

Obsah a rozsah pojmu

Pojem lze vymežit buď *definicí*, jež určí nutné specifické vlastnosti, anebo *výčtem* všech předmětů, které pod tento pojem spadají.

intenze pojmu, to jest jeho **obsah** nebo význam, je vyjádřený nutnými obecnými vlastnostmi všech předmětů daného pojmu;

extenze čili **rozsah** pojmu, to jest výčet předmětů, jež pojem zahrnuje.

Příklad: Pojem čtverec. Obsahem jsou vlastnosti: Pravoúhelník, shodnost všech stran. Rozsahem je množina všech čtverců.

Dichotomické třídění

- Přidáme-li k obsahu pojmu jednu vlastnost, rozsah se „rozdělí“ na dvě části: V první části pojmy tuto vlastnost mají, ve druhé nemají.
- *Příklad:* Pojem přirozené číslo. „Přidáme-li vlastnost „být sudé“, pak se všechna přirozená čísla rozdělí na sudá a lichá.

Hierarchie pojmů

- Individuální pojmy spadají pod pojmy obecnější a ty pod ještě obecnější, takže se tvoří **hierarchie** pojmů. Například pojem „pes“ spadá pod šelmy, šelmy pod savce, savci pod obratlovce atd. Lze tedy mluvit o vztahu mezi podřazeným a nadřazeným (obecným) pojmem, podle **Aristotela** mezi druhem a rodem: podřazený pojem lze definovat jeho nadřazeným pojmem a druhovým rozdílem vůči ostatním podřazeným pojmům.
- Příklad: „Zobrazení $\langle \text{druh} \rangle$ je relace $\langle \text{rod} \rangle$, ve které je každému vzoru přiřazen nejvýše jeden obraz $\langle \text{druhový rozdíl} \rangle$ “. Tautologie je druh, výroková formule je rod. Druhový rozdíl: je vždy pravdivá.
- Podobně rodem je např. algebraická struktura s jednou operací, druhem je grupoid. Proto definujeme: Grupoid je alg. struktura s jednou operací, kde tato operace je ND.

Definice

- Definice je jednoznačné určení významu nějakého pojmu. Pojem, který se definuje, je také nazýván *definiendum* (latinsky „co se má definovat“), zatímco popis významu definovaného pojmu se označuje jako *definiens* (latinsky „definující“).
- Podle Aristotela má definiens dvě části:
- nejbližší nadřazený pojem čili rod (lat. *genus proximum*) a
- druhový rozdíl (*differentia specifica*) v rámci tohoto rodu.
- *Příklad*: Permutace množiny M je zobrazení celé množiny M na množinu M , které je prosté.
- Úsek Peanovy množiny příslušný prvku a je množina označená $U(a)$, pro kterou platí: ...

Definice 2

Typy definic

- Explicitní neboli klasická (viz výše)
- Implicitní (axiomatická)
- Intuitivní

Definice široká

Definujeme větší rozsah pojmu, než definovaný pojem má.

Např.: Čtverec je pravoúhelník. Takto definovaný čtverec má ve svém rozsahu i obdélníky.

Permutace množiny M je zobrazení z množiny M do množiny M .

Definice úzká

Definujeme menší rozsah pojmu, než je potřeba. Např.

Množina všech celých čísel je množina obsahující všechna přirozená čísla a čísla k nim opačná. Podle současné konvence jsme vynechali nulu.

Definice kruhem

- je chybnou definicí, ve kterém se definice zpětně odkazuje na pojmem, který má sama vysvětlovat, nestačí tedy sama o sobě na dostatečnou definici pojmu a předpokládá jeho předchozí znalost. Takto „definovaný“ pojem pak nemá žádný smysluplný obsah. Mezi jednoduché případy lze uvést „stařec je starý člověk“, „nespavost je, když někdo nespí“, nebo „definice kruhem je logický omyl, kdy je pojem definován kruhem“.
- Definice kruhem však může mít i nenápadnější podobu. Dlouhá léta byl například kilogram definován jako hmotnost jednoho litru vody při určitém tlaku, jednotka tlaku je však newton na metr čtvereční, kde newton je síla potřebná ke zrychlení 1 kg na $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ – kruh se uzavírá.

Matematická věta

- Věta:

$$(\forall x) (\exists y) A(x, y)$$

- Věta obměněná:

$$(\exists x) (\forall y) \neg A(x, y)$$

- Obrácený výrok:

$$(\exists x) (\forall y) B(x, y)$$

Typy důkazů

- Přímý důkaz:

$$(\forall x) A(x) \rightarrow B(x)$$

- Nepřímý důkaz:

$$(\forall x) B(x) \rightarrow \neg A(x)$$

- Důkaz sporem:

1. Provedeme negaci věty:

$(\exists x) A(x) \wedge \neg B(x)$, ze které odvodíme spor.

2. Podle zákona vyloučené třetí možnosti platí původní věta.

Nutná a dostatečná podmínka

- Necht' platí $A(x) \implies B(x)$. Pak $A(x)$ je dostatečná podmínka pro $B(x)$, zatímco $B(x)$ je nutná podmínka pro $A(x)$.