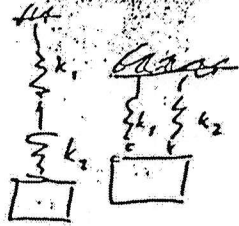


Studium kmitavého pohybu. Lineární oscilátor. Tuhost pružiny

1. Lineární oscilátor.

Odvoďte pohybové rovnice:

- tělesa na pružině, + tělesa na dvou pružinách k_1, k_2
- Ukažte, že těleso na pružině lze považovat za lineární oscilátor.



2. Průběh kmitů závaží na pružině.

Těleso na pružině lze považovat za lineární oscilátor, průběh kmitů tedy popisuje rovnice

$u(t) = u_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$, popište význam jednotlivých členů.

Volíme-li okamžik, kdy začínáme měřit čas, ve chvíli, kdy oscilátor prochází rovnovážnou polohou, pak $\varphi_0 = 0$ pro $t = 0$ a rce kmitů se zjednoduší $u(t) = u_0 \cdot \sin(\omega t)$

Volíme-li okamžik, kdy začínáme měřit v maximální krajní poloze, bude tedy počáteční fáze $\frac{\pi}{2}$, v takovém případě bude mít rce tvar: $u(t) = u_0 \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$.

3. Určení tuhosti pružiny

Tuhost pružiny určujeme buď statickou metodou na základě prodloužení Δy pružiny zatížením známou silou např. $m \cdot g$

$$k = \frac{m \cdot g}{\Delta y} \text{ [N/m]}$$

nebo dynamickou metodou a to na základě vztahu odvozeného z pohybové rovnice pro lineární oscilátor.

$$k = m \cdot \omega^2 \text{ [N/m]}$$

Pomůcky: metr, sada pružin, těles, váhy, stopky, optická závora, stojan

Hmotnost tělesa určíme vážením, dobu kmitu odečítáme stopkami, případně pomocí optické závory. Prodloužení pružiny odečítáme např. katetometrem (dalekohled s nitkovým křížem a odečtem, přesnost určení výšky 0,1 mm).

Orientační postup:

- vybereme dvě pružiny, závěsná tělesa, určíme jejich hmotnosti vážením
- odečteme polohy nezátížené a zatížené pružiny (pomocí katetometru), postupně zvyšujeme zatížení pružiny a odečítáme odpovídající polohy
- zavěsíme těleso na pružinu, označíme rovnovážnou polohu
- uvedeme soustavu do kmitavého pohybu
- měříme časový interval několika kmitů
- opakujeme pro jinou pružinu, pro jiné zatížení

Zpracování a vyhodnocení měření

- ✓ Získané hodnoty vynesete do přehledných tabulek, uveďte zjištěnou hodnoty tuhosti jednotlivých pružin, krajní chyby měření.
- ✓ Sestrojte graf závislosti T^2 na hmotnosti kmitajícího tělesa, určete směrnici proložené přímkou a z ní vypočtete tuhost pružiny.
- ✓ Jaký vliv má na vámi zjišťované skutečnosti vlastní hmotnost pružiny?
- ✓ Proveďte odhad korekce Δm na vlastní hmotnost pružiny, kterou je nutno přičíst ke hmotnosti závaží. (Uvažte, jak je nutno posunout graf, aby odpovídal teoretickému průběhu).

4. Tlumené kmity

Pohybová rovnice pro tlumený oscilátor má tvar:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\delta \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0$$

Pokud tlumení není příliš velké kmitá oscilátor tak, že se jeho amplitudy kmitů exponenciálně zmenšují a frekvence kmitů se poněkud snižuje.

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2$$

K charakterizování tlumeného oscilátoru se často používá tzv. faktoru kvality nebo prostě Q-faktoru. Ten je definován jako 2π násobek podílu energie oscilátoru v daném okamžiku a energie ztracené během následující periody:

$$Q = 2\pi \frac{W_n}{W_n - W_{n+1}} \cong 2\pi \frac{1}{2\delta T_0}, \text{ zápis je přehlednější ve tvaru } Q \cong \frac{\omega_0}{2\delta}$$

Q faktor je dobré měřítko kvality oscilátoru, je-li Q faktor vysoký, oscilátor se utlumí až po velkém počtu kmitů, naopak nízký Q faktor informuje o relativně vysokých ztrátách energie oscilátoru.

Velikost tlumení se charakterizuje i jiným způsobem. Uvedeme ještě dva jiné používané parametry, jedním z nich je útlum λ .

$$\lambda = \frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{U_0 \exp(-\delta t)}{U_0 \exp(-\delta(t+T))} = \exp(\delta T)$$

Druhým je tzv. logaritmický dekrement útlumu, který představuje jen pozměněné vyjádření předchozího

$$\mathcal{D} = \ln \lambda = \delta T \quad \text{respektive } \ln \lambda = \frac{2\pi}{Q}$$

Postup: Udělte matematickému kyvadlu rozkvy asi 30-50cm, měřte, jak se mění amplituda kmitů kyvadla s časem.

Pomůcky: měřítko, matematické kyvadlo délky přes 2m, olověná kulička

Zpracování měření

Ve vhodných souřadnicích (semilog.) naneste průběh amplitudy kmitů na čas. Ze získaného grafu určete součinitel tlumení daného kyvadla a jeho Q faktor.