

Shodná zobrazení

Zobrazení, které každému bodu X roviny (prostoru) přiřazuje bod X' téže roviny (prostoru) se nazývá **shodné zobrazení**, právě když pro libovolné dva body X, Y této roviny (prostoru) platí: $XY \cong X'Y'$.

Body X, Y nazýváme vzory, body X', Y' jsou obrazy bodů X, Y .

Každé shodné zobrazení je prosté zobrazení roviny (prostoru) na sebe.

Obrazem U' geometrického útvaru U nazýváme množinu obrazů všech bodů útvaru U .

Jestliže platí $U = U'$, nazýváme útvar U **samodružným útvarem** v daném zobrazení.

Bod, který se zobrazí sám na sebe, se nazývá **samodružný bod** v daném zobrazení.

Připomeňte, že ve shodném zobrazení je obrazem úsečky AB úsečka $A'B'$, která je shodná s úsečkou AB ; obrazem polopřímky PM polopřímka $P'M'$; obrazem úhlu AVB úhel $A'V'B'$, který je shodný s úhlem AVB ; obrazy rovnoběžných přímek jsou přímky rovnoběžné.

Druhy shodných zobrazení v rovině:

Osová souměrnost

(je určena přímkou o – osou souměrnosti)

je shodné zobrazení v rovině, které každému bodu X roviny přiřazuje jako obraz bod X' podle následujícího pravidla:

a) jestliže bod X je bodem přímky o , pak $X' = X$.

b) jestliže bod X neleží na přímce o , pak $XX' \perp o$ a $|X', o| = |X, o|$.

Středová souměrnost

(je určena bodem S – středem souměrnosti)

je shodné zobrazení v rovině, které každému bodu X roviny přiřazuje jako obraz bod X' podle následujícího pravidla:

a) jestliže bod $X \neq S$, pak S je středem úsečky XX'

b) jestliže bod $X = S$, pak $X' = X$.

Posunutí

(je určeno uspořádanou dvojicí bodů AA')

je shodné zobrazení, které každému bodu X roviny přiřazuje jako obraz bod X' tak, že úsečka XX' je shodná s úsečkou AA' a polopřímky XX' a AA' jsou "souhlasně rovnoběžné".

Otáčení

(je určeno bodem S a orientovaným úhlem otáčení α)

je to shodné zobrazení, které každému bodu X roviny přiřazuje jako obraz bod X' podle následujícího pravidla:

a) jestliže bod $X \neq S$, pak orientovaný úhel XSX' je shodný s orientovaným úhlem α a úsečky XS a $X'S$ jsou shodné.

b) jestliže bod $X = S$, pak $X' = X$.

Identita

je shodné zobrazení, které každému bodu X roviny přiřazuje jako obraz tentýž bod, $X = X'$

Posunutá souměrnost – shodné zobrazení složené z osově souměrnosti a posunutí ve směru osy.

Úkoly:

1. Zobrazte obecný trojúhelník v jednotlivých shodných zobrazeních. (Určující prvky každého zobrazení si zvolte; volte různé polohy trojúhelníku vzhledem k určujícím prvkům.
2. Rozhodněte o samodružných bodech a přímkách v každém z uvedených shodných zobrazení.

Shodná zobrazení v prostoru – příklady:

Rovinová souměrnost (je určena rovinou souměrnosti)

Středová souměrnost (je určena bodem – středem souměrnosti)

Shodnost geometrických útvarů

Dva geometrické útvary U_1 , U_2 nazýváme **shodné**, právě když existuje takové shodné zobrazení, v němž je obrazem útvaru U_1 útvar U_2 .

(Ve školské matematice říkáme, že dva útvary jsou shodné, když je můžeme přemístit tak, aby se kryly.)

Souměrnost geometrických útvarů

Útvar U nazýváme **osově** (nebo **středově**) **souměrný**, právě když se v nějaké osové (nebo středové) souměrnosti zobrazí sám na sebe (tzn. že je v tomto zobrazení samodružný)

Říkáme také, že je souměrný po osy, nebo podle středu.

Je-li útvar prostorový, můžeme uvažovat o jeho souměrnosti podle roviny nebo podle bodu – středu.

Úkoly:

1. Uvažujte různé druhy čtyřúhelníků a rozhodněte, zda jsou některé z nich souměrné podle osy nebo podle středu.
2. Která velká písmena tiskací abecedy jsou souměrná?
3. Napište tiskacím písmem slova, která lze číst stejně dobře v zrcátku jako přímo.
4. Uvažujte rovinné útvary: kružnice, rovnostranný trojúhelník, rovnoramenný trojúhelník, pravidelný šestiúhelník, pravidelný pětiúhelník, přímka, polopřímka.
 - a) Určete, které z těchto útvarů jsou středově souměrné podle nejvyšší jednoho středu.
 - b) Určete, které z těchto útvarů jsou osově souměrné podle alespoň dvou os souměrnosti.

Činnosti:

- Děti přeloží papír a vystřihují útvary podle předkresleného vzoru (polovina srdíčka, zvonku, listu, hvězdičky atd.) nebo vlastní tvary tak, aby neodstříhly přehyb. Po rozevření papíru uvidí souměrný útvar; přehybem je vyznačena část osy souměrnosti.
- Ve čtvercové síti je zakreslena polovina útvaru, děti dokreslují druhou část útvaru tak, aby byl souměrný.
- Děti hledají souměrné útvary ve svém okolí.
- Děti zjišťují, zda zadaný útvar je souměrný, hledají jeho osu souměrnosti.
- Rozhodují o tom, kolik os souměrnosti mají některé útvary, např. čtverec, obdélník, rovnostranný trojúhelník atd. (2. st. ZŠ)