

## Kurikulární dokumenty



- Tématický okruh: Závislosti, vztahy, práce s daty
- Očekávané výstupy: Žák:
  - vyhledává, vyhodnocuje, zpracovává data,
  - porovnává soubory dat,
  - matematizuje jednoduché reálné situace.
- Učivo:
  - závislosti a data, příklady z praktického života
  - schémata, diagramy, grafy, tabulky
  - četnost znaku
  - aritmetický průměr.





## Historická poznámka

- Původ slova „statistika“ pochází z latiny (status - stát) a nejprve představovala nauku o státu. Blíže k dnešnímu pojetí statistiky měla tzv. anglická politická aritmetika (zakl. J. Graunt a W. Petty), která se zabývala shromažďováním číselných údajů o ekonomických a demografických jevech. Počátky moderní statistiky jsou kladeny do 19. století a jsou spojovány se jménem Belgičana Adolfa Quételeta, který se zabýval číselně vyjádřitelnými vlastnostmi společnosti. Další význam pro rozvoj statistiky mělo založení anglické statistické školy (aplikace v biologii, zemědělství - F. Galton, K. Pearson, R. A. Fischer).



- 
- Na vývoji metod matematické statistiky mají od počátku 20. století významný podíl B. Gosset (pseudonym Student), P. Čebyšev, A. Ljapunov, A. Markov, Kolmogorov, Bernstejn, Romanovskij a další.
  - Ve vývoji statistika nastala významná proměna ve 30. letech, kdy vzniká moderní, analytická, induktivní statistika, jejímž základním pojmem je **výběr**. S použitím matematických metod se stala samostatným vědním oborem.
- 

## Základní pojmy

- 
- Statistika zkoumá společenské, přírodní, technické jevy. Je vědním oborem, který se zabývá hromadným zkoumáním, pozorováním či šetřením určitých objektů a jevů.
  - Statistika je dále soubor metod, které nám umožňují činit různá rozhodnutí, založená na pozorování, porovnávání, posuzování a zhodnocení množství informací.
- 

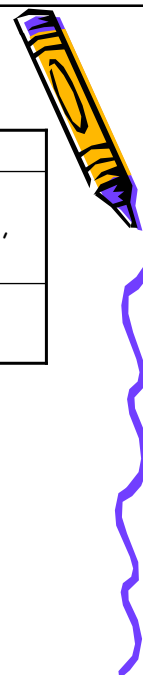
- Statistický soubor
  - Základní statistický soubor
  - Výběrový statistický soubor
- Statistická jednotka
- Rozsah statistického souboru
- Statistický znak
  - Kvantitativní (diskrétní, spojitý, alternativní, multiplikatívní)
  - Kvalitativní



- Příklady:

Stat. soubor	Stat. jednotka	Stat znak
Všichni žáci třídy	Žák třídy	Výška žáka, prospěch v mat., záliby
Všechna slova na jedné straně knihy	Jedno slovo	Počet písmen Slovní druh

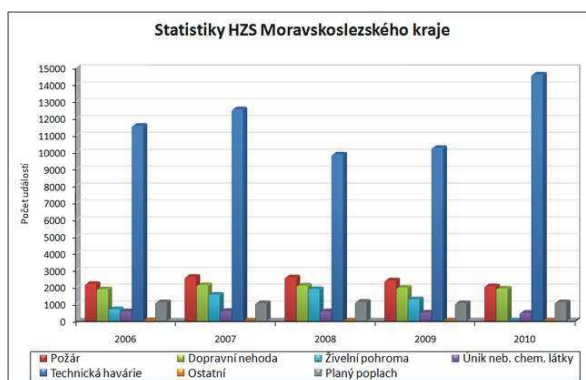
- Četnost
  - Absolutní
  - Relativní



- Rozdělení četností znaků vyjadřujeme buď v tabulce nebo graficky pomocí diagramů.
- Diagram
  - Obrázkový
  - Bodový
  - Sloupkový - histogram
  - Hůlkový - úsečkový
  - Spojnicový - polygon četností
  - Kruhový

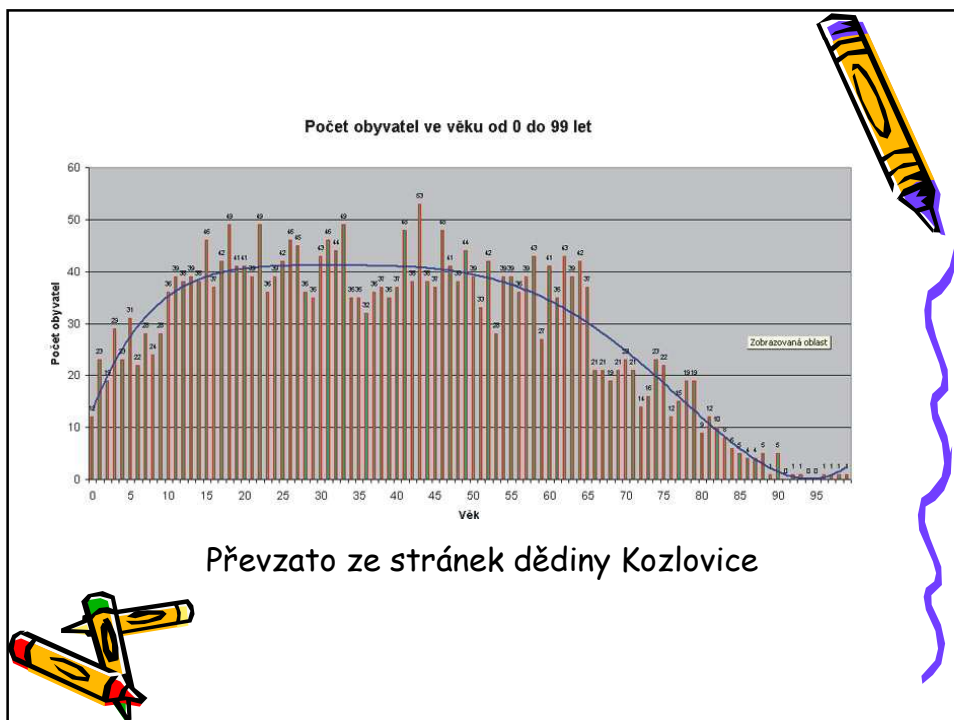


## Příklady diagramů



Převzato ze stránek Hasičského záchranného sboru Moravskoslezského kraje







- Charakteristiky polohy:
- Aritmetický průměr
  - Modus
  - Medián
  - Harmonický průměr
  - Geometrický průměr
  - Vážený průměr

## Příklady:

1. Vypočítejte aritmetický průměr platů pěti pracovníků s různými platy.
2. Automobil jede do kopce průměrnou rychlostí 50 km/h, s kopce průměrnou rychlostí 120 km/h. Délka dráhy do kopce je stejná jako s kopce. Jaká byla jeho průměrná rychlost na celé dráze?
3. Vypočítejte délku hrany krychle, která má stejný objem jako kvádr o rozměrech  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .
4. Kolikaprocentní líh získáme, jestliže smícháme 5 litrů 70% lihu a 10 litrů 20% lihu?



## Charakteristiky variability:

- Rozptyl
- Směrodatná odchylka
- Variační koeficient
- (jen na střední škole, na ZŠ ne)





## Metody práce

- Provádíme konkrétní statistické šetření ve třídě, na něm se vysvětlí potřebné pojmy
- Práce s kalkulátory
- Práce se statistickými počítačovými programy - žáci se mohou seznámit s programem Excel nebo jinými a naučit se základy práce s nimi
- Údaje Českého statistického úřadu (internet, denní tisk) - žáci se učí vyhledávat relevantní informace



## Didaktický aspekt

- Na konkrétních příkladech ilustrujeme význam, cíle a možnosti matematické statistiky. Volíme činnosti, na kterých se podílejí všichni žáci třídy, vybíráme témata, která jsou pro dané žáky atraktivní.
- Využíváme možnosti projektové výuky.
- Statistické šetření provádíme ve třech etapách:
  - Pozorování, šetření, měření, provádění pokusů, zjišťování údajů
  - Zpracování údajů
  - Rozbor výsledků, závěry, návrhy.



## Příklad

- Žáci mohou ve skupinách provádět následující činnosti:
  - Hod jednou kostkou
  - Hod dvěma kostkami
  - Hod mincí
  - Vytahování barevných kuliček z pytlíčku, apod.
- Určují: aritmetický průměr (kde má smysl), modus, medián, absolutní a relativní četnost, zakreslují diagramy



## Základy pravděpodobnosti - využití na ZŠ

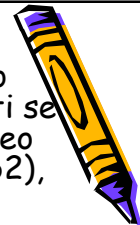


## Historická poznámka

- Úvahy o náhodě spadají do renesance, kdy obchodníci a finančníci chtěli znát míru rizika nebo zisku zamýšlených obchodních transakcí. Také Galileo Galilei se zajímal o míru přesnosti svých, mnohokrát opakovaných pokusů. Hazardní hráči tušili, že do her zasahuje kromě osudu a podvodů také něco zákonitého. Právě hazardní hry měly rozhodující vliv na vývoj nové disciplíny - teorie pravděpodobnosti.



- Počátky jsou spojeny se jménem Luca Paciolo (1445 - 1514), o rozvoj teorie pravděpodobnosti se zasloužili Girolamo Cardano (1501 - 1576), Galileo Galilei (1564 - 1642), Blaise Pascal (1623 - 1662), Pierre de Fermat (1601 - 1665), Christiaan Huyghens (1629 - 1695), Jacob Bernoulli (1654 - 1705). Klasickou definici pravděpodobnosti vyslovil Abraham Moivre (1667 - 1754) a zdokonalil Pierre Simon de Laplace (1749 - 1827). Významné objevy přinesli Thomas Bayes (1702 - 1761), Buffon, samson Denis Poisson (1781 - 1840), Karl Fridich Gauss (1777 - 1855), Leonhard Euler (1707 - 1783). Významná byla ruská škola představovaná zejména P. L. Čebyševem (1821 - 1894), A. A. Markovem (1856 - 1922), A. M. Ljapunovem (1857 - 1918), A. N. Kolmogorovem (1903 - 1987), který ve 30. letech 20. století teorii pravděpodobnosti axiomatizoval.



## Propedeutika pravděpodobnosti

- Na základní škole jde zejména o výchovu pravděpodobnostního myšlení. Při výuce pravděpodobnosti bychom měli respektovat dvouступňový přístup.
  - V **první části** uvádět kvalitativní hodnocení - úsudky o pravděpodobnosti některých jevů, např.: Uveďte příklady jevů, které jsou málo pravděpodobné, které jsou jisté, nemožné, ...
  - Např. Při házení šesti kostkami pro hru Člověče nezlob se sledujte jevy: padnou všechny počty ok, tzv. postupka, alespoň na dvou kostkách padne stejný počet ok, nenastane žádný z předešlých jevů, padne 7.



- Ve **druhé etapě** provádět kvantitativní ohodnocení, uvést pravděpodobnost jako číslo. Přitom je třeba respektovat syntézu různých aspektů: statistický, klasický, geometrický, didaktický
- Výuku je vhodné spojit s didaktickými hrami (házení mincí, hrací kostkou, práce s různými osudími, zabezpečovacími kódy aj.), zařazujeme projektovou výuku



## Základní pojmy



- Náhodné pokusy
- Množina všech možných výsledků pokusu
- Podmnožiny množiny všech možných výsledků - **jevy**
- Pravděpodobnost jevu
- Sčítání pravděpodobností
- Nezávislost jevů





## Příklady

1. Určete množinu všech možných výsledků, jestliže házíte
  - a) třemi rozlišitelnými mincemi,
  - b) dvěma rozlišitelnými hracími kostkami.
2. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu hrací kostkou padne číslo menší než 6?
3. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma rozlišitelnými hracími kostkami padne součet ok 7?
4. Jaká je pravděpodobnost, že ze součtů, které mohou padnout při hodu dvěma kostkami, hodíme součet, který je dělitelný třemi?
5. Je při hodu třemi rozlišitelnými kostkami pravděpodobnější součet 11 nebo 12?



- 
- 
6. Napište na papír libovolné číslo. Jaká je pravděpodobnost, že toto číslo je dělitelné pěti?
  7. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybrané dvojciferné číslo není prvočíslo?
  8. Z osudí, ve kterém je 10 kuliček červených a 5 kuliček modrých vybíráme
    - a) jednu modrou kuličku
    - b) dvě modré kuličky
    - c) jednu červenou nebo modrou kuličku.
  9. Vypočítejte pravděpodobnosti těchto jevů.

- 
- 
10. Ze skupiny pěti mužů a tří žen má být vybrána dvojice, ve které jsou:
    - a) Jeden muž a jedna žena
    - b) Dva chlapci
    - c) Dvě děvčata
  11. Máme tři osudí. V prvním jsou 2 žluté, 3 červené a 1 černá kulička, ve druhém jsou 3 žluté a jedna černá kulička, ve třetím 3 červené, 1 modrá, 1 černá kulička. Náhodně vybereme jedno osudí a jednu kuličku. Znázorněte pomocí stromu a vypočítejte pravděpodobnosti, že bude vybrána:
    - modrá kulička; červená kulička; černá kulička; žlutá kulička

## Literatura

- Bílková, D., Budinský, P., Vohánka, V.: Pravděpodobnost a statistika. Plzeň, A. Čeněk, 2009.
- Budíková, M., Mikoláš, Š., Osecký, P.: Teorie pravděpodobnosti a matematická statistika. Brno: MU 2001.
- Calda, E., Dupač, V.: Matematika pro gymnázia. Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika. Praha: Prometheus, 1993.
- Hejný, M. a kol. Teória vyučovania matematiky. Bratislava: SPN, 1990.
- Kuřina F. a kol.: Matematika a porozumění světu. Praha: Academia, 2009.
- Kuřina, K., Půlpán, Z.: Podivuhodný svět elementární matematiky. Praha: Academia, 2006.
- Mareš, M.: Příběhy matematiky. Příbram: Pistorius, Olšanská, 2008.
- Muller-Fonfara, R.: Mathematik versrahdlieh. Bassermann, 1992.
- Plocki, A.: Pravděpodobnost kolem nás. Ústí nad Labem: UJEP, 2001
- Plocki, A., Tlustý, P.: Pravděpodobnost a statistika pro začátečníky a mírně pokročilé. Praha: Prometheus, 2007

