

11. STANOVENÍ MODULU PRUŽNOSTI V TAHU Z PRŮHYBU STATICKOU METODOU

Jestliže na vodotěsnou tyč zhotovenou z homogenního materiálu stejného průřezu S a podepřenou na dvou rovnoběžných hranolcích (viz obr.65) vzdálených od sebe o délku l, působí uprostřed osměřící síla F, proběhne se tyč uprostřed o délku y (ve směru působící síly), pro jejíž velikost platí

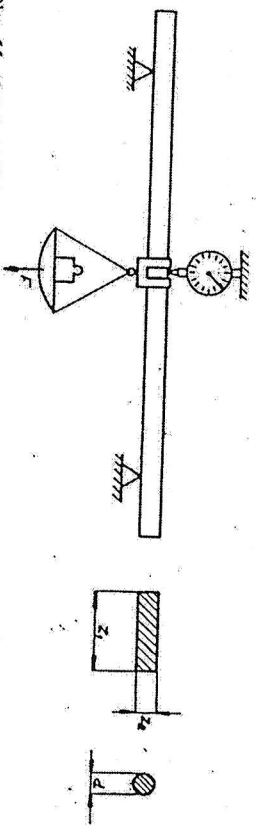
$$y = \frac{l^3 F}{48 E J} \quad (73)$$

V tomto vztahu y značí kroutivý moment průřezu (moment setrvačnosti průřezu) měřené tyče a

E značí modul pružnosti v tahu použitého materiálu. Ze vztahu (73) lze hodnotu modulu pružnosti v tahu vypočítat a dostaneme

$$E = \frac{l^3 F}{48 y J} \quad (74)$$

Schema měřicího zařízení je na obrázku 66. Měřený vzorek (obdélníkového, kruhového nebo jiného plošného průřezu) spočívá ve vodotěsné poloze na dvou podpůrkách, jejichž vzdálená vzdálenost je l. Přibližně uprostřed vzorku je zavázána mléka, na kterou ukládáme závaží, kterými vzorek zatěžujeme. Přesnější průhyb měříme indikátorem, jehož pohyblivá část se dotýká měšného vzorku.



Obr.66. Schema měřicího zařízení pro měření modulu pružnosti v tahu z průhybu

Na začátku měření si zjistíme několikrát opakovaným měřením vzdálenost l obou podpor a hlavní rozměry příčného průřezu vzorku (jde-li o obdélník, jsou to délky jeho stran z₁ a z₂, u kruhového průřezu jeho průměr d apod.). Tyto rozměry je nutno měřit velmi přesně - např. několikrát opakovaným měřením mikrometrickým šroubem, nebo alespoň kontaktním měřičem. Těžiště měření spočívá ve zjištění souvratlosti

mezi velikostí působící síly F a vzniklým průhybem y, tj. v nalezení funkce

$$y = f(F) \quad (75)$$

Pro souvratlost zjistíme při postupném zatěžování vzorku silami F₁, F₂, ..., F_{k-1}, F_k (světlovaním závazků na mléce) a změřením příslušných průhybů y₁, y₂, ..., y_{k-1}, y_k. Potom opět postupně zmenšujeme sílu F, takže při působení stejně velikých závažků F₁, F₂, ..., F_{k-1}, F_k zjistíme průhyby y₁, y₂, ..., y_{k-1}, y_k. Pro každou hodnotu F_k (k = 1, 2, ..., k) určíme příslušný průměrný průhyb y_k podle rovnice

$$\bar{y}_k = \frac{1}{2} (y_k + y_k')$$

Závislost $\bar{y}_k = f(F_k)$ vyneseme do grafu (viz obr.67) a zjistíme, zdali je lineární a v celém rozsahu prováděných měření. Pro další zpracování bereme však v úvahu pouze ty výsledky, které přísluší lineární části (oblasti platnosti Hookova zákona). Výsledky zpracováváme způsobem popsaným v odstavci 3.2.

Předpokládáme-li, že závislost (75) má lineární průběh

$$y = a + b F,$$

pak hodnotu konstanty a vypočítáme podle rovnice (28) a hodnotu konstanty b podle rovnice (29) z naměřených hodnot, porovnáme s rovnicí (73) plyne, že

$$b = \frac{l^3}{48 E J}$$

$$E = \frac{l^3}{48 J b} \quad (76)$$

Jde-li o vzorek s obdélníkovým průřezem o stranách z₁ a z₂, pak

$$J = \frac{z_1 z_2^3}{12} \quad (77)$$

Jde-li o vzorek s kruhovým průřezem průměru d, pak

$$J = \frac{\pi d^4}{64} \quad (78)$$

12. STANOVENÍ MODULU PRUŽNOSTI V TAHU Z PŘÍČNÝCH KMITŮ TYČE

Úpravou vztahu pro kruhovou frekvenci ω mechanického lineárního oscilátoru

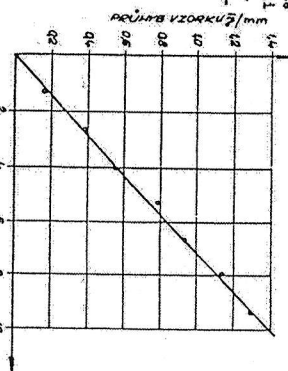
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m c}}$$

ve kterém m značí inerciální moment tělesa a

c značí podstatnost použité pružiny (tvořící pružnou vazbu),

plyne pro dobu kmitu T volného konce jednostranně větnuté tyče (viz obr.68) vztah

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l^3 m}{3 E J}} \quad (79)$$



Obr.67. Graf závislosti průhybu tyče na velikosti zatížení

MODUL PRUŽNOSTI

Modul pružnosti v tahu (tlaku) E je měrná velikost tuhosti pevné látky v tahu nebo tlaku, určená jako konstanta úměrnosti normálového napětí σ_n a poměrného prodloužení ϵ v Hookově zákoně pro ten a tlak

$$E = \frac{\sigma_n}{\epsilon} \quad (66)$$

Podle této definice udává modul pružnosti v tahu E myšlené normálové napětí, které by při nemožné plasticitě Hookova zákona způsobilo poměrné prodloužení $\epsilon = 1$, tj. na dvojnásobek počáteční délky.

Modul pružnosti ve smyku G je měrná velikost tuhosti pevné látky při smykové namáhání, určená jako konstanta úměrnosti techného napětí τ a poměrného zkosení γ v Hookově zákoně pro smyk

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (67)$$

Podle této definice udává modul pružnosti ve smyku G myšlené techné napětí, jímž by při nemožné plasticitě Hookova zákona vzniklo poměrné zkosení $\gamma = \tan \alpha = 1$, tedy pod úhlem $\alpha = 45^\circ$.

Hlavní jednotkou modulu pružnosti v tahu i modulu pružnosti ve smyku je newton na metr čtvereční ($N \cdot m^{-2}$).

Metody stanovení modulu pružnosti v tahu

Modul pružnosti v tahu (tlaku) je v principu možno měřit mnoha různými metodami. Ovšem každá z níže uvedených metod je vhodná pro jiné typy vzorků. Příma metoda, vycházející z deformačního vztahu (66) je především vhodná k měření modulu pružnosti dlouhých tenkých vzorků (např. drátů, vláken, dlouhých tenkých tyčí apod.) u kterých lze dosáhnout poměrně velkého prodloužení. Stanovení modulu pružnosti z dráhovou nebo z příčných kmitů se užívá hlavně u silnějších tyčí především kovových, u kterých není možná užití příme metody. U velmi silných tyčí, u kterých nelze užití předestých metod, dále u krátkých materiálu spod. se zpravidla určuje modul pružnosti z rychlosti křehé podálineho mechanického vlnění.

10. STANOVENÍ MODULU PRUŽNOSTI V TAHU PŘÍKOU METODOU

Kamádáme-li zkoumané těleso tahem, deformuje se. V jistých mezích (po mez úměrnosti) je deformace tělesa ϵ přímo úměrná deformáčnímu napětí σ

$$\epsilon = \frac{1}{E} \sigma \quad (68)$$

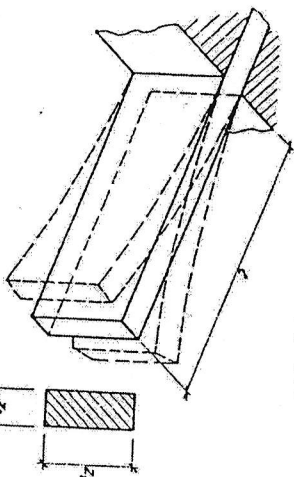
Deformaci ϵ se v tomto případě rozumí relativní délkové prodloužení

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (69)$$

V tomto vztahu E značí modul pružnosti v tahu materiálu, ze kterého je vytvořena tyč zhotovena,

M značí redukovanou moment volně částei vytvořené tyče (moment tyče redukované na její volný konec),

l značí celkovou délku tyče od místa vytvoření až k jejímu volnému konci a J značí kvadratický moment průřezu (moment setrvenosti průřezu). Jde-li o tyč obdélníkového průřezu (jako na obr. 68) pak J vyjádříme podle vztahu (77), jde-li o tyč kruhového průřezu, vyjádříme J podle vztahu (78).



Obr. 68. Příčná malty jednostranně vytvořené tyče

Obě rovnice (79) a (80) umocníme a výsledky vzájemně odčteme. Jednoduchou úpravou pak obdržíme pro hledanou hodnotu modulu pružnosti v tahu E výraz

$$E = \frac{4l^2 M_D J^3}{3 J^2 (l^2 - J^2)} \quad (81)$$

Stanovení jednotlivých parametrů na pravé straně rovnice (81) lze modul pružnosti v tahu vyjadřovat

$$E = 2k \frac{J^3 (l^2 - J^2)}{J^2 (l^2 - J^2)} \quad (80)$$

redukovanou moment M značí přímo měřit a proto jí ze vztahu (79) vyjádříme následujícími způsobem: Na volný konec tyče připevníme namočené těleso známé hmotnosti m tak, aby jeho tížiště připadalo na volný konec tyče. Doba kmitu se v důsledku změněné hmotnosti prodlouží na T_1 , pro níž platí