

2. Průhyb trámku

Obrázek 3 ukazuje schéma aparatury pro měření průhybu trámku y , který závisí na modulu pružnosti podle vztahu

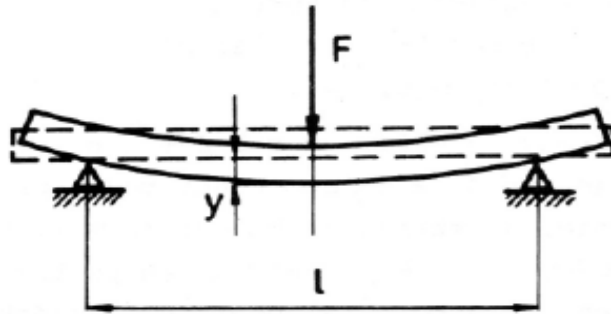
$$y = \frac{Fl^3}{48EI_p}, \quad (4)$$

kde l je vzdálenost mezi břity držícími trámek a I_p je plošný moment, který je pro trámek obdélníkového průřezu o výšce b a šířce a definován jako

$$I_p = \frac{ab^3}{12}. \quad (5)$$

Spojením vztahů (4) a (5) můžeme určit modul pružnosti materiálu (v mém případě ocel a dural), ze kterého je trámek vyroben.

V tabulce 1 jsou uvedeny hodnoty konstant použitých pro výpočty a použitá měřidla a jejich předpokládané chyby.



Výsledky měření

Tabulka 1. Použitá měřidla a konstanty

název měřidla	měřená veličina	stupnice dělena po	poznámka
stupnice pro měření Δl	n	1 mm	
mikrometrický šroub	a, b, d	0.01 mm	0.005 mm odhadováno, 0.005 mm zvoleno
objektivový mikroskop	y	0.1 mm	0.05 mm odhadováno, 0.05 mm zvoleno i j
pásové měřítko	délky l, l_0 a L	1 mm	viz text
posuvné měřítko s noniem	poloměr kladky r	0.05 mm	0.05 mm odhadováno, 0.05 mm zvoleno i j
konstanta g	hodnota 9.806	rozměr kg.m-1.s-2	

Tabulka 2: Parametry aparatur a použitých předmětů

--

Výsledná hodnota m

Vzdálenost mezi břity l	(0.4118 ± 0.0004) m
Oselový trámeček	
výška b	(2.971 ± 0.002) mm
šířka a	(11.94 ± 0.02) mm
plošný moment I_p	$(2.609 \pm 0.007) \times 10^{-11}$ m ⁴
Duralový trámeček	
výška b	(2.914 ± 0.001) mm
šířka a	(11.31 ± 0.01) mm
plošný moment I_p	$(2.332 \pm 0.003) \times 10^{-11}$ m ⁴

7
6
5
4
3
2
1
0

y [10⁻³ m]

Tabulka 3b: Měření průhybů trámků a vypočtené hodnoty

Dural			Ocel		
m (g)	F (N)	y (mm)	m (g)	F (N)	y (mm)
0	0.000	0.30	0	0.000	0.30
10	0.098	0.40	50	0.490	0.40
20	0.196	0.50	100	0.981	0.55
30	0.294	0.60	150	1.471	0.60
50	0.490	0.75	200	1.961	0.80
70	0.686	0.95	300	2.942	1.10
100	0.981	1.20	400	3.922	1.35
130	1.275	1.45	500	4.903	1.60
150	1.471	1.60	600	5.884	1.90
180	1.765	1.90	700	6.864	2.20
200	1.961	2.10	800	7.845	2.50
250	2.452	2.50	900	8.825	2.75
300	2.942	3.00	1000	9.806	3.00
350	3.432	3.50	1100	10.787	3.30
400	3.922	3.90	1200	11.767	3.55
450	4.413	4.35	1500	14.709	4.35
500	4.903	4.75	1300	12.748	3.70
600	5.884	5.65	1100	10.787	3.30
700	6.864	6.60	800	7.845	2.50
			600	5.884	1.95
			400	3.922	1.40
			200	1.961	1.05
			100	0.981	0.65
			0	0.000	0.30

OBRÁZEK 5
zaznačena

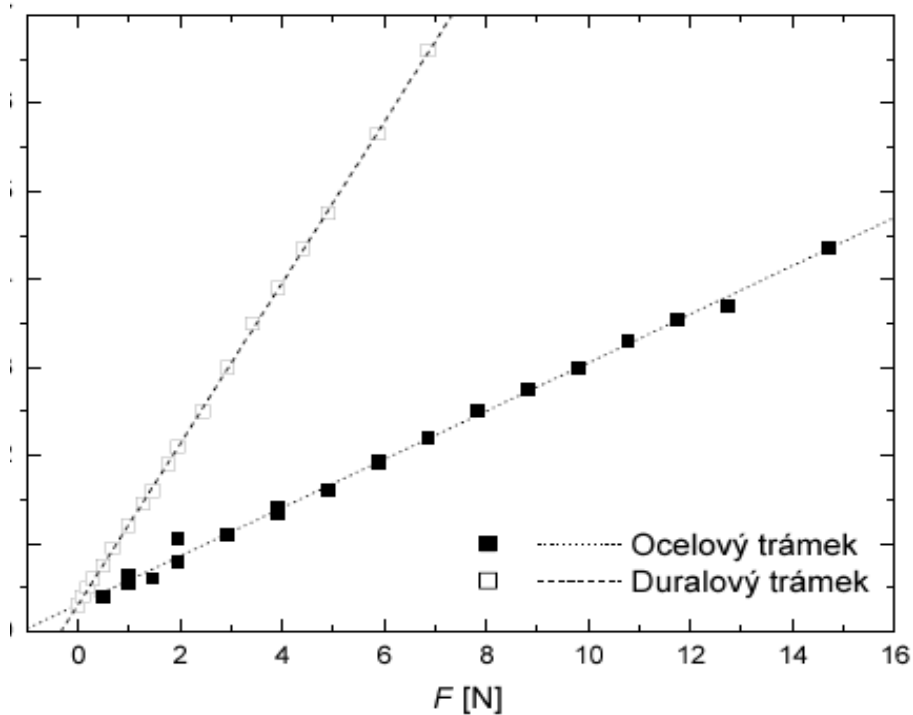
a pro duralový

Chyby byly \pm
v tabulce 2.

... jako chyba měření
... jako chyba měření

... jako chyba měření

... modulu pružnosti zjištěná z průhybu trámku je pro ocelový trámek
 $E = (203 \pm 2) \text{ GPa}$,



... : Závislost průhybů trámku na působící síle. Lineární proložení jsou
čarami.

... ý trámek

$$E = (68.3 \pm 0.3) \text{ GPa.}$$

... rčeny z chyby fitu a standardní metodou vyrovnávání měření pomocí údajů

Diskuse výsledků

Zjištěné hodnoty modulů pružnosti v tahu pro ocel a dural dobře odpovídají tabelovaným hodnotám (Mikulčák a kol., 1988), které udávají $E = 220$ GPa pro ocel a 70 GPa pro dural bez udání chyb. Zde uváděné chyby naměřených hodnot jsou velice nízké, což je možné, že jsou podhodnoceny, neboť moduly pružnosti pro ocel určené ze dvou nezávislých metod nejsou v rámci uvedených chyb kompatibilní. Avšak je možné, že použitý tržní drát jsou zhotoveny z nepatrně odlišných druhů oceli, neboť modul pružnosti závisí na složení, ale i na tepelném a mechanickém zpracování látek (Mikulčák a kol., 1988). Nižší přesnost měření modulu pružnosti pomocí průhybu trámku je zřejmě způsobena tím, že ve vztazích (4) a (5) vystupují dvě veličiny ve třetích mocninách a malá chyba v změření se může výrazně zvětšit. Jako vhodnější je tedy měřit modul pružnosti E protažením drátu.

Při zpracování měření byl zvolen jiný způsob výpočtu $\Delta\alpha$, než je uveden ve Studijním textu k praktiku. Použijeme-li vztah ze Studijního textu (zde označen (6) - použit byl pro výpočet chyby), vyjde nám hodnota modulu pružnosti oceli $E \approx 180$ GPa, což se v liší od všech zde uváděných hodnot. Důvod je zřejmě ten, že zjednodušující předpoklady, na kterých byl vztah (6) odvozen (to stejné platí ale i pro „přesný“ vztah ve Studijním textu), nejsou splněny. Situace vykreslená na obrázku 2 ukazuje, že vztah (6) by byl platný pouze pro normálu zrcátka téměř rovnoběžnou se zorným paprskem dalekohledu.

Závěr

Modul pružnosti v tahu byl určen dvěma nezávislými způsoby pro ocel (drát a tržní drát) a jedním způsobem pro dural (trámek). Zjištěné hodnoty dobře odpovídají tabulkovým hodnotám. Naměřil jsem $E = (213.6 \pm 0.1)$, (203 ± 2) a (68.3 ± 0.3) GPa po řadě pro ocel (protážení drátu), ocel (průhyb trámku) a dural (průhyb trámku).

ovídají
 $E = 72$
zké, je
vislých
imek a
ejen na
O řád
tím, že
v jejich
pomocí

disku

idijním
. pouze
výrazně
ady, za
textu),
ný pro

rámek)
kovým
ro ocel