

Příklady S2

R. Blažková

1. Najděte dvě po sobě jdoucí přirozená čísla, pro která platí: rozdíl rozdílů jejich třetích mocnin a rozdílů jejich druhých mocnin je 42.
2. Dokažte, že rozdíl druhých mocnin dvou po sobě jdoucích přirozených čísel je roven jejich součtu. Platí tato věta i pro čísla záporná? Platí obecně pro čísla racionální?
3. Rozložte na součin dvou výrazů:
 - a) $x(6y - 1) + 2(1 - 6y)$
 - b) $r^2 - 6r + 9 - 4m^2$
 - c) $a^2 + 8a + 16 - 100b^2$
 - d) $x^2 - 36y^2 - x - 6y$
4. Najděte taková čísla u, v , aby výraz $(u + v)^2 - (u - v)^2$
 - a) nabýval kladné hodnoty,
 - b) nabýval záporné hodnoty,
 - c) byl roven nule.
5. Dokažte, že výraz $(a + 4)^2 + 2(a + 4)(6 - a) + (6 - a)^2$ je pro libovolnou hodnotu a roven číslu 100.
6. Dokažte, že pro každá dvě nezáporná reálná čísla platí: jejich aritmetický průměr je větší nebo roven jejich geometrickému průměru.
7. Dokažte, že pro nezáporná čísla a, b, c platí: $ab + bc + ac \geq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab}$
8. Dokažte, že platí: $(ab + cd)^2 + (ac - bd)^2 = (a^2 + d^2)(b^2 + c^2)$
9. Dokažte, že pro každá nezáporná reálná čísla a, b, c platí:
$$(a^2 + 1)(b^2 + 1)(c^2 + 1) \geq 8abc$$
10. Dokažte, že pro každá nezáporná reálná čísla a, b, c platí:
$$(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$$