16. STANOVENÍ MOMENTU SETRVAČNOSTI Z DOBY KYVU FYZICKÉHO KYVADLA

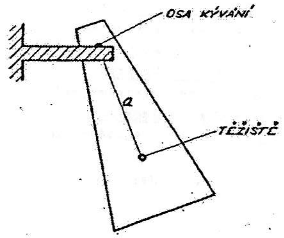
Fyzickým kyvadlem se rozumí skutečné těleso, otáčivé bez tření kolem vodorovné osy, neprocházející jeho těžištěm. Pro jeho dobu kmitu T platí vztah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m\,g\,a}} . \qquad (92)$$

V tomto vztahu I značí moment setrvačnosti fyzického kyvadla vzhledem k ose kývání,
m značí hmotnost kyvadla,
g značí místní tíhové zrychlení a
a je vzdálenost těžiště od osy kývání (viz obr.75)

Z tohoto vztahu můžeme vypočítat moment setrvačnosti I

$$I = \frac{m\,g\,a\,T^2}{4\pi^2} . \qquad (93)$$



Obr.75. Fyzické kyvadlo

Moment setrvačnosti I určitého tělesa vzhledem k ose, neprocházející jeho těžištěm určíme tak, že těleso necháme v tíhovém poli volně kývat kolem osy, vzhledem ke které určujeme I. Postupnou metodou určíme dobu kmitu T, změříme vzdálenost a osy kývání od těžiště tělesa a zvážením určíme hmotnost tělesa m. Dosazením těchto hodnot do rovnice (93) vypočítáme hledanou hodnotu momentu setrvačnosti.

Jestliže potřebujeme znát také hodnotu centrálního momentu setrvačnosti I_o použijeme k výpočtu Steinerovy věty (90), takže dostáváme

$$I_o = m\,a\left(\frac{g\,T^2}{4\pi^2} - a\right) .$$

V případech, kdy není možno stanovit vzdálenost a těžiště od osy kývání (např. proto, že jde o těleso, u něhož není známa poloha jeho těžiště), nebo v případech, kdy těleso je upevněno přímo v těžišti, takže nemůže kývat, lze si vypomoci následující úpravou:

Přídavné těleso jednoduchého tvaru (aby bylo možno velmi snadno stanovit polohu jeho těžiště) a známé hmotnosti m_p připevníme k měřenému tělesu tak, aby těžiště pomocného tělesa bylo vzdáleno o a_p od osy otáčení. Jestliže centrální moment setrvačnosti pomocného tělesa (vzhledem k jeho těžišti) je I_{po}, pak jeho moment setrvačnosti I_p vzhledem k ose otáčení je podle Steinerovy věty.

$$I_p = I_{po} + m_p\,a_p^2 .$$

Připevněním přídavného tělesa změní se celkový moment setrvačnosti soustavy na hodnotu I', pro kterou platí

$$I' = I + I_p = I + I_{po} + m_p\,a_p^2 .$$

V důsledku toho se též změní doba kmitu soustavy na hodnotu T', pro kterou platí

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{I + I_{po} + m_p\,a_p^2}{m\,g\,a + m_p\,g\,a_p}} . \qquad (94)$$

Soustavu dvou rovnic (92) a (94) pro dvě neznámé hodnoty a a I řešíme tak, že z jedné rovnice vypočítáme a a dosadíme do druhé rovnice. Po menší úpravě dostaneme výsledný vztah

$$I = \frac{T^2}{T^2 - T'^2}\left(\frac{m_p\,a_p\,g\,T'^2}{4\pi^2} - I_{po} - m_p\,a_p^2\right). \qquad (95)$$

V případě, že zkoumané těleso je upevněno v těžišti, pak je doba kmitu $T = \infty$ Vypočteme-li limitu výrazu (95) pro $T \to \infty$, obdržíme pro hledanou hodnotu momentu setrvačnosti I vztah

$$I = \frac{m_p\,a_p\,g\,T'^2}{4\pi^2} - I_{po} - m_p\,a_p^2 .$$