

FY2BP_FM1 Fyzikální měření 1	Zpracovala: Martina Tunová UČO: 392265	Spolupracovali: Lucie Krézková Marek Brouček	Vyučující: Mgr. Lukáš Pawera
Úloha č.1	Určení hustoty válečku a kuličky z naměřeného objemu a hustoty		
Datum měření: 11.11.2013	Tlak: 989 hPa	Teplota: 20,8 °C	Vlhkost: 33 %
Hodnocení:			

Zadání úlohy

1. Určete materiál, z něhož je vyrobena daná kulička.
2. Určete materiál, z něhož je vyroben daný válec.

Použité přístroje

MĚŘIDLO	ČÍSLO PŘÍSTROJE	CHYBA MĚŘIDLA	POZNÁMKA
posuvné měřidlo		0,05 mm	Meba Inoxydable
mikrometr	F 374	0,01 mm	
digitální váhy	BP 4100	0,1 g	

Teorie k úloze

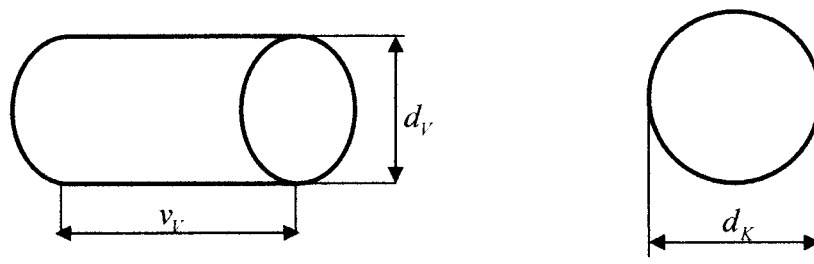
Hustotu látky značíme řeckým písmenem ρ . Je definovaná jako podíl hmotnosti a objemu homogenní látky při určité teplotě.

Hustota kovů je určena atomovou stavbou a její teoretickou hodnotu lze spočítat z rovnice $\rho = \frac{A_r \cdot n}{N \cdot V}$, kde A_r je poměrná atomová hmotnost; n je počet atomů v základní buňce krystalové mřížky; V je objem buňky; N je Avogadrova konstanta.

Použitá označení

- ρ_K hustota kuličky
 ρ_V hustota válce
 m_K hmotnost kuličky
 m_V hmotnost válce
 d_K průměr kuličky
 d_V průměr válce
 v_V výška válce

Schéma úlohy



Postup měření

1. Kulička

Nejprve změříme hmotnost kuličky na digitálních vahách s nejistotou měřidla 0,1 g. Poté pomocí mikrometru změříme průměr kuličky. Výsledný průměr je však ovlivněn nejistotou mikrometru, která je 0,01 mm. Z naměřených hodnot

pak vypočítáme nejistotu měření podle vzorce $u = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial d}\right)^2 \cdot n_1^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\right)^2 \cdot n_2^2}$ a

hustotu kuličky (podle vzorce $\rho_k = \frac{m}{V} = \frac{6m}{\pi d^3}$), která je ovlivněna onou nejistotou měření.

2. Válec

Nejprve změříme hmotnost válce na digitálních vahách. Poté pomocí posuvného měřidla změříme výšku válce (provedeme deset měření) a pomocí mikrometru změříme průměr válce (opět provedeme deset měření). Z naměřených hodnot vypočítáme jejich střední hodnotu a směrodatnou odchylku. Pak podle zákona

přenosu chyb $\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial d} \cdot u_d\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial v} \cdot u_v\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial m} \cdot u_m\right)^2}$ spočítáme odhadovanou

celkovou nejistotu měření. Pro výpočet celkových nejistot měření dosazujeme studentův koeficient pro 9 stupňů volnosti (měřili jsme 10-krát) s hladinou spolehlivosti 99,73%. Zjistíme tedy odpovídající hodnotu Studentova koeficientu. Podle toho pak vypočítáme směrodatnou odchylku celého měření. Do vzorečku

pro výpočet hustoty válce $\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi \cdot d^2 \cdot v}$ dosadíme střední hodnoty měření a

vypočítáme.

Naměřené a vypočítané hodnoty

1. Kulička

Hmotnost: $m_K = 396,9 \pm 0,1 \text{ g} = 0,3969 \pm 0,0001 \text{ kg}$

Průměr: $d_K = 46,97 \pm 0,01 \text{ mm} = 0,04697 \pm 0,00001 \text{ m}$

$$\rho_k = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3} = \frac{m}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3} = \frac{m}{\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3} = \frac{6m}{\pi d^3}$$

$$\rho_k = \frac{6m}{\pi d^3} = \frac{6 \cdot 0,3969}{\pi \cdot (0,04697)^3} = 7802,95 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$u = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial d}\right)^2 \cdot u_1^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\right)^2 \cdot u_2^2}$$

u nejistota měření

u_1 chyba měřidla (mikrometr)

u_2 chyba měřidla (váhy)

$$\frac{\partial \rho}{\partial d} = \frac{6m}{\pi d^3} dd = \frac{18m}{\pi d^4}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial m} = \frac{6m}{\pi d^3} dm = \frac{6}{\pi d^3}$$

$$u = \sqrt{\left(\frac{18 \cdot 0,3969}{\pi \cdot 0,04697^3}\right)^2 \cdot 0,00001^2 + \left(\frac{6}{\pi \cdot 0,04697^3}\right)^2 \cdot 0,0001^2} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$u = \sqrt{4,8159 \cdot 10^{-4} + 1539,7} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$u = 3,92 \cdot 10^{-1} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Hustota: $\rho_K = 7\,802,95 \pm 0,39 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

2. Válec

Počet měření	Výška válce [mm]	$\Delta a_{i_n} = \bar{a} - a_{i_n}$	Hmotnost válce [g]	$\Delta a_{i_n} = \bar{a} - a_{i_n}$	Průměr válce [mm]	$\Delta a_{i_n} = \bar{a} - a_{i_n}$
1.	97,1	0,1	391,9	0	24,97	0,01
2.	97,3	0,1			24,98	0
3.	97,2	0			25,01	0,03
4.	97,3	0,1			25,07	0,09
5.	97,2	0			24,97	0,01
6.	97,2	0			24,98	0
7.	97,05	0,15			24,98	0
8.	97,2	0			24,96	0,02
9.	97,2	0			24,93	0,05
10.	97,2	0			24,94	0,04
Aritmetický průměr	97,20	0,045	391,9	0	24,98	0,025
Směrodatná odchylka	0,072		0,067		0,037	
Relativní odchylka $r_n = \frac{\Delta a_n}{a_n}$		0,0005		0		0,001

Hmotnost: $m_v = 391,9 \pm 0,067 \text{ g} = 0,3919 \pm 0,000067 \text{ kg}$

Průměr: $d_v = 24,98 \pm 0,037 \text{ mm} = 0,02498 \pm 0,000037 \text{ m}$

Výška: $v_v = 97,20 \pm 0,072 \text{ mm} = 0,09720 \pm 0,000072 \text{ m}$

Výpočet hustoty se středních hodnot

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi \cdot d^2 \cdot v}$$

$$\rho = \frac{4 \cdot 0,3919}{\pi \cdot 0,02498^2 \cdot 0,09720}$$

$$\rho = 7601,95 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Zákon přenosu chyb

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial d} \cdot u_d\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial v} \cdot u_v\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial m} \cdot u_m\right)^2}$$

Výpočet směrodatných odchylek

$\sigma_m = 0,1g = 0,0001 \text{ kg}$	
$\sigma_v = k \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2 + \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n v_i\right)^2}{n \cdot (n-1)}} = 0,000037 \text{ kg}$	$u_m = \sqrt{(\sigma_m \cdot k)^2 + (u_{mm})^2}$
$\sigma_d = k \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2 + \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^n d_i\right)^2}{n \cdot (n-1)}} = 0,000072 \text{ kg}$	$u_v = \sqrt{(\sigma_v \cdot k)^2 + (u_{mv})^2}$
	$u_d = \sqrt{(\sigma_d \cdot k)^2 + (u_{md})^2}$

u_m0,0004214..... celková nejistota měření hmotnosti
 u_v0,0001518..... celková nejistota měření výšky
 u_d0,0002989..... celková nejistota měření průměru
 u_{mm}0,0001 kg..... nejistota měřidla (váhy)
 u_{mv}0,00001 m..... nejistota měřidla (posuvné měřidlo)
 u_{md}0,00005 m..... nejistota měřidla (mikrometr)
 k4,094..... studentův koeficient

Parciální derivace pro výpočet nejistoty

$\frac{\partial \rho}{\partial d} = -\frac{8 \cdot m}{\pi \cdot v \cdot d^3} \quad ; \quad \frac{\partial \rho}{\partial v} = -\frac{4 \cdot m}{\pi \cdot v^2 \cdot d^2} \quad ; \quad \frac{\partial \rho}{\partial m} = \frac{4}{\pi \cdot v \cdot d^2}$
--

Dosazení do zákona přenosu chyb

$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial d} \cdot u_d\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial v} \cdot u_v\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial m} \cdot u_m\right)^2}$
$\sigma = \sqrt{\left(-\frac{8 \cdot m}{\pi \cdot v \cdot d^3} \cdot u_d\right)^2 + \left(-\frac{4 \cdot m}{\pi \cdot v^2 \cdot d^2} \cdot u_v\right)^2 + \left(\frac{4}{\pi \cdot v \cdot d^2} \cdot u_m\right)^2}$
$\sigma = \sqrt{38827,72 + 165,26 + 78,35} = 1,98 \text{ kg m}^{-3}$

Hustota: $\rho_v = 7601,95 \pm 1,98 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Závěr

Hustota kuličky: $\rho_k = 7\,802,95 \pm 0,39 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Hustota válce: $\rho_v = 7\,601,95 \pm 2,9 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Zjistili jsme, že kulička i válec budou pravděpodobně vyrobeny z oceli. Podle fyzikálních tabulek má ocel hustotu v rozmezí $7\,400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ - $8\,400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Protože se náš výpočet shoduje s tabulkovou hodnotou, lze předpokládat, že jsem měřili správně. Pokud by tomu tak nebylo, museli bychom znovu vypočítat hodnoty z naměřených hodnot, případně provést znovu měření. Také počítáme s tím, že daná tělesa nebudou vyrobena z čisté oceli, ale budou obsahovat i příměsi jiných látek.