

3. ČÍSLA PŘIROZENÁ

Uvedme nejprve několik příběhů, které ilustrují, že pochopení pojmu přirozeného čísla a jeho zápisu mohou být u dětí spojeny s řadou problémů a že je třeba respektovat přirozený vývoj dětí a poskytovat jim správné podněty, které v budoucnu nepovedou k chybám.

Příběh první.

Jedeme v autobuse, prší a na předním skle se pohybují tři stěrače. Malý Tomášek sedí mamince na klíně a znenadání zvolá: “Tři”. “Kde jsou tři”, ptá se maminka. Tomášek ukazuje na pohybující se stěrače. Maminka s nadšením: “Tomášku, tys to poznal, ty jsi šikovný, ty už to umíš.” Stále jej velmi chválila. Na můj dotaz, kolik je Tomáškoví roků, maminka říká: “ukáž paní, kolik ti je”. Tomášek ukazuje tři prstíčky. Potom mi maminka sdělila, co to dalo práce, než se naučil ukázat, že jsou mu tři roky.

Maminka byla nadšena, že Tomášek pochopil, co znamená 3. Matematik ví, že Tomášek dospívá od představ vázaných na konkrétní předměty k představám univerzálnějším a postupně k abstrakci.

Příběh druhý.

Holčičky si hrají s panenkami. Na můj dotaz, kolik mají panenek, postupně odpovídají:

Maruška: hodně.

Eliška: máme Lucinku, Gábinku, Michalku a Karolínku.

Terezka: počítá po jedné: jedna, dvě, tři, čtyři. Jsou čtyři.

Monička: řekne hned: máme čtyři panenky.

Každá z holčiček je na jiném stupni chápání kvantity – počtu prvků.

Příběh třetí.

V pokoji si hrají čtyři děti. Pošlou nejmladší z nich – Sofinku – do kuchyně pro buchty. Sofinka bere z mísy nejprve po jedné a potichu si říká: Filipovi, Viktorovi, Aničce a mně. Pak bere ještě jednou po jedné a odnáší osm buchet, aniž by věděla, kolik jich je.

Sofinka neumí počítat, ale pomocí přiřazování dokáže odnést správný počet buchet.

Příběh čtvrtý.

Jedeme v tramvaji číslo 11 a obě číslíce jsou napsány poněkud jinak, než se učí děti psát číslici 1 v první třídě. Maminka jede s holčičkou (dva a půl roku), která má bratříčka v první třídě. Holčička asi doma přihlíží přípravě bratříčka do školy. Ukazuje na číslo v tramvaji a říká: “sedmička”. Maminka namítá: “to není sedmička, ale jednička”. Holčička neustále trvá na svém, maminka však

také. Až maminka řekne: “to jsou dvě jedničky”. Jak holčička uslyší “dvě”, začne se velmi zlobit a podrážděně zvolá: “ne dvě, sedm”.

U dítěte se ukazuje problém chápání zápisu čísel, tvaru číslic a nakonec vztahu číslo – číslice.

Příběh pátý.

Petr drží v ruce lístek, na kterém je číslo 200 a říká: “dvojka”. Maminka doplňuje: dvojka a dvě nuly, dvě stě. Tříletý Petr vnímá “2” a “dvě” nuly a nemůže pochopit, jak to může být 200. Petr ještě nedokáže rozlišit zápis čísla v desítkové soustavě a číslo jako počet prvků.

Příběh šestý.

Tříletého Jirku učí dědeček počítat od jedné do deseti. Jirka počítá: jedna, dvě, tři, čtyři, pět, sedm, devět, čtyři, šest, deset. Jirka se učí jakousi “básničku” – řadu slov, ale nevidí za slovy číslo ve významu počtu prvků.

Příběh sedmý.

Vzpomíná Saskie: Jako malá jsem nemohla pochopit pojem “dvě” a byla jsem z toho nešťastná. Ukázali mi jeden prst, řekli “jedna”, ukázali k němu jiný prst, řekli “dvě”. Nechácala jsem, proč dvě, když byl jeden prst a potom zase jeden prst, ale jiný. Bylo to pro mě stresující, stále vidím, jak se mi smějí, jak to já nechápu a mám z toho negativní zážitek na celý život.

To, co je pro dospělé zcela samozřejmé, může být pro dítě naprosto nepochopitelné. Jestliže se k tomu přidá nevhodná reakce dospělých (např. lehký posměch nebo pokárání), dítě má trauma na celý život.

Příběh osmý.

Baví se maminka se svou tetou v přítomnosti Janičky, která byla právě u zápisu do první třídy. Tetička mezi jiným říká: “No na matematiku u nás v rodině nikdy nikdo nebyl. To je pro naši rodinu úplná hrůza.”

Vztah k matematice vytváříme téměř za každých okolností, často si to ani neuvědomujeme a Janička již může být ovlivněna negativním postojem.

Příběh devátý.

Ptá se pán, jak se dostane na určité místo ve městě. “Jeďte nejprve tramvají číslo dvě a potom přestupte na osmičku”. Jede tramvaj číslo 10. Pán říká: “tak to já můžu jet desítkou”.

Můžeme čísla vždy (v každém jejich významu) sčítat?

Příběh desátý.

Honzík slaví čtvrté narozeniny. Na otázku “kolik je ti roků” ukazuje čtyři prstíky, na dortu má čtyři svíčky, ale význam pojmu “čtyři roky” je mu zatím neznámý.

Postupně se připravuje k chápání čísla 4 v jeho různých významech.

3.1. Systematický přístup při budování pojmu přirozeného čísla

V předcházející kapitole bylo uvedeno, které důležité činnosti předcházejí tomu, aby dítě chápalo správně kvantitu a postupně se u něj vytvářela představa čísla. Jde tedy o:

- hledání společné charakteristické vlastnosti předmětů
- třídění
- uspořádání
- přiřazování.

Uveďme v přehledu, co a jak dítě v mladším školním věku dítě postupně zvládá a jak se pojem čísla vytváří. Je to důležité zejména z hlediska vývojových poruch učení, protože pokud se u dítěte nevytvoří potřebná abstrakce, je obtížné postupovat v matematice k dalšímu učivu.

a) Vytvoření pojmu přirozeného čísla

Práce s konkrétními předměty
Práce se symboly, 1. stupeň abstrakce
Pochopení pojmu čísla, 2. stupeň abstrakce
Vyslovení čísla
Pochopení symbolu k zápisu čísla, číslice
Psaní číslic

b) Numerace

Čtení čísel
Zápis čísel
Orientace v číselných řadách
Znázorňování čísel na číselné ose
Porovnávání čísel
Zaokrouhlování čísel

c) Operace s přirozenými čísly

Vyvození každé z operací, práce s konkrétními předměty
Práce se symboly, 1. stupeň abstrakce
Zápis příkladu, 2. stupeň abstrakce
Pamětné spoje
Písemné algoritmy
Aplikační úlohy

d) Aplikace

Využití matematických znalostí při řešení problémů z praxe a z běžného života
 Uvědomělé využití jednotlivých operací
 Práce s veličinami a jednotkami měř
 Odhady
 Matematický model reálné situace a jeho interpretace v realitě

3. 2. Budování pojmu přirozeného čísla v mladším školním věku

V kapitole 2 byl přiblížen proces budování přirozeného čísla prostřednictvím činností v předškolním věku. Na tuto zkušenost děti navazují v prvním ročníku základní školy, jejich zkušenosti se upřesňují a postupně přecházejí od činností charakteristických hrou k činnostem a poznatkům založených na základě myšlenkových operací. I když jsou zpočátku činnosti a myšlení založeny na názornosti a konkrétnosti, dochází postupně k abstrakci tak, aby děti pochopily pojem přirozeného čísla v jeho obecnosti a všech významech.

3.2.1. Teoretická podstata pojmu přirozeného čísla

Teoretické základy budování pojmu přirozeného čísla je možné najít v publikacích týkajících se aritmetiky nebo algebry. Uvedme jen stručně možnosti jejich zavedení.

- A) Přirozená čísla se zavádějí jako kardinální čísla konečných množin. V tomto případě je třeba chápat pojmy zobrazení, ekvivalentní množiny, kardinální číslo množiny A . Kardinální číslo množiny A je třída, do které patří množina A a všechny množiny s ní ekvivalentní. Dvě množiny jsou ekvivalentní, právě když existuje prosté zobrazení jedné množiny na druhou.

o o o o
 x x x x
 n n n n

I I I I

B) Přirozená čísla se zavádějí jako ordinální čísla konečných, dobře uspořádaných množin. Je třeba chápat pojmy uspořádaná množina, podobné zobrazení, ordinální číslo

o	o	o		
jedna	dvě	tři		
	o			o
	čtyři			pět
	o		o	
	šest		sedm	

Každému prvku přiřadíme jedno slovo z uspořádané řady číslovek – jedna, dvě, tři, ..., prvky počítáme po jedné, žádný nesmíme vynechat a žádný nesmíme počítat dvakrát.

C) Přirozená čísla se zavádějí pomocí prvků Peanovy množiny.

Nejprve vytvoříme představu čísla 1 (např. máme jednu hlavu, jednu maminku, jedno je sluníčko). K jednomu prvku přidáme další – vytvoříme číslo 2, ke dvěma prvkům přidáme další, vytvoříme číslo 3 a tak postupujeme stále dál. Pomocí čísla 1 tak prostřednictvím vytvořením následovníka dostaneme množinu všech přirozených čísel.

Současně s vytvářením pojmu čísla se děti učí psát příslušnou číslici.

3.2.2. Význam čísla, číselné soustavy

Jak bylo uvedeno v předchozí kapitole, děti se odmalička setkávají s čísly v různých významech. Na prvním stupni ZŠ by se měly tyto představy ujasnit poměrně přesně, aby dítě mohlo s čísly pracovat dál (zejména provádět operace s čísly). Znovu tedy zopakujeme význam čísla:

Číslo ve významu množství – tj. počtu prvků určité skupiny (množiny) – 5 dětí, 3 rohlíky, 4 jablka apod.

Číslo jako veličina – 2 kg mouky, 3 litry mléka, 75 Kč, 37° C.

Číslo jako adresa – např. bydlíme v domě číslo 8, v pátém poschodí.

Číslo jako kód – pin platební karty, zabezpečovací kód, telefonní číslo.

Číslo jako operátor – o kolik, kolikrát (více, méně).

V prvním ročníku se seznamují děti s čísly do dvaceti a již při vytváření čísel 10- 20 začínají děti chápat podstatu poziční číselné soustavy desítkové.

Číselné soustavy

V současnosti používáme poziční desítkovou soustavu, to znamená, že deset prvků nižšího řádu tvoří jednu jednotku vyššího řádu, např. deset jednotek je jedna desítka, deset desítek je jedna stovka, atd. a v zápisu čísla záleží na pozici jednotlivých číslic. Každá číslice v zápisu čísla má dvě hodnoty, hodnotu vlastní (počet jednotek příslušného řádu) a hodnotu místní (na kterém místě v zápisu čísla je uvedena). Např. v čísla 333 je vlastní hodnota vždy 3, ale místní hodnota každé z číslice je jiná – 3 jednotky, 3 desítky, 3 stovky.

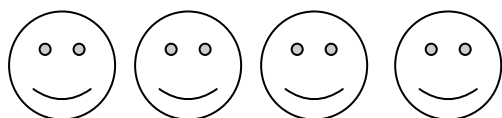
V historii se používalo mnoho různých číselných soustav. Některé byly adiční (nezáleželo na umístění znaků, hodnota čísla se určila sečtením hodnot jednotlivých znaků). Takovou soustavou byla např. číselná soustava starých Egyptanů. Požívaly se soustavy o různých základech, např. Babylóňané používali soustavu o základu šedesát.

Didakticky se tato teorie transformuje takto:
Nejprve budujeme čísla do pěti, potom do deseti.

A) Např. vytváříme číslo čtyři:

1. Dítěti se ukazují různé skupiny konkrétních předmětů, učí se chápat pojem „stejně“
(např. kaštany, jablka, židle, děti, aj.)

2. Dítě přiřazuje symboly
Ke konkrétním předmětům přiřazuje nejprve obrázky a potom symboly, např.



o o o o,
l l l l (puntíky, tyčinky, čárky aj.).

3. Všechny skupiny (předmětů nebo symbolů), které vytvoříme tak, že mají stejně prvků dají se vzájemně jednoznačně přiřadit), určují přirozené číslo.

4. Nezáleží na konfiguraci prvků – např. pomocí čtyř tyčinek nebo pomocí čtyř čtverců nebo krychlí můžeme vytvářet různé sestavy, tvar je jiný, ale počet předmětů je stejný.

5. U dítěte se postupně vytváří takový stupeň abstrakce, že při vyslovení slova „čtyři“ nemusí vidět žádné konkrétní předměty a chápe je jako celou třídu prvků, kterých je stejně (jsou čtyři).

6. Současně s budováním pojmu čísla se dítě učí názvy čísel vyslovovat a zapisovat čísla pomocí číslic.

B) Jestliže je na hromádce nebo na obrázku více prvků, a dítě nepozná na první pohled kolik jich je, zpravidla je počítá po jedné. Ukazuje na předměty a zároveň každému předmětu přiřazuje jedno slovo z řady číslovek: jedna, dvě, tři, čtyři, pět atd. Poslední vyslovená číslovka určí počet předmětů ve skupině. Počítání po jedné musí být opřeno o konkrétní představu čísla.

Číslo 0

Číslo 0 se je třeba vytvářet analogicky jako každé jiné číslo – jako počet prvků prázdné množiny. Např. na jednom talíři jsou tři koblihy – označíme číslem 3, druhý talíř je prázdný – počet označíme číslem 0.

Číslo 0 je možné vyvodit také odčítáním dvou sobě rovných čísel, např.

$$3 - 3 = 0.$$

Při vytváření čísla 0 není vhodné používat pojmy „nic“ nebo „žádný“, protože pak se děti k nule chovají jako k „ničemu“ a neuznávají ji ani jako číslo, ani jako pozici v zápisu čísla. Nerozliší zápisy např. 32, 302. (Přitom stačí zapsat nulu k jinému nenulovému číslu zprava a číslo se desetkrát zvětší – např. 7, 70).

Čísla 1 – 10 je vhodné modelovat také pomocí grafických znázornění, např. čísla figurální – trojúhelníková, čtvercová apod.

Číslice

K zápisu čísel používáme znaky – číslice, kterých je v desítkové soustavě 10 – jednička, dvojka, ... devítka, nula. Pomocí těchto deseti znaků zapíšeme jakékoliv přirozené číslo.

Psaní číslic je pro děti náročné, zejména dvojka, osmička, proto je vhodné rozfázování psaní jednotlivých částí číslic. Některým dětem dělá problémy rozlišení např. 6 a 9, 2 a 5, děti s poruchou pravolevé orientace mají problémy se zápisem čísel 1, 3, 7. V současnosti je také třeba, aby děti zvládly digitální zápis čísel, zejména vzhledem k jejich velmi častému používání na různých přístrojích.

Důsledné rozlišování pojmů „číslo“ a „číslíce“ přispívá k lepšímu chápání u dětí (např. ve školské matematice není vhodné používání výrazů patnáctka, třicítka apod. – neboť číslo 15 je zapsáno dvěma číslicemi – jedničkou a pětkou, patnáctka není číslice).

Čísla 10 – 20

Při rozšíření číselného oboru do dvaceti je třeba si uvědomit, že zde se začínají vytvářet základy poziční číselné soustavy desítkové. V zápisu čísla 15 má „1“ již jiné postavení, neboť označuje jednu desítku, což je 10 jednotek. Děti potřebují mnoho konkrétních modelů, aby viděly 10 jednotek jako jednu desítku (vhodné jsou např. svazky brček na pití). Méně vhodné jsou pro některé děti s poruchou učení v první fázi papírové kartičky nebo modely peněz, protože dítě vidí jednu kartičku nebo jednu desetikorunu a nevidí za jednou desítkou 10 jednotek.

Číslo 0 – 100

Vycházíme nejprve z aplikací – kde se dítě setká s čísly do sta (věk rodičů, prarodičů, počet dětí ve třídě, počet zubů, hmotnost dítěte v kilogramech, počet dní v měsíci, ceny některého zboží aj.)

Zápis dvojciferných čísel vyžaduje jasnou představu o desítkách a jednotkách v dvojciferném čísle – dětem dělá problémy např. rozlišit čísla 26 a 62. Představa je nutná i pro chápání řady čísel do sta, protože pokud ji děti nemají, nedokáží přecházet mezi jednotlivými desítkami (např. počítají třicet osm, třicet devět, třicet deset ...) a mají problémy zejména s čísly od 50 do 100. Řadu čísel by měly umět vyjmenovat vždy od určitého čísla k jinému vzestupně i sestupně.

Číslo 0 – 1 000

Motivací čísel do tisíce může být počet žáků ve škole, v menší obci počet obyvatel obce, počet dnů v roce, výška dítěte v centimetrech, délka skoku do dálky v cm, ceny některého zboží aj.). Pokud se u dítěte objevují problémy při chápání čísel do 100, analogické problémy se vyskytnou při chápání čísel do tisíce.

Číslo 0 – 1 000 000

Pro správné pochopení čísel větších než 1 000 je nutná vhodná motivace a dále pochopení principu poziční desítkové soustavy a zápisu čísla v ní. Jde zejména o pochopení, že deset jednotek nižšího řádu tvoří jednu jednotku vyššího řádu (deset jednotek tvoří jednu desítku, deset desítek tvoří jednu stovku, atd.) a dále, že na každém místě v zápisu čísla může být pouze jedna číslice.

3.3. Problémy dětí v oblasti chápání pojmu přirozeného čísla:

- dítě neumí vytvořit skupinu předmětů o daném počtu prvků,
- neumí určit počet prvků dané skupiny,
- při počítání po jedné je vázáno na konkrétní předměty, takže při změně konfigurace těchto předmětů uvádí to číslo, které mu bylo přiřazeno poprvé (např. při počítání panenek počítá: jedna, dvě, tři, čtyř, pět avšak když se panenky přemístí, počítá např. jedna, čtyři, dvě, pět, tři),

- dítě neumí vyjmenovat řadu čísel v přirozeném uspořádání vzestupně i sestupně,
- dítě není schopno zbavit s konkrétních představ a nevytvoří se u něj pojem čísla,
- nepochopí podstatu poziční desítkové soustavy.

Problémy dětí se zápisem čísla

- problémy se zvládnutím psaní číslic, psaní číslic v přiměřené velikosti,
- problémy s rozlišením číslic tvarově podobných, např. 6, 9 3, 8 3, 5 2, 5 v zápisu číslicemi arabskými i v digitálním tvaru,
- problémy s pravolevou orientací – u číslic jednostranně orientovaných (např. 1, 3, 7) neví, na kterou stranu se píše,
- nerozlišování řádu číslic – u dvojciferných čísel nerozlišuje např. 35 a 53 , 435 a 453 apod.,
- chybný zápis čísel s nulami – např. místo 305 píše buď 35 nebo 3005 (slyší tři sta pět a tak to zapíše),
- nepochopení čísla jako celku – např. v zápisu čísla 647 dítě vidí jen izolované číslice 6, 4, 7 a nikoliv číslo jako celek,
- neschopnost psát čísla podle diktátu.

Dále je důležité správně budovat pojmy číslo a číslice a správně je rozlišovat. Číslic (cifer), tj. znaků používáme 10 (nula, jednička, dvojka, ... devítka) a pomocí těchto deseti znaků umíme zapsat jakékoliv číslo. Vyjádření jako „patnáctka“, „dvacítka“ nemají ve školské matematice místo. Číslo 15 je zapsáno pomocí dvou znaků – jedničky a pětky, ale znak pro patnáctku neexistuje. Na otázku, zda může být trojka větší než pětka můžeme odpovědět kladně, protože znaky mohou takto být zapsány: 3, 5 , ale číslo 3 je vždy menší než číslo 5.

Počítání po jedné (po desítkách, stovkách, atd.)

Pro zvládnutí posloupnosti přirozených čísel a pro počítání po jedné je třeba, aby děti znaly bezpečně uspořádanou řadu slov „jedna, dvě, tři, čtyři, ... „ , analogicky pak „deset, dvacet, třicet...“ a např. „dvacet jedna, dvacet dva, ...“, aby slova nezaměňovaly a aby za každým vysloveným sloven viděly vždy počet prvků. Řady čísel se učí vyjmenovat vzestupně i sestupně (to má význam pro další operace s přirozenými čísly, zejména pro odčítání).

Dále je důležité, aby děti:

- konkrétní předměty nepočítaly od čísla 0,
- při počítání konkrétních předmětů nepočítaly některý předmět dvakrát,
- aby počítaly správně i při změně konfigurace předmětů.

Problémy dětí se čtením čísel

- neumí rozlišit a přečíst jednotlivé znaky – číslice,
- neumí přečíst víceciferná čísla, např. 2 008 čte dva osm, nebo dva nula nula osm,
2 010 čte dva deset, nebo dva nula jedna nula, dvacet deset apod.,
- neorientuje se ve větších číslech, např. se čtením čísel řádu statisíců a větších si neví rady,
- neumí skloňovat číslovky.

3. 4. Reedukační postupy

1. Manipulativní činnosti s konkrétními předměty, s obrázky, se symboly. Využíváme běžných denních činností – např. prostírání nádobí k obědu, hry dětí ve skupinách, práce s krabičkami, obálkami apod., kdy děti doplňují předměty tak, aby v nich byl stanovený počet (nejprve do pěti, potom do deseti). využívání znázornění čísel od 10 do 20 pomocí svazků (např. brček, dřívěk apod.). Nezbytné je zapojení všech smyslů (hmat, sluch, zrak, pohyb) a poté matematický zápis činnosti.

2. Důležité jsou pohádky, ve kterých hraje roli počet (např. 7 trpaslíků), nebo posloupnost dějů (např. O kohoutkovi a slepičce).

3. Podpůrné jsou různé říkánky a písničky, ve kterých se vyskytují číselné údaje (např. Jedna, dvě, Honza jde ..., Jedna, dvě, tři, čtyři, pět, cos to Janku, cos to sněd, Měla babka čtyři jabka ..., apod.)

4. K chápání víceciferných čísel je třeba využívat speciální kartičky, např. číslo 753 se znázorní pomocí kartiček, které se kladou na sebe:

700

50

3		
7	5	3

5. Využíváme různé typy počítadel (dvacítkové, stovkové, řádové), avšak práci s počítadlem je třeba dítě naučit. Vhodná jsou např. stovková počítadla, u kterých jsou různobarevné kuličky vždy po pěti na jednom drátě.

6. Ke správnému zvládnutí posloupnosti přirozených čísel využíváme kartičky k doplňování jednoho nebo více čísel, a to vzestupně i sestupně, zejména procvičujeme přechody přes desítky, stovky apod., např.

28				32
----	--	--	--	----

299		301
-----	--	-----

Cílem všech činností je, aby děti uměly vytvořit skupinu o daném počtu prvků, aby dokázaly určit počet prvků v dané skupině, aby uměly zapsat dané číslo a aby docházelo k postupné abstrakci potřebné pro pochopení pojmu přirozeného čísla. Dále je třeba, aby děti zvládly vyjmenovat řadu čísel v uspořádání vzestupně i sestupně. Je třeba uvědomit si, že vyjmenovat řadu čísel od 20 do 1 je pro dítě stejně obtížné, jako pro dospělého říkat pozpátku nějakou delší větu.