklad fotoelektrického jevu
<i>Forma příspěvku:</i>	Text Word
<i>Pracoviště:</i>	Katedra obecné fyziky Přírodovědecká fakulta MU
<i>Autoři:</i>	Aleš Lacina, Hana Martinásková
<i>Adresa autora:</i> <i>(E-mail, aj.)</i>	lacina@physics.muni.cz , 78026@mail.muni.cz
<i>Typ školy (ZŠ, G)</i>	SŠ
<i>Klíčová slova:</i> <i>(max. 10 slov)</i>	Kvantové vlastnosti záření, fotoelektrický jev, Einsteinova rovnice fotoelektrického jevu, světelné kvantum, foton
<i>Reference:</i> <i>(literatura, webové stránky aj.)</i>	

Alternativní výklad fotoelektrického jevu

Fotoelektrický jev je tradičním tématem všech úvodních kurzů fyziky obsahujících tzv. „moderní partii“. Účelem jeho zařazení je vysvětlení omezené platnosti klasických představ o interakci mezi elektromagnetickým zářením a látkou a seznámení s adekvátní koncepcí kvantovou. Podobnou možnost poskytují sice i témata jiná, např. rovnovážné tepelné záření (\equiv záření absolutně černého tělesa) či Comptonův jev, avšak fotoelektrický jev je pro začátečnickou úroveň zvláště vhodný, a to jak pro svoji relativní jednoduchost fyzikální (zejména ve srovnání s rovnovážným tepelným zářením), tak matematickou (jak ve srovnání s rovnovážným tepelným zářením, tak Comptonovým jevem). Nadto lze řadu důležitých vlastností fotoelektrického jevu při výuce rovněž poměrně snadno demonstrovat experimentálně [1], zatímco obě další zmíněné alternativy tuto možnost postrádají. Také z těchto důvodů zřejmě kladou důraz na fotoelektrický jev i všechny novodobé gymnaziální učebnice fyziky [2-7].

I když jsou detaily výkladu v těchto pramenech pochopitelně odlišné, přece jen lze obecně říci, že jeho styl je ve všech případech více informativní, než by snad být musel, a zdaleka nevyužívá možností, které pro rozvoj fyzikálního myšlení studentů toto téma poskytuje. Fyzikálně i pedagogicky by totiž bylo podstatně cennější dospět k zavedení pojmu světelných kvant (fotonů) jako k východisku z neřešitelných potíží, do nichž vede klasický popis jevu, než jen existenci těchto potíží oznámit a po té přímo vyhlásit správné řešení. (Příslušnou argumentační linii by s minimálním návodem studenti mohli – a měli! – formulovat sami.) Za vzor v tomto směru může sloužit názor Arnolda Aronse [8], že intelektuálně poctivé vzdělávání má prezentovat vyvážené pečlivě vyargumentované celky, které v každém svém místě obstojí před otázkami typu „*Odkud víte, že ...*“ (podstatou fotoelektrického jevu je emise elektronů?), „*Proč si myslíte, že ...*“ (větší intenzita světla by měla způsobit emisi elektronů s vyšší energií?) atd.

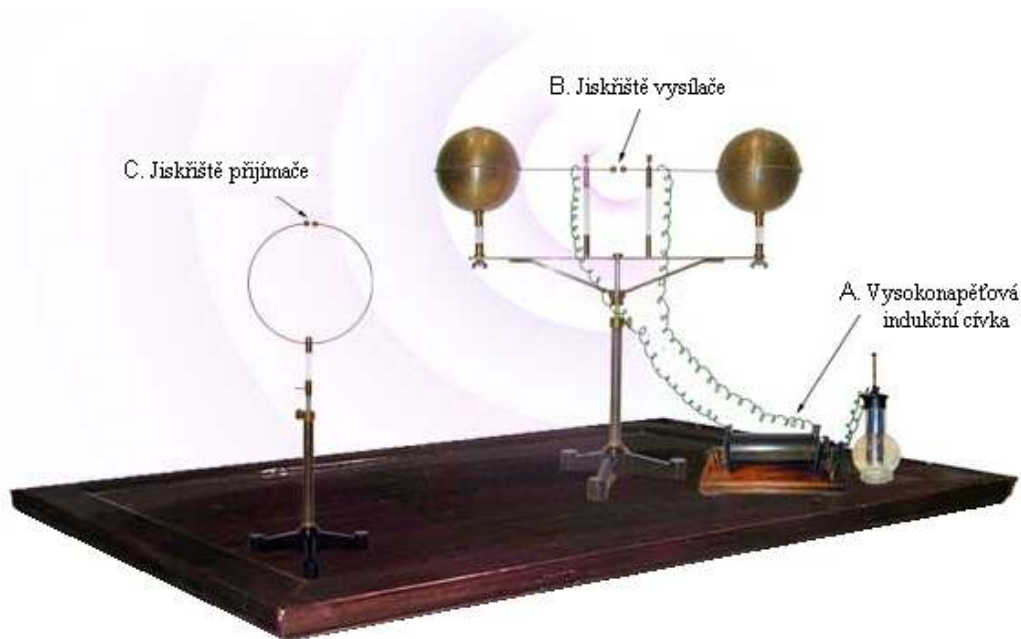
Takový přístup je nadto nepochybně inspirativní i z obecného hlediska. Na aktuální zajímavosti pak nabývá rovněž v souvislosti s blížící se potřebou vytvářet nezávislé školní vzdělávací programy.

Objev fotoelektrického jevu a vyšetření jeho základních vlastností



Heinrich Hertz

Za objevitele fotoelektrického jevu je považován německý fyzik Heinrich Hertz (1857 – 1894), jenž si roku 1887 při svých pokusech prokázat existenci Maxwellem předpovězených elektromagnetických vln všiml toho, že osvětlení jiskřiště rezonátoru (C) světlem primární jiskry (B) usnadňuje vznik jiskry sekundární (C) [viz obr. 1]. Postupným odfiltrováváním různých spektrálních složek světla primární jiskry pak dospěl k závěru, že sekundární jiskru posiluje ultrafialové záření dopadající na jiskřiště rezonátoru. Dále už však tento jev nezkoumal [1].



Obr. 1 Hertzův experiment, který přivedl k objevu fotoelektrického jevu.

To, co bylo pro Hertze jen málo důležitým vedlejším efektem, na nějž narazil při experimentálním vyšetřování vlastností elektromagnetických vln, se stalo hlavním předmětem odborného zájmu Hertzova krajana Wilhelma Hallwachse (1859 – 1922) a ruského fyzika Alexandra Stoletova (1839 – 1896). Systematickými pokusy s ozařováním různých materiálů (Zn; Na, K, Rb, ...), jejichž uspořádání schematicky vystihuje obr. 2, postupně zjistili, že

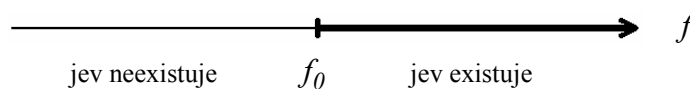


Alexandr Stoletov



Wilhelm Hallwachs

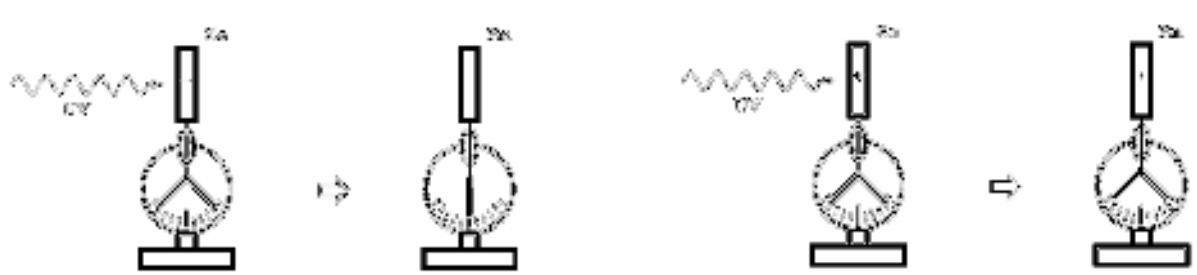
- ozařování vodiče z něj může uvolňovat záporný náboj,
- pro každý ozařovaný materiál existuje určitá – pro něj charakteristická – minimální frekvence f_0 (tzv. červený práh fotoelektrického jevu), od níž počínaje dochází k uvolňování záporného náboje



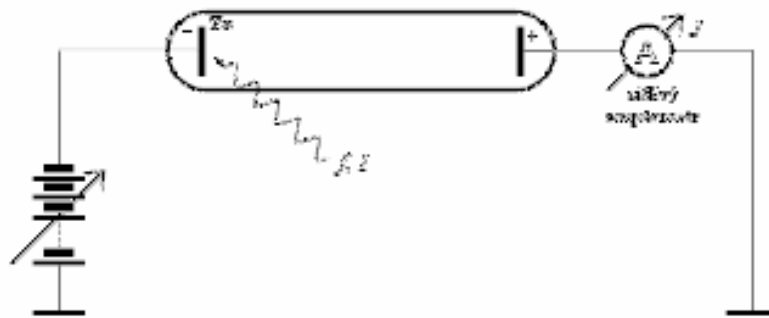
- k uvolňování náboje z ozařovaného vodiče dochází okamžitě po dopadu světla (o frekvenci $f > f_0$).

Následujícími experimenty s vyčerpanými trubnicemi [viz obr. 3] tyto předběžné výsledky opakovaně potvrdili, zpřesnili a ukázali, že

- pokud v důsledku ozařování vznikne fotoelektrický proud, pak jeho velikost J roste s intenzitou ozáření katody I .



Obr. 2 Pokusy Hallwachsova – Stoletovova typu.



Obr. 3 Pokusy s vyčerpanými trubicemi.

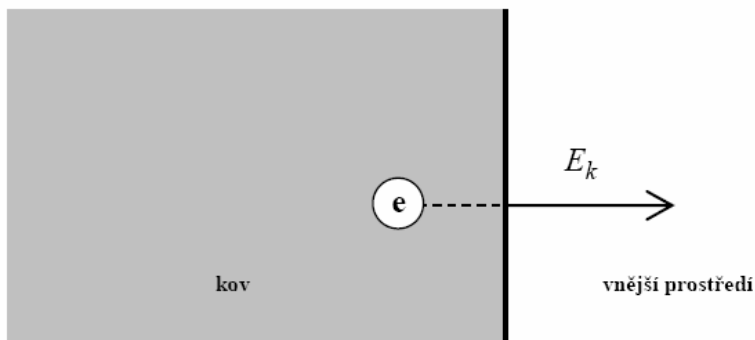
Fyzikální interpretace fotoelektrického jevu a první experimentální vyšetření kinetické energie fotoelektronů



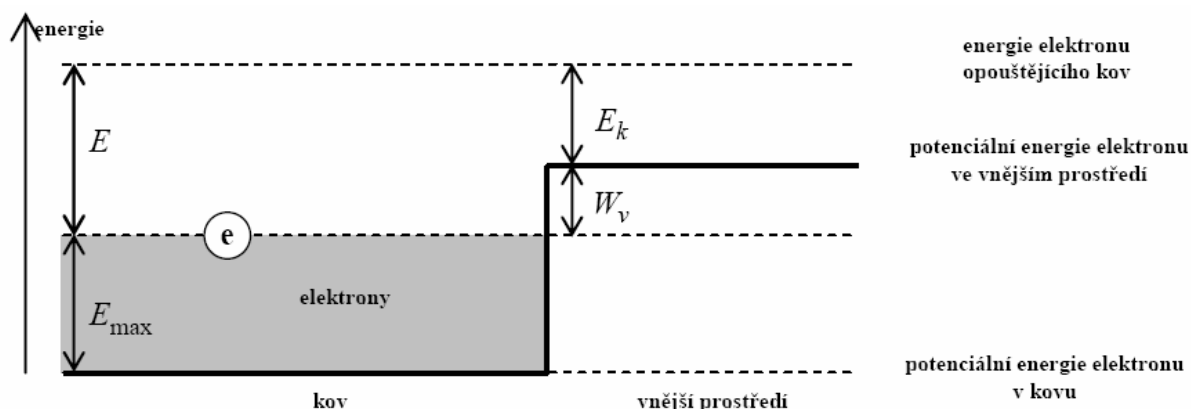
Joseph John Thomson

Přestože Hallwachs a Stoletov – nezávisle na sobě – detailně prozkoumali základní vlastnosti fotoelektrického jevu, nikdo z nich se jej nepokusil fyzikálně vyložit. Rozhodující krok k nalezení jeho podstaty učinil roku 1899 Joseph John Thomson (1856 – 1940), který experimentálně identifikoval v nositelích záporného náboje unikajících z ozařovaného kovového vzorku elektrony, které sám – o dva roky dříve – objevil [9].

Základní komentář fyzikální interpretace fotoelektrického jevu se opírá o jednoduchou představu skokové změny potenciální energie elektronu na rozhraní mezi kovem a vnějším prostředím [viz obr. 4].



Obr. 4a Rozhraní mezi kovem a vnějším prostředím.



Obr. 4b Energetická bilance na rozhraní mezi kovem a vnějším prostředím.

Z obrázku 4b je možno také přímo odečíst kinetickou energii uvolněného elektronu:

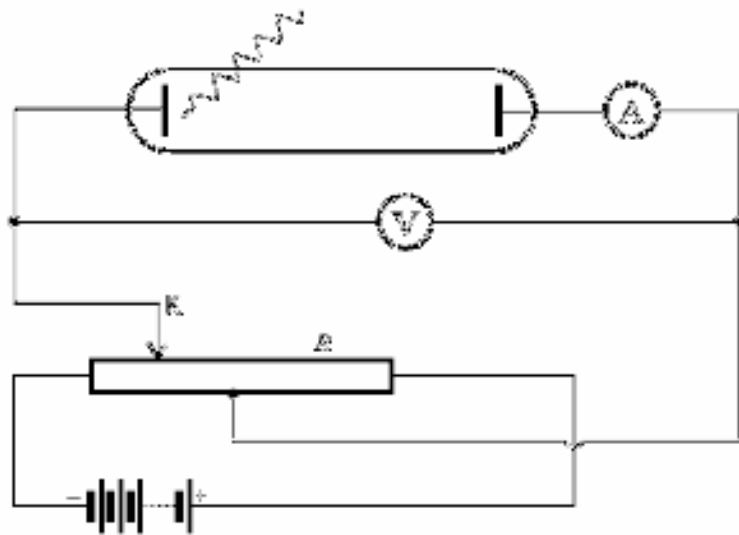
$$\begin{array}{l} \text{kinetická energie} \\ \text{emitovaného elektronu} \\ \text{resp. } E_k \end{array} = \begin{array}{l} \text{energie} \\ \text{pohlčená elektronem} \\ E \end{array} - \begin{array}{l} \text{výstupní} \\ \text{práce} \\ W_v \end{array} \quad (1)$$



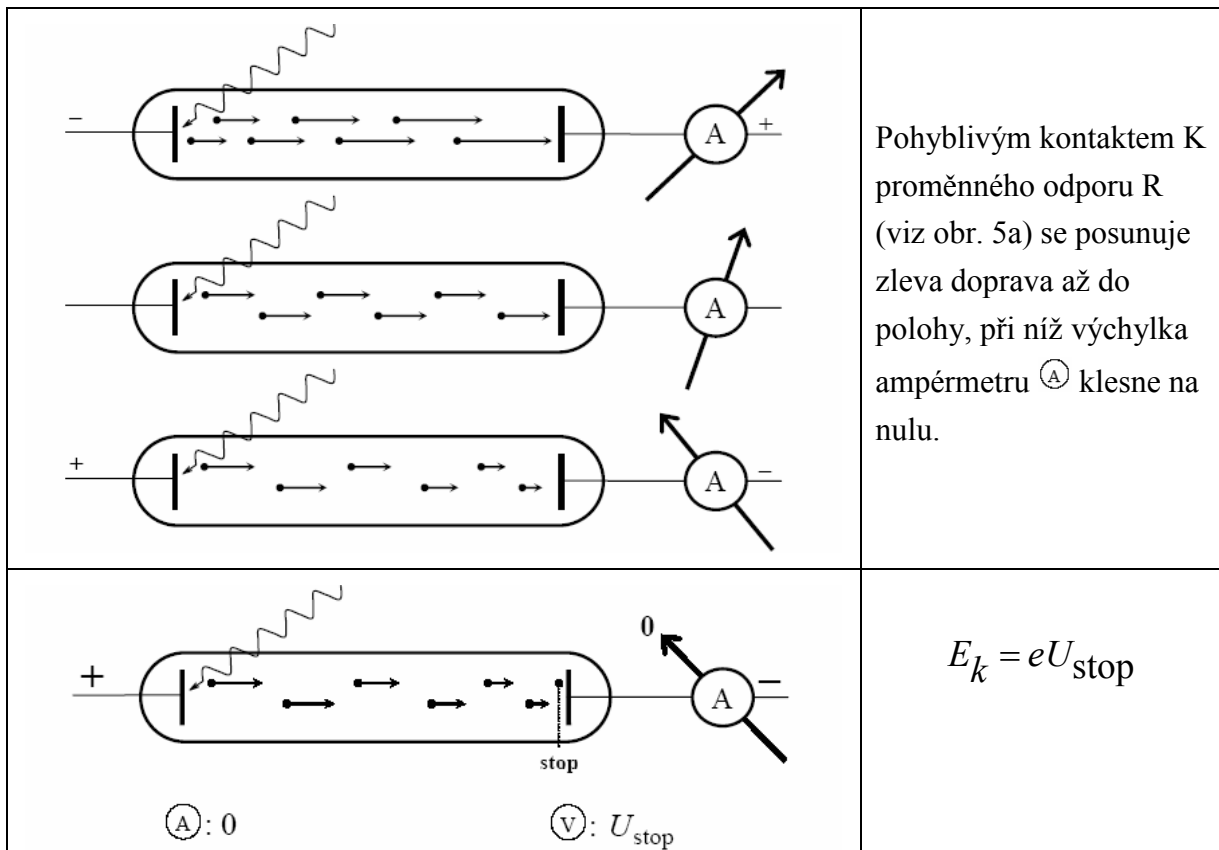
Philipp Lenard

První etapu experimentálního studia fotoelektrického jevu završil Hertzův někdejší žák a asistent Philipp Lenard (1862 – 1947). V řadě prací provedených v letech 1902 – 1903 jednak nezávislými metodami ověřil některé poznatky svých předchůdců (existence červeného prahu – A. Stoletov, elektronová podstata jevu – J. J. Thomson), zejména však – jako první – provedl měření kinetické energie E_k uvolňovaných elektronů.

Princip jeho měřicí metody je jednoduchý: Je-li ozařovaná elektroda kladná vůči elektrodě sběrné jsou emitované elektrony polem mezi nimi brzděny. Posunováním pohyblivého kontaktu K proměnného odporu R od jeho středu směrem doprava [viz obr. 5] dochází k plynulému zvyšování brzdícího napětí mezi oběma elektrodami a v důsledku toho také k postupnému poklesu fotoproudu procházejícího ampérmetrem.



Obr. 5a Schéma Lenardova experimentálního uspořádání.



Obr. 5b Princip Lenardovy měřicí metody.

V okamžiku poklesu proudu na nulu nabývá zřejmě brzdící napětí takové hodnoty U_{stop} , při níž pole mezi ozařovanou a sběrnou elektrodou zastaví elektrony právě před jejich vstupem do kolektoru (a následně je vrátí na elektrodu s kladným potenciálem). Tehdy platí

$$eU_{\text{stop}} = E_k,$$

což umožňuje určit kinetickou energii elektronů vystupujících z ozařované elektrody odečtením hodnoty U_{stop} ze stupnice voltmetru [viz obr. 5a]. Tato měření přivedla k závěru, že

- E_k roste s frekvencí f dopadajícího záření,
- zatímco
- na jeho intenzitě I (při neměnné frekvenci f) nezávisí.

Během patnácti let (1888 – 1903) tak byly vyšetřeny základní vlastnosti fotoelektrického jevu. Experimentální zjištění, pro větší přehlednost shrnutá do tabulky 1, však byla natolik nečekaná, že se ani Philipp Lenard, jenž byl nepochybně jedním z nejzasvěcenějších badatelů na tomto poli, nepokusil o jeho teoretické vysvětlení [1, 10].

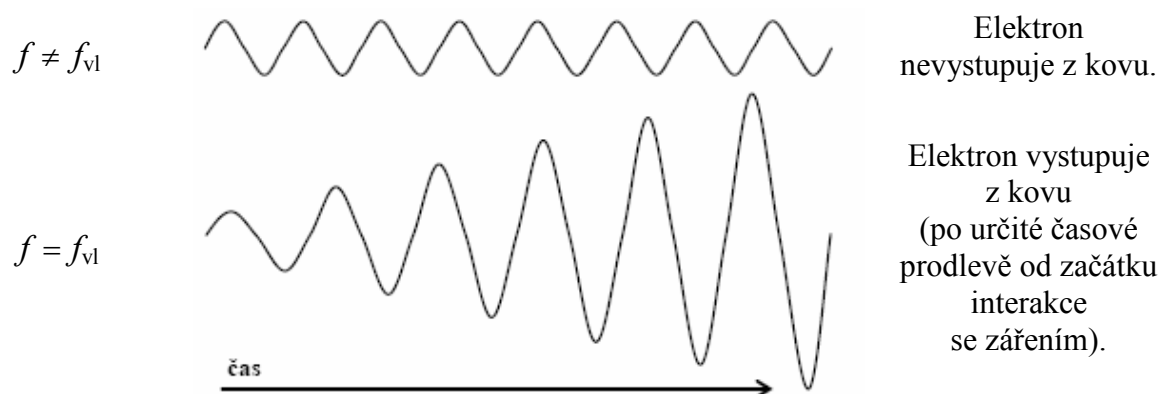
EXPERIMENTÁLNÍ FAKTA

1.	ozařování vodiče z něj může uvolňovat záporný náboj
2.	existuje mezní frekvence f_0 (tzv. červený práh) vzniku fotoelektrického jevu
3.	neexistuje časová prodleva mezi začátkem ozařování a začátkem uvolňování náboje
4.	$I \nearrow \rightarrow J \nearrow$
5.	E_k nezávisí na I
6.	$f \nearrow \rightarrow E_k \nearrow$

Tab. 1

Neúspěch prvních pokusů o teoretický popis fotoelektrického jevu

Přirozeným východiskem teoretického rozboru mechanismu a vlastností fotoelektrického jevu byla obecná představa, že elektrony jsou z ozařovaného vzorku emitovány v důsledku jejich urychlování elektrickou složkou dopadající elektromagnetické vlny [11]. Intenzita I této vlny je úměrná kvadrátu amplitudy \mathcal{E}^2 elektrického pole. S rostoucí intenzitou proto roste velikost síly $F = -e\mathcal{E}$ působící na elektron, jenž v důsledku toho získá větší rychlost v , resp. kinetickou energii E_k . To však nesouhlasí s experimentálně zjištěným faktem uvedeným na řádku 5 tabulky 1. Pokud má dopadající elektromagnetická vlna velkou amplitudu, pak by se měl elektron z kovu uvolnit prakticky okamžitě po začátku interakce s ní bez ohledu na její frekvenci. Tento závěr je ovšem v rozporu s existencí prahové frekvence f_0 fotoefektu (viz tabulka 1, řádek 2). Dopadá-li na kov elektromagnetická vlna malé amplitudy, koná elektron vynucené kmity. Je-li při tom frekvence f dostatečně odlišná od frekvence f_{vl} vlastních kmitů elektronu, pak elektron sice bude kmitat, ale ne natolik, aby mohl vystoupit z povrchu kovu. Má-li však dopadající světlo frekvenci rovnou vlastní frekvenci kmitů elektronu, pak amplituda jeho kmitů s časem narůstá [viz obr. 6], až dosáhne takové hodnoty, kdy je elektron schopen kov opustit.



Obr. 6 Kmity elektronu při obecné a vlastní frekvenci.

Z pohledu klasické fyziky by tedy v tomto případě k emisi elektronů z kovu mělo docházet jen pro určité diskrétní frekvence světla (tzv. rezonanční frekvence), resp. frekvence ve velmi úzkých pásmech, nikoliv však v celém spojitém pásmu frekvencí $f > f_0$, pro něž byl efekt pozorován. Navíc by k této emisi nemělo docházet okamžitě po ozáření kovu, ale mezi začátkem jeho ozařování a uvolněním elektronu by měla existovat určitá časová prodleva (např. pro fialové světlo s intenzitou 10^{-6} Wm^{-2} dopadající na povrch sodíku by trvalo více než 10^7 s, tedy téměř jeden rok, než by k uvolnění elektronu došlo [13]). Tyto teoretické závěry se však diametrálně liší od experimentálních zjištění uvedených v tabulce 1 na řádcích 2 a 3. Navíc popsany rezonanční mechanismus uvolňování elektronů z kovu nijak nevysvětluje pozorovanou závislost kinetické energie elektronů na frekvenci dopadajícího světla (tabulka 1, řádek 6).

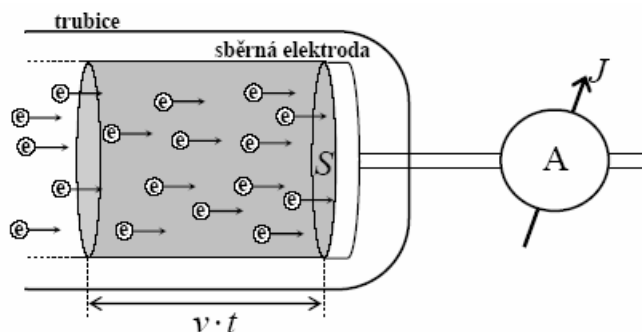
Teoretická předpověď se tedy sice shoduje s experimentálním faktem uvedeným na řádku 1 tabulky 1, s poznatky uvedenými na jejich řádcích 2, 3, 5, 6 se však rozchází. Už to by jistě stačilo k odmítnutí naznačeného teoretického postupu. Podívejme se však pro úplnost, poučení a inspiraci ještě i na řádek 4, t.j. přezkoumejme z mikroskopického hlediska také závislost fotoelektrického proudu J na intenzitě světla I .

Ustálený fotoproud J je určen elektrickým nábojem, který projde ampérmetrem za jednotku času:

$$J = \frac{Q}{t}.$$

Náboj Q , který projde měřicím přístrojem za dobu t je týž, jako náboj, který za čas téže délky dopadne na sběrnou elektrodu. Lze jej snadno vyjádřit pomocí obsahu S povrchu této elektrody, velikosti e náboje elektronu, koncentrace n elektronů v trubici a jejich rychlosti v v trubici [viz obr. 7]:

$$Q = n e (S v t).$$



Obr. 7 Určení velikosti fotoproudu J .

Fotoproud je pak dán vztahem

$$J = \frac{Q}{t} = \frac{n e (S v t)}{t} = e S n v,$$

tj. $J = konst. \cdot (n v). \quad [14]$

Na základě představy o interakci elektromagnetického vlnění s elektrony, která byla formulována v tomto oddílu, by s rostoucí intenzitou záření I měla růst kinetická energie E_k (a tedy i rychlost v) uvolňovaných fotoelektronů, což vede ke shodě s experimentálním zjištěním uvedeným na řádku 4 tabulky 1. Tento dodatečný dílčí úspěch je však pouze zdánlivý, neboť se opírá o nesprávnou – experimentem vyvrácenou (viz řádek 5 tab. 1) – představu o růstu E_k (resp. v) s intenzitou záření I .

Pokus o teoretické vysvětlení vlastností fotoelektrického jevu vycházející z představy o mechanismu absorpce energie elektromagnetického záření elektrony, o niž se opíraly úvahy rozvíjené v tomto oddílu, tedy zcela ztroskotal.

EXPERIMENTÁLNÍ FAKTA	TEORETICKÁ OČEKÁVÁNÍ/PŘEDPOVĚDI
1. ozařování vodiče z něj může uvolňovat záporný náboj	SHODA
2. existuje mezní frekvence f_0 (tzv. červený práh) fotoelektrického jevu	ROZPOR
3. neexistuje časová prodleva mezi začátkem ozařování a začátkem uvolňování náboje	ROZPOR
4. $I \uparrow \rightarrow J \uparrow$	ZDÁNLIVÁ SHODA
5. E_k nezávisí na I	ROZPOR
6. $f \uparrow \rightarrow E_k \uparrow$	ROZPOR

Tab. 2

Totéž konstatuje v roce 1905 Albert Einstein jen krátkým odkazem: „*Tradiční názor, že energie světla je rozložena spojitě v oblasti tímto světlem ozářené, působí při snaze o objasnění fotoelektrických jevů popsanych v Lenardově průkopnickém článku velké potíže*“ [15] a stručně dokládá, že použití jeho ideje světelných kvant o energii $E = h f$, zmiňované v úvodu tohoto textu, při výkladu fotoelektrického jevu k žádným problémům nevede.

Elementarizovaný výklad, jenž je obsahem tohoto sdělení, je však koncipován jinak než [15] a proto pokračuje méně přímočaře.

Moderní výklad fotoelektrického jevu a jeho experimentální ověření

Podrobnější úvaha o makroskopických veličinách J (měřeno ampérmetrem) a U_{stop} (měřeno voltmetrem) opírající se o jejich mikroskopické vyjádření

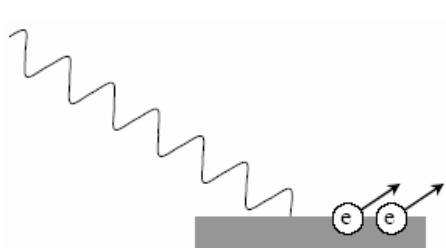
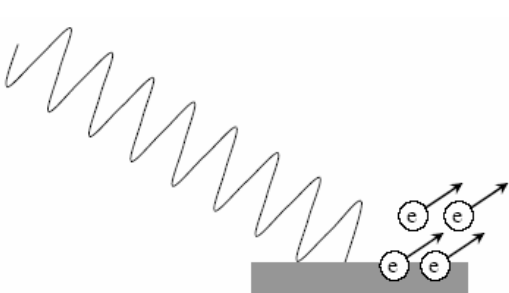
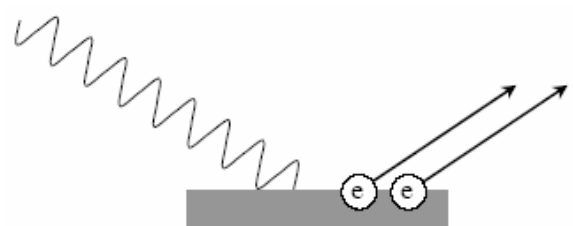
$$J = e S n v, \quad U_{\text{stop}} = \frac{1}{e} \cdot E_k = \frac{1}{2 \cdot e} \cdot m \cdot v^2,$$

vede k závislostem

$$I \uparrow \rightarrow v = \text{konst.}, \quad n \uparrow \quad (\text{řádky 5 a 4 tabulky 1}),$$

$$f \uparrow \rightarrow v \uparrow \quad (\text{řádky 6 a 4 tabulky 1}).$$

Z toho pak vyplývají mikroskopické závěry o fotoelektrickém jevu zachycené v následujících piktogramech:


<p>Způsobí-li absorpce záření o intenzitě I a frekvenci f emisi určitého počtu elektronů s určitou rychlostí (kinetickou energií),</p> 	<p>absorpce záření větší intenzity stejné frekvence způsobí emisi většího počtu elektronů se stejnou rychlostí (kinetickou energií).</p> 
<p>absorpce záření téže intenzity vyšší frekvence způsobí emisi elektronů s větší rychlostí (kinetickou energií).</p> 	

Tab. 3

Tato zjištění lze pak přehledně shrnout do stručných závěrečných konstatování:

- záření s větší intenzitou vyvolá emisi většího počtu elektronů,
- záření s větší frekvencí vyvolá emisi elektronů s větší rychlostí (kinetickou energií).

Fyzikální vysvětlení těchto závěrů podal – jak již bylo uvedeno – roku 1905 Albert Einstein: **elektrony neabsorbují energii tak, jak se dosud myslelo** (tj. v důsledku svého urychlování elektrickou složkou dopadající elektromagnetické vlny), **ale po kvantech, jejichž velikost je úměrná frekvenci záření** ($E = konst. \cdot f$).

 <p>Albert Einstein</p>	<p>Einsteinova představa:</p> <p>SVĚTLO (ELMAG. ZÁŘENÍ) = SOUBOR SVĚTELNÝCH KVANT</p> <p>jejich počet $n \sim I$</p> <p>jejich energie $E \sim f$ *</p> <p>PO DOPADU SVĚTLA (ELEKTROMAGNETICKÉHO ZÁŘENÍ) NA VZOREK KAŽDÉ TAKOVÉ KVANTUM INTERAGUJE S JEDNÍM ELEKTRONEM</p> <hr/> <p>*) Einstein stanovuje i hodnotu konstanty v této úměrnosti, když píše $E = hf$. Teoretická argumentace vyložená v tomto článku to neumožňuje.</p>
--	--

Tab. 4

Po dosazení tohoto vyjádření energie pohlcené elektronem do vztahu (1) se pak dostane tzv. *Einsteinova rovnice fotoelektrického jevu*:

$$E_k = konst. \cdot f - W_V, \quad (2a)$$

resp.

$$E_k = h f - W_V. \quad (2b)$$

(Že takový teoretický výklad fotoelektrického jevu vede ke shodě se všemi experimentálními poznatky shrnutými v tabulce 1, resp. 2 se čtenář snadno přesvědčí sám).



Robert Millikan

Idea světelných kvant byla natolik provokativní, že již v roce 1906 započal americký fyzik Robert Millikan (1868 – 1953) s experimenty, které ji měly vyvrátit. Experimentální zjištění, o něž se opírala naše dosavadní argumentace, totiž nebyla tak jednoznačná a spolehlivá, jak by se mohlo z předcházejících formulací zdát. Přesné experimentální studium jevu a jeho rigorózní popis totiž velmi ztěžuje celá řada problémů, které nebyly v tomto textu vůbec zmíněny (elektrony vyletují z ozařovaného materiálu různými směry a mají různé energie, na ozařovaných vzorcích – většinou alkalických kovech – narůstají rychle oxidové vrstvy, což nepříznivě ovlivňuje reprodukovatelnost měření, měřené hodnoty proudů a napětí jsou velmi malé, takže se na nich výrazně projevují efekty spojené s existencí případných přechodových odporů a kontaktních napětí v obvodu, ...). A právě tyto komplikace způsobily,

že zejména Lenardovy závěry týkající se kinetické energie E_k vyletujících elektronů měly jen víceméně orientační charakter [1]. Millikanovou ctižádostí bylo provést měření E_k tak spolehlivě a přesně, aby to umožnilo ověřit – podle Millikanova přesvědčení vyvrátit – platnost Einsteinovy rovnice fotoelektrického jevu (a tím i koncepci světelných kvant, na základě níž byla tato rovnice vyvozena). Mnohaletou (1906 – 1916) pečlivou prací založenou na vlastní experimentální metodice umožňující odstranit, vykompenzovat nebo započítat všechny rušivé vlivy [16, 17] dospěl Millikan k naprosto spolehlivému závěru – **potvrzení Einsteinovy rovnice fotoelektrického jevu**. Jeho tehdejší pocity klasického fyzika dokumentuje citát z jeho pozdější vzpomínkové přednášky [18]:

„ ... [Einsteinovo vysvětlení fotoelektrického jevu z roku 1905] ignorovalo a dokonce se zdálo protiředit všem četným projevům interference a tak se zdálo být přímým návratem ke korpuskulární teorii světla, která byla už od dob Youngových a Fresnelových zcela opuštěna.

... Strávil jsem deset let svého života testováním Einsteinovy rovnice a – navzdory všem svým očekáváním – jsem byl v roce 1915 přinucen konstatovat její nepochybné experimentální potvrzení, nehledě na veškerou její nerozumnost, která se zdála být v rozporu se vším, co jsme věděli o interferenci světla.“

Stručný přehled historie fotoelektrického jevu

1887	HERTZ	objev jevu
1887 →	HALLWACHS STOLJKOV	systematické studium jevu, osaňují: Zn, Na, K, Rb, ... zpřítuňi vybíjání/obíjání izolovaných vodičů, detekují fotoproud
1899	THOMSON	objev podstaty jevu: uvolňování elektronů z osvětlovaného vodiče
1902	LENARD	experimentální studium kinetické energie fotoelektronů

ZTRACOVÁNÍ POKUSŮ O TEORETICKÝ POPIS JEJU

1905	EINSTEIN	výklad jevu na základě předpokladů o existenci světelných kvantů
1906 →	MILLIKAN	experimentální studium kinetické energie fotoelektronů s cílem vyvrátit Einsteinoův výklad
1914	MILLIKAN	experimentální potvrzení Einsteinova předpokladu $E_k = hf, \quad \text{resp.} \quad E_k = \text{konst.} \cdot f$
1916	MILLIKAN	experimentální potvrzení Einsteinoovy rovnice $E_k = \text{konst.} \cdot f - W_y$ a stanovení $\text{konst.} = 6,57 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = h$

KEXPERIMENTÁLNÍ POTVRZENÍ KVANTOVÉHO CHARAKTERU INTERAKCE
MEZI SVĚTLEM/ELEKTROMAGNETICKÝM ZÁŘENÍM A LÁTKOU

- [1] Martinásková H.: *Fotoelektrický jev*. Bakalářská práce. Přírodovědecká fakulta MU, Brno 2005.
- [2] Rudolf V., Fuka J., Hlavička A.: *Fyzika pro jedenáctý postupný ročník*. SPN, Praha 1957.
- [3] Fuka J. a kol.: *Fyzika pro III. Ročník střední všeobecně vzdělávací školy (pro III. A IV. ročník gymnázia)*. SPN, Praha 1965.
- [4] Pišút J. a kol.: *Fyzika pro IV. ročník gymnázií*. SPN, Praha 1987.
- [5] Štoll I.: *Fyzika pro gymnázia – Fyzika mikrosvěta*. Galaxie, Praha 1993.
- [6] Štoll I.: *Fyzika pro gymnázia – Fyzika mikrosvěta*. (3., přepracované vydání). Prometheus, Praha 2002.
- [7] Pišút J. a kol.: *Fyzika pro IV. ročník gymnázií*. SPN, Bratislava 2003.
- [8] Arons A. B.: *Cesta k přírodovědné gramotnosti*. Školská fyzika **VII**, č. 3 (2001) 61.
- [9] Lacina A.: *Několik kroků do mikrosvěta I*. V: *Semináře z fyziky 2003/2004 – 4. blok*. <http://www.physics.muni.cz/kof/seminare/p14.pdf>.
- [10] Arons A. B.: *Teaching Introductory Physics*. John Wiley & Sons, New York 1997.
- [11] Důvodem pro pominutí běžně mlčky ignorovaného silového účinku magnetické složky je skutečnost, že její amplituda $B_0 = E_0 / c$ (kde E_0 je amplituda složky elektrické, c je rychlost světla) – viz např. [12]. V důsledku toho je síla $\vec{F}_{\text{mag}} = q(\vec{v} \times \vec{B})$, již působí magnetická složka na libovolný náboj q pohybující se nerelativistickou rychlostí v , zanedbatelná ve srovnání se silou $\vec{F}_{\text{el}} = q\vec{E}$, již na něj působí složka elektrická.
- [12] Alonso M., Finn E. J.: *Fundamental University Physics, vol. II*. Addison – Wesley, Reading, Massachusetts 1970.
- [13] Beiser A.: *Úvod do moderní fyziky*. Academia, Praha 1977.
- [14] I když lze předchozí úvahu formulovat – se stejným výsledkem – zcela obecně, je vhodné pro zjednodušení další argumentace předpokládat, že se elektrony v trubici pohybují rovnoměrně. (Prakticky by toho bylo možné dosáhnout vynulováním napětí mezi oběma elektrodami: $U = 0V$.) Rychlost v vystupující v závěrečném vztahu pro fotoproud je v takovém případě totožná s rychlostí, s níž elektrony opouštějí ozařovanou elektrodu.
- [15] Einstein A.: *Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt*. *Annalen der Physik* **17** (1905) 132.
Podstatně dostupnější než německý originál jsou jeho komentované anglické překlady, např. *American Journal of Physics* **33** (1965) 367 nebo Boorse H. A., Motz L. (Eds.): *The World of the Atom, vol. I*. Basic Books, Inc., Publisher, New York 1966, příp. Stachel J. (Ed.): *Einstein's Miraculous Year: Five Papers That Changed the Face of Physics*. Princeton University Press 1998.
- [16] Millikan R. A.: *A Direct Photoelectric Determination of Planck's konstant h*. *The Physical Review* **7** (1916) 355.
- [17] Trigg G. L.: *Crucial Experiments in Modern Physics*. Van Nostrand Reinhold Company, New York 1971. Existuje i ruský překlad: *Rešajuščije eksperimenty v sovremennoj fizike*. Mir, Moskva 1974.
- [18] Millikan R. A.: *Albert Einstein on his Seventieth Birthday*. *The Review of Modern Physics* **21** (1949) 343.