Irena Budínová

VSTUP DO ALGEBRY. ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

POSTUPNÉ ROZVÍJENÍ ALGEBRAICKÉHO MYŠLENÍ, ETAPA 1

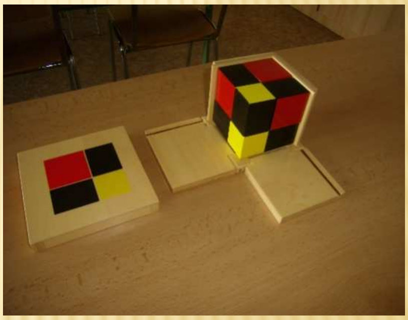
- Na 1. stupni ZŠ řeší žáci úlohy **intuitivně.**
- Nejdříve volíme **úlohy s malými čísly:**
  - *David a Michal měli dohromady 15 modelů autíček. Michal měl dvakrát tolik a ještě o tři více než David. Kolik autíček měl David?*
  - *Myslím si číslo. Když ho vynásobím třemi a přičtu k němu 3, dostanu 15. Které číslo si myslím?*
- Žáci používají různé **strategie řešení.**

- Úlohy s většími čísly:
  - *Myslím si číslo. Když ho vynásobím dvěma a přičtu k němu 45, dostanu 119. Které číslo si myslím?*
- Velká čísla pro mnoho dětí představují problém.
- Děti se u těchto úloh mohou poprvé setkat s písmenem jakožto neznámou veličinou (4. – 5. ročník ZŠ):

$$2a + 45 = 190$$

POMŮCKA BINOMICKÁ KRYCHLE

- 1. fáze – mateřská škola, manipulace s kostkou. Rozvíjí spíše prostorovou představivost než algebraické myšlení.
- 2. fáze – 5. ročník, pojmy obsah rovinného obrazce a objem tělesa. Geometrické pojmy čtverec, obdélník, krychle, kvádr

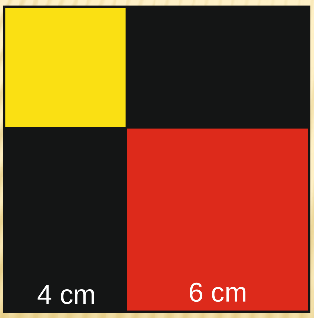


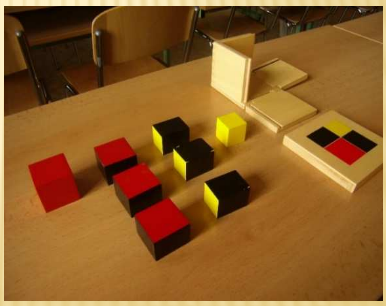
FORMÁLNÍ (AVŠAK NÁZORNÉ) ZAVÁDĚNÍ ALGEBRAICKÝCH VZORCŮ, ETAPA 2

- Třetí fáze práce s binomickou krychlí: předchází zavedení vzorců $(a+b)^2$ a $(a+b)^3$ v devátém ročníku.
- Žáci nejdříve pracují se stěnou krychle a později s celou krychlí.
- Výhodná je práce se čtverečkovaným papírem

ODVOZENÍ VZORCŮ POMOCÍ BINOMICKÉ KRYCHLE

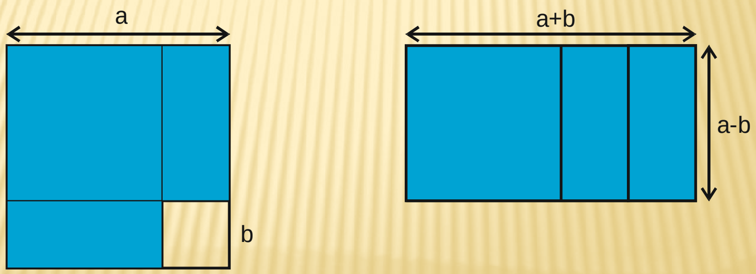
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\quad$ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$





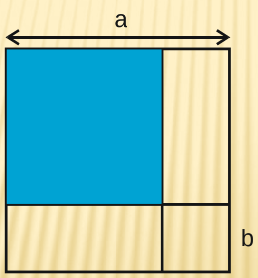
ODVOZOVÁNÍ DALŠÍCH ALGEBRAICKÝCH VZORCŮ POMOCÍ ČTVEREČKOVANÉHO PAPÍRU

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$



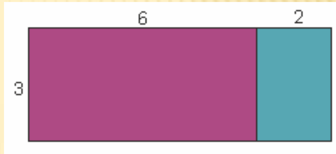
- Nejvíce náročné je vytvořit geometrickou představu pro vzorec

$$(a - b)^2 = a^2 - 2(a - b)b - b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

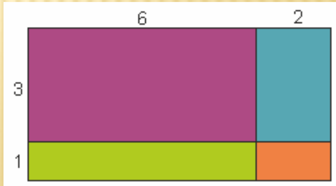


ROZNÁSOBOVÁNÍ ZÁVOREK

- $3.(6+2)=3.6+3.2$
- Zobecnění: $a(b+c)=ab+ac$



- $(3+1).(6+2)=3.6+3.2+1.6+1.2$
- Zobecnění: $(a+b)(c+d)=$
  $=ac+ad+bc+bd$



- Po fázi **modelování** musí následovat fáze **zapamatování** a **fixace.**
- Pro efektivní fixaci mohou sloužit různé didaktické hry, jako např. práce s kartičkami:

$\boxed{a^2-b^2}$ $\boxed{(a+b)^2}$ $\boxed{(a-b)(a+b)}$

$\boxed{(a-b)(a-b)}$ $\boxed{(a-b)^2}$

$\boxed{a^2-2ab+b^2}$ $\boxed{a^2+2ab+b^2}$

$\boxed{(a+b)(a+b)}$

- Děti mohou mít i přes názorný úvod do algebry později problémy s interpretací algebraických výrazů. Stávají se jim potom chyby typu $a^2 + 2a = 3a^2$ apod. Těmto chybám lze předcházet dvěma způsoby:
  - opakovaně se vracet k dosazování číselných hodnot, např. $(2+5)^2$
  - algebraickým zápisům přisuzovat **geometrický význam**, tj. **a** je úsečka, **a²** je čtverec, **ab** je obdélník, **a³** je krychle.

PROČ POTŘEBUJEME POČÍTAT S OBECNÝM VYJÁDŘENÍM A KDE SE S NÍM SETKÁME

- Ve školské matematice – zobecňování vztahů:
  - Vztahy pro výpočty obsahů, obvodů, povrchů a objemů geometrických útvarů;
  - V rovnicích;
  - Ve funkčních závislostech;
- V ostatních předmětech – fyzika, biologie, chemie;
- V běžném životě.

POUŽÍVÁNÍ PÍSMEN VE VÝZNAMU ČÍSEL

- Písmena mohou mít v matematice význam **proměnné veličiny, konstanty, neznámé veličiny**, nebo čísel, jejichž hodnotu nedokážeme vyjádřit – π, e, i.

HISTORICKÁ POZNÁMKA

- Zhruba od roku 2000 př. n. l. začíná **verbalistické období** – vztahy mezi čísly byly vyjadřovány slovně.
- Kolem roku 500 př. n. l. nastává **geometrická algebra Řeků.**
  - Diofantos z Alexandrie (zahájil **synkopické období**)
  - Al Chovarizmi
- Od 15. století začíná **období symbolické**
  - Francois Viéte