2.5 Kmity a rezonance

Kmitavý pohyb

- těleso vychýlené ze **stálé rovnovážné polohy** (tj. polohy, do které má tendenci se po vychýlení vracet) koná periodický (pravidelně se opakující) pohyb
- jedno opakování tohoto pohybu nazýváme **kmit**
- kmitající soustavu těles nazýváme **oscilátor**
- dobu trvání jednoho kmitu nazýváme **perioda** T
- převrácenou hodnotou periody je **frekvence** f
- definice periody T a frekvence f zůstávají stejné jako u rovnoměrného pohybu po kružnici – viz téma 2.1p.
- polovina kmitu se (zejména u kyvadel) nazývá kyv, kyvem se zpravidla myslí pohyb z jednoho mrtvého bodu ke druhému

Mechanické oscilátory

Příklady mechanických oscilátoru

- závaží o hmotnosti *m* na pružině s tuhostí *k*
- matematické kyvadlo (hmotný bod na nehmotném závěsu), v praxi se přibližně realizuje kovovou kuličkou zavěšenou na niti
- fyzické kyvadlo (jakékoliv těleso zavěšené nad svým těžištěm)
- ladička; struna na kytaře; sloupec vzduchu ve flétně
- lehký míček plovoucí na hladině vody
- kulička v kulové dutině s hladkými stěnami (misce)
- nepokoj v mechanických náramkových hodinkách
- dětská houpačka

Amplituda a fáze

Amplituda y_{m}

- je maximální výchylka oscilátoru během kmitu vzhledem k rovnovážné poloze
- mrtvé body (body zvratu) jsou do sebe vzdáleny o dvojnásobek amplitudy v daném kmitu

Fáze $\varphi = \omega t + \varphi_0$

- určuje okamžitou polohu oscilátoru; říkáme, že oscilátor je v určité fázi kmitu
- počáteční fázi φ_0 pokládáme často rovnu nule, takže platí $\varphi = \omega t$

Typy kmitů podle tlumení a buzení

Kmity podle tlumení

- netlumené (amplituda zůstává v čase konstantní)
- tlumené (amplituda klesá s časem, ovšem ne lineárně)

Kmity podle buzení

- vlastní (po počátečním vychýlení z rovnovážné polohy kmitá oscilátor sám bez vnějšího působení); vlastní kmity jsou vždy tlumené v důsledku odporových sil (např. tření); tlumení je někdy nežádoucí a někdy žádoucí – např. tlumiče automobilu
- nucené (na těleso působíme periodickou silou o frekvenci *f*, takže mechanický oscilátor pak kmitá také s touto frekvencí)

Rezonance

Rezonance

- nastává pouze u reálného buzeného oscilátoru jedná se tedy o nucené kmity oscilátoru, jehož vlastní kmity by byly tlumené
- zajímá nás závislost amplitudy y_m na frekvenci budící síly f; zjistíme, že amplituda prudce vzrůstá, když se budící frekvence f blíží frekvenci f_0 vlastních kmitů mechanického oscilátoru
- tento prudký nárůst amplitudy nazýváme **rezonance**
- rezonanci musíme mít pod kontrolou ve strojírenství, u výškových staveb, u dlouhých mostů apod.

Souvislost RPK a kmitání

Harmonické kmity

- podíváme-li se na těleso pohybující se RPK ze strany (v rovině pohybu), uvidíme **harmonické kmity**
- harmonické kmity vykonává také závaží na pružině
- RPK a kmitání popisujeme stejnými veličinami T, f, φ, ω; veličinu ω nazýváme u RPK úhlová rychlost, zatímco u harmonických kmitů úhlová frekvence
- okamžitou výchylku harmonických kmitů určuje funkce sinus

$$\boxed{y = y_m \sin \omega t}$$

$$v = y_m \omega \cos \omega t$$

$$a_y = -y_m \omega^2 \sin \omega t$$

2.5p Kyvadla, historie měření času

Kyvadlo

- doba kmitu T matematického kyvadla závisí pouze na délce závěsu l a intenzitě gravitačního pole g v místě, kde je kyvadlo zavěšeno

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

- protože obě veličiny lze poměrně dobře fixovat, hodí se kyvadlo k řízení chodu hodin
- předchůdcem kyvadla v mechanických hodinách byl **lihýř** (je např. v Pražském orloji), jehož chyba byla běžně několik minut za jeden den

Mechanické hodiny a kyvadlo

Prozkoumávání nového světa

- v 17. století bylo potřeba přesné určení zeměpisných souřadnic
- zeměpisná šířka se určovala podle výšky Polárky nad obzorem pomocí přístroje zvaného sextant
- pro určení zeměpisné délky byl kromě měření polohy hvězd potřeba přesný čas – hodiny, které mají velkou přesnost (± 0,1 s za 1 den) a jdou dobře i na lodi
- s myšlenkou spojení kyvadla a hodin přišel asi první Galileo Galilei, ale nestihl ji zrealizovat
- první (a velmi přesné) kyvadlové hodiny nejen navrhl ale i vyrobil Christian Huygens 1656

Měření času

Přirozená jednotka času

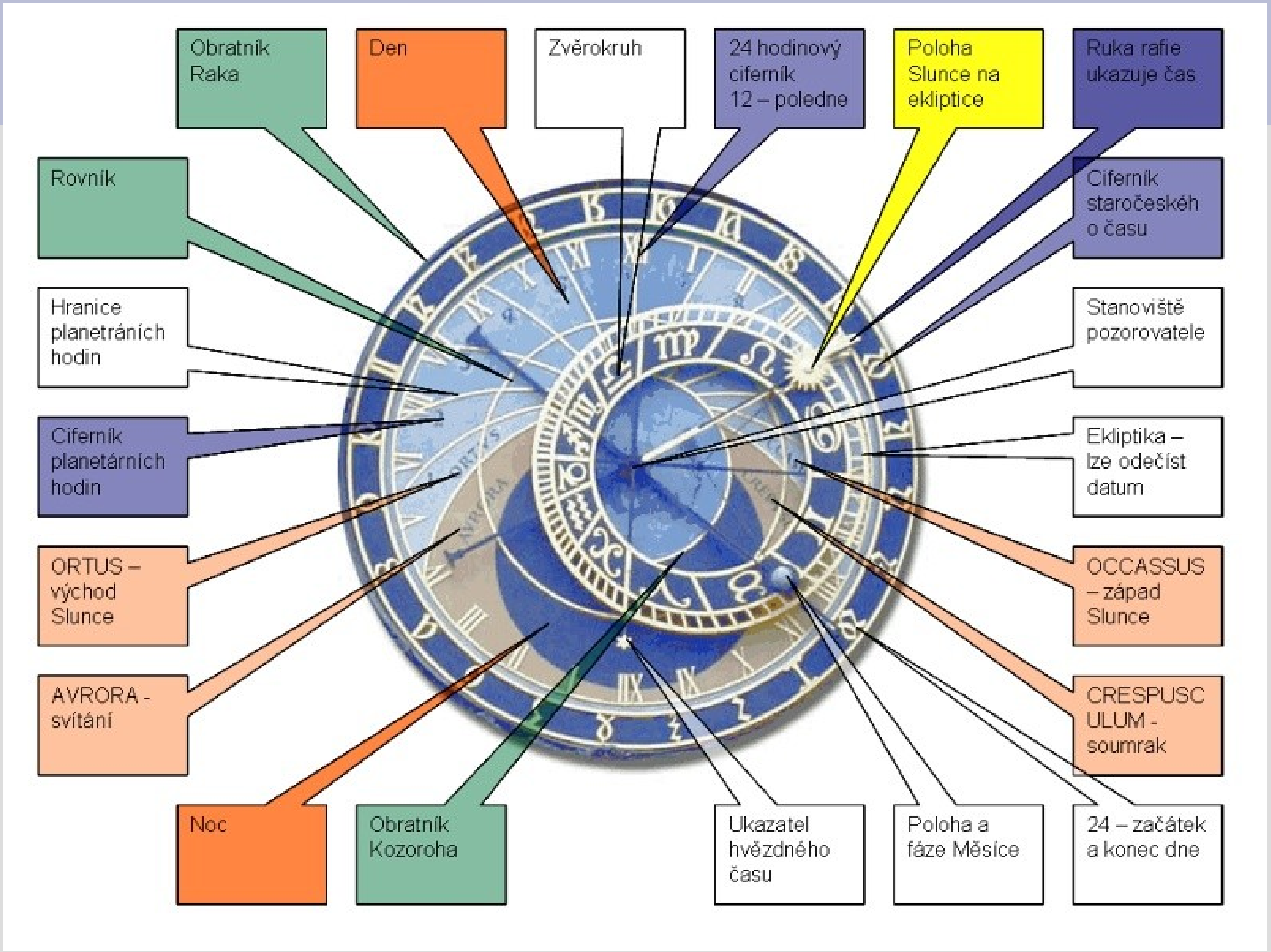
- už pro pravěkého člověka byl jeden **den** (1 d)
- den se přirozeně dělil na světlo a tmu … den a noc
- den i noc se dělily na tucet (12) dílů, jejichž délka pak záležela na ročním období (babylónský čas)
- s mechanickými hodinami (ozubená kola) přichází dělení dne na 2 x 12 = 24 stejně dlouhých hodin
- přesnější dělení > další ručička > 60 malých dílků (lat. minuta)
- další zpřesňování: prima <u>minuta</u> a <u>sekunda</u> minuta
- převody: 1 d = 24 h = 1440 min = 86400 s

Měření času - kalendář

Kalendář vzniká na základě pozorování

- pohybu nebeských těles (slunce, měsíc, hvězdy)
- dějů v přírodě
- Juliánský kalendář (Julius Caesar 45 př.n.l.)
- Gregoriánský kalendář (Řehoř XIII. 1582)
- zajímavý je Mayský kalendář, přesnější než náš GK
- zajímavý je i čistě lunární Islámský kalendář, který se proti našemu kalendáři každý rok posunuje

Měření času a pražský orloj



Měření času a pražský orloj

2.6 Mechanika pevných těles

Pevné těleso

- reálná pevná tělesa jsou tvořena pevnou látkou s určitou hustotou ρ

Hustota ρ (angl.)

- je definována jako podíl hmotnosti m a objemu V tělesa z dané látky

$$\rho = \frac{m}{V}$$

- $[\rho] = \mathrm{kg.m^{-3}}$
- obdobně lze definovat i hustotu kapalin a plynů
- hustota plynů se mění s teplotou a tlakem, uvádíme ji za normálních podmínek (p = 101325 Pa, t = 0 °C)

Chování těles při deformaci

Deformace pevného tělesa

- změna rozměrů, tvaru, objemu

Pevná tělesa dělíme na

- pružná (**elastická**) tělesa … přestane-li působit deformační síla, vrací se do původního tvaru
- tvárná (**plastická**) tělesa … i když přestane působit deformační síla, zůstanou v deformovaném tvaru

Ráz (odraz, nebo náraz) **těles**

- pružný (kulečníkové koule, míč na basketbal) - odraz
- tvárný (koule z plastelíny) - „slepí“ se do 1 tělesa

Změna vlastností látek s teplotou

Křehkost

- těleso se působením deformační síly rozlomí, roztříští, rozpadne na kousky (např. sklo)

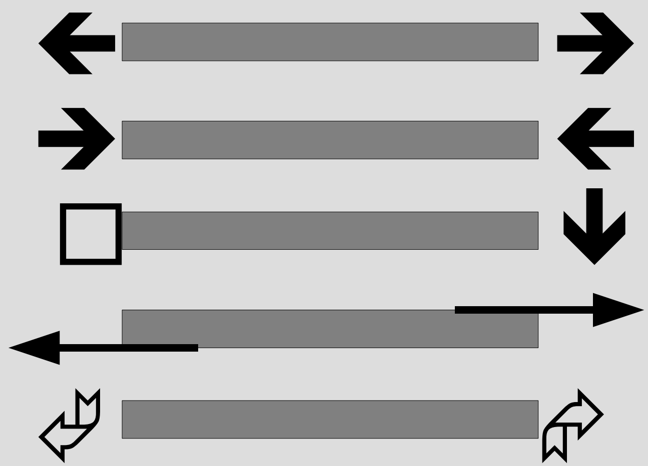
Pevné látky mění své vlastnosti

- ponoříme-li gumovou hadičku na chvíli do tekutého dusíku (teplota varu $t_v = -196\ °C$), ztratí pružnost a snadno ji rozbijeme kladivem
- ztráta pružnosti nebo vznik trhlin vlivem deformací může být velmi nebezpečné u staveb nebo strojů (technické aplikace fyziky pevných látek)

Typy deformace pevných látek

Deformace podle působících sil

- tah
- tlak
- ohyb
- smyk
- kroucení



$$\sigma = \frac{F}{S}$$

Mechanické napětí σ (sigma)

- veličína přímo úměrná napěťové síle *F* a nepřímo úměrná průřezu namáhané tyče *S*
- všimněte si, že napětí se definuje stejně jako tlak, má i stejnou jednotku (jakou ?), ale jiný fyzikální význam

Hookův zákon

Zákon popisující pružnou deformaci tělesa (tyče)

- formuloval Robert Hook, současník Isaaca Newtona
- prodloužení tyče je přímo úměrné působícímu mechanickému napětí
- konstanta přímé úměrnosti je E^{-1}
- konstanta E se nazývá **modul pružnosti v tahu** a jde o materiálovou konstantu uváděnou v technických tabulkách
- pro ocel $E = 220$ GPa

$$\Delta l = \frac{1}{E} \sigma l$$

Tuhé těleso

Tuhé těleso

- zidealizovaná předsava tělesa, které se nedeformuje
- pokud na těleso nepůsobí velké napěťové síly, odpovídá tato představa realitě
- tvar tuhého tělese se tedy nemění, zajímá nás pouze změna jeho polohy, tedy **pohyb**

Pohyb tuhého tělesa

- posuvný … translace
- otáčivý … rotace

2.6p Rotace tuhého tělesa

Otáčení tuhého tělesa

- probíhá kolem osy otáčení (body na ose otáčení jsou během otáčení v klidu – nepohybují se)
- osa otáčení může mít reálný základ (hřídel či osička, uložená v ložiskách; umožní pouze rotaci, ale nikoliv translaci), nebo může být pouze myšlená (těleso pak často koná otáčivý i posuvný pohyb současně)
- vektor síly, která způsobuje roztočení tělesa, nesmí ležet na přímce procházející osou otáčení
- účinek síly záleží nejen na velikosti působící síly, ale také na kolmé vzdálenosti přímky, na níž leží vektor působící síly od osy vzdálenosti, tj. tzv. **rameno síly**

Moment síly vzhledem k ose otáčení

Moment síly $\boldsymbol{M}$ (angl. moment)

- vektorová veličina, leží na ose otáčení, míří směrem k pozorovateli, pokud vidí kladný směr otáčení (proti směru hodinových ručiček – tak se pouští voda :-)
- vektorově ji definujeme jako vektorový součin polohového vektoru ***r*** působiště síly vzhledem k ose otáčení a působící síly ***F***

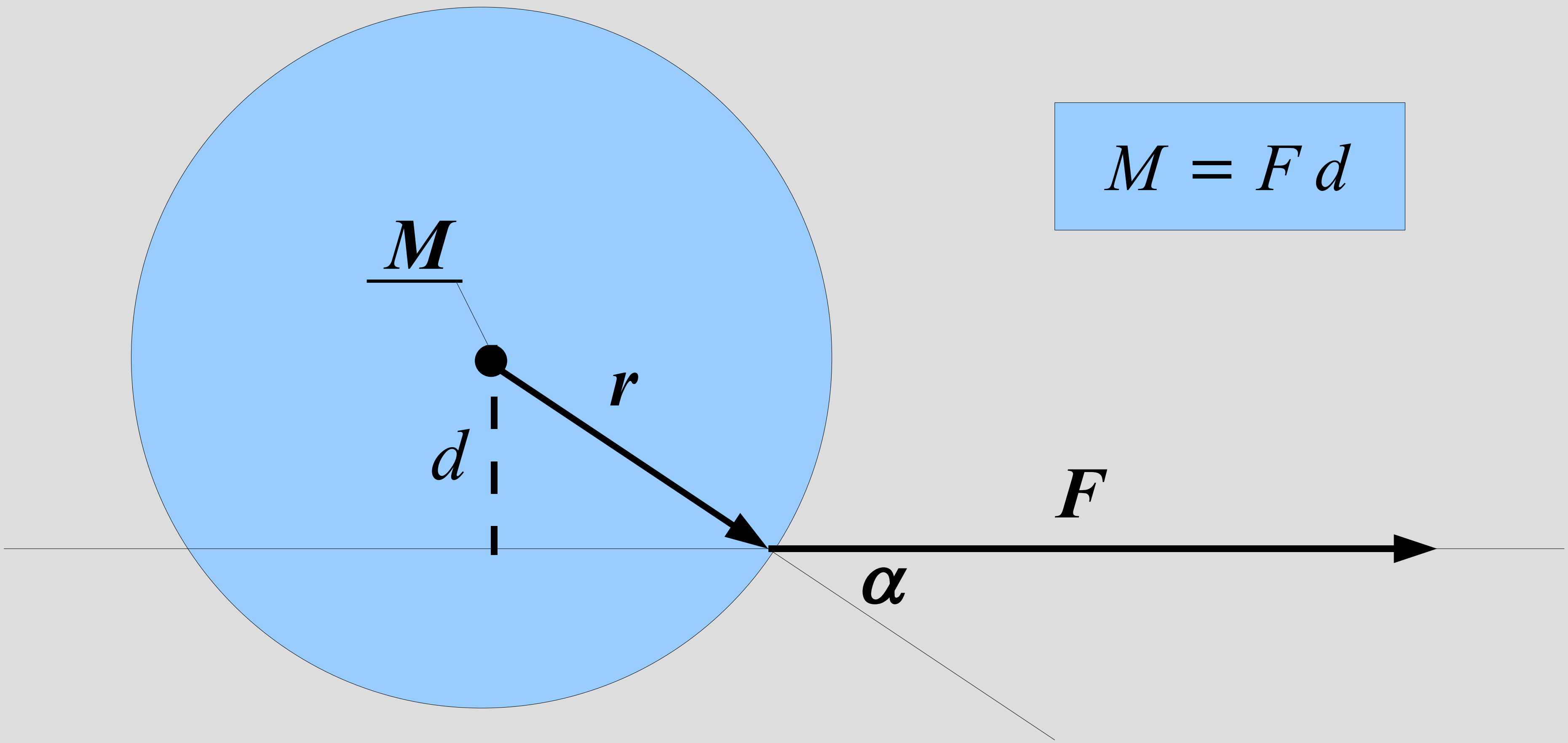
$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = r\,F \sin\alpha$$

- pokud místo polohového vektoru vezmeme **rameno síly** *d* a u síly uvažujeme její velikost *F*, dostaneme jednoduchý vztah

$$M = F\,d$$

Moment síly vzhledem k ose otáčení

Moment síly $\boldsymbol{M}$



$$M = F\,d$$

Moment síly vzhledem k ose otáčení

Jednotka momentu síly

- je newtonmetr … N.m

$$[M] = [F].[d] = \text{N.m}$$

Pravidlo pravé ruky

- pokud ohnuté prst pravé ruky ukazují směr otáčení, pak kolmo k nim vztyčený palec ukazuje směr momentu síly (a samozřejmě i směr osy otáčení)
- toto pravidlo platí obecně pro vektorový součin: první vektor (zde polohový vektor ***r***) míří do dlaně, druhý vektor (zde síla ***F***) ukazují prsty pravé ruky a součin vektorů ukazuje kolmo vztyčený palec

Momentová věta

Slovní vyjádření

- Otáčivý účinek několika sil na tuhé těleso se ruší, je-li součet jejich momentů vzhledem k téže ose nulový.

Matematické vyjádření

- Pro rovnovážný stav (klid nebo rovnoměrnou rotaci) platí
- obecně
- pro dvě síly

$$\sum \boldsymbol{M} = \sum \boldsymbol{F} \times \boldsymbol{r} = 0$$

$$\boxed{F_1 d_1 = F_2 d_2}$$

- vyjádření pro dvě síly je základem pro popis několika jednoduchých strojů (páka, kladka, kolo na hřídeli)

Momentová věta a rovnoramenné váhy

Popis situace

- na rovnoramenných vahách je v rovnováze moment působený tíhou váženého tělesa na levé misce a moment působený tíhou závaží na pravé misce
- ramena obou sil jsou stejně velká $d = d_1 = d_2$
- tedy platí (pro dvě síly – tíhy)
  - $F_1\, d = F_2\, d$
  - $G_1\, d = G_2\, d$
  - $m_1\, g\, d = m_2\, g\, d \qquad / : g : d$
  - $m_1 = m_2$
- tedy hmotnost tělesa m_1 je stejná jako hmotnost závaží m_2

2.7 Mechanika tekutin

Tekutiny

- nemají stálý tvar – tečou
  - kapaliny (mají stálou hustotu – jsou nestlačitelné)
  - plyny (hustota se mění s tlakem a teplotou – jsou stlačitelné)

Mechanika tekutin

- podle typu tekutiny
  - hydromechanika (mechanika kapalin – vody)
  - aeromechanika (mechanika plynů – vzduchu)
- podle proudění tekutiny
  - **hydrostatika** a aerostatika (tekutina je v klidu)
  - **hydrodynamika** a aerodynamika (proudící tekutina)

Kapaliny a plyny

Kapaliny

- zachovávají svůj objem V
- v nádobě vytváří vodorovnou hladinu
- jsou nestlačitelné (ideální kapalina), resp. velmi málo stlačitelné (reálná kapalina)

Plyny

- snadno mění svůj objem V
- vyplní celý objem uzavřené nádoby
- jsou dokonale stlačitelné (ideální plyn), resp. velmi snadno stlačitelné (reálný plyn)

Vnitřní tření (vazkost, viskozita)

Ideální tekutiny

- ideální kapalina i ideální plyn nemají žádné vnitřní tření

Reálné tekutiny

- reálné kapaliny i reálné plyny mají vnitřní tření, které brzdí jejich proudění
- velké vnitřní tření (velkou viskozitu) mají např. med, nebo rozehřátý asfalt
- malé vnitřní tření má např. voda, líh
- u některých látek závisí viskozita na přesném složení a teplotě (např. oleje – mazání motoru v automobilu)

Tlak působený vnější silou

Pascalův zákon

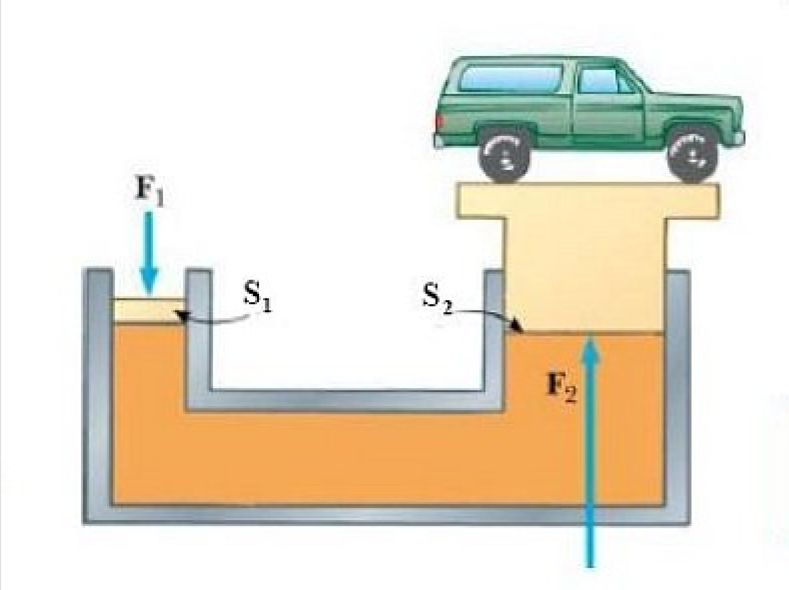
- tlak vyvolaný vnější silou se šíří v tekutině všemi směry a je ve všech místech tekutiny stejně velký
- aplikace: hydraulická zařízení (zvedák, lis, stavební stroje – buldozer, bagr, brzdy v automobilu, …)

Tlak p (angl. pressure)

- je přímo úměrný působící tlaková síle F a nepřímo úměrný ploše pístu S
- jednotkou tlaku je pascal
  1 Pa = 1 N.m-2
  (newton na čtverečný metr)

$$p = \frac{F}{S}$$

Princip hydraulických zařízení



$$p = konst. \quad \Rightarrow \quad \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

Hydraulická zařízení

- hydraulické brzdy v automobilech, stavební stroje, zvedáky, lisy, polohovací křeslo u stomatologa
- menší píst je v praktických zařízeních často nahrazen čerpadlem, nebo pumpou na hydraulickou kapalinu

Tlak působený tíhou kapaliny

Hydrostatický tlak

- odpovídá tíze kapaliny G v myšleném sloupci nad myšlenou či skutečnou plochou S (např. dno nádoby)
- objem sloupce kapaliny je $V = S\,h$ a tíha $G = \rho\,V g$
- odtud hydrostatická tlaková síla $F_{\mathrm{h}} = \rho\,S\,h\,g$
- a **hydrostatický tlak**
- ve vodě vzroste tento tlak na každých 10 m o 100 kPa = 1 at

  (o 1 technickou atmosféru)

$$p = \frac{F}{S} = \rho\,h\,g$$

- hydrostatický paradox a Pascalův pokus se sudem !

Archimedův zákon

Slovní vyjádření

- Těleso ponořené do kapaliny je nadlehčováno silou, která se rovná tíze kapaliny stejného objemu, jaký má ponořená část tělesa.
- lze využít k určení hustoty pevné látky (příběh o králi, ztlatníkovi a koruně ze slitiny Au a Ag)
- vztlakem se vysvětluje i plování těles (záleží na porovnání hustot tělesa a kapalin … jak?)

Matematické vyjádření

$$\boxed{F_{vz} = \rho\, g\, V}$$

- ρ … hustota kapaliny
- V … objem ponořené části tělesa

Tlak působený tíhou vzduchu

Atmosferický tlak

- nelze vyjádřit stejně jednoduchým vzorcem jako hydrostatický tlak, protože hustota vzduchu se mění s výškou
- s rostoucí výškou hustota i tlak rychle klesají a klesá také teplota vzduchu (na 1000 m zhruba o 6,5 °C)
- existenci atmosferického tlaku svými experimenty prokázali jako první Jan Evangelista Torricelii a Otto von Guericke
- tlak vzduchu měříme barometrem, obecně přístroje k měření tlaku nazýváme **manometry**
- ke snižování tlaku vzduchu v nádobě slouží **vývěvy**
- **normální atm. tlak** u hladiny moře $p_0 = 101\,352$ Pa

2.7p Proudící tekutiny

Objemový průtok Q_V

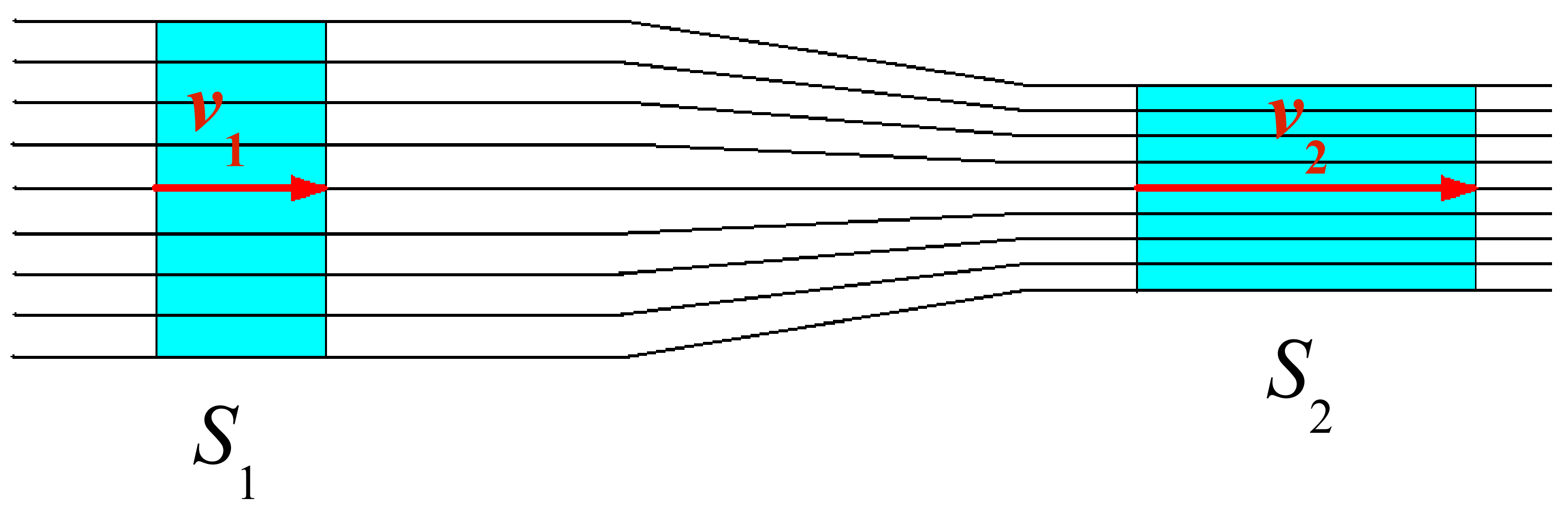
- množství tekutiny, které proteče průřezem trubice za jednotku času
- známe-li průřez trubice S a rychlost proudění tekutiny v, vypočteme jej

$$\boxed{Q_V = S\,v}$$

Rovnice kontinuity

- česky nazývána rovnice spojitosti toků
- platí pouze pro kapaliny (protože jsou nestlačitelné)
- Objemový průtok kapaliny měřený v libovolném místě trubice zůstává v celé trubici konstantní.

Rovnice kontinuity



$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

Bernoulliova rovnice

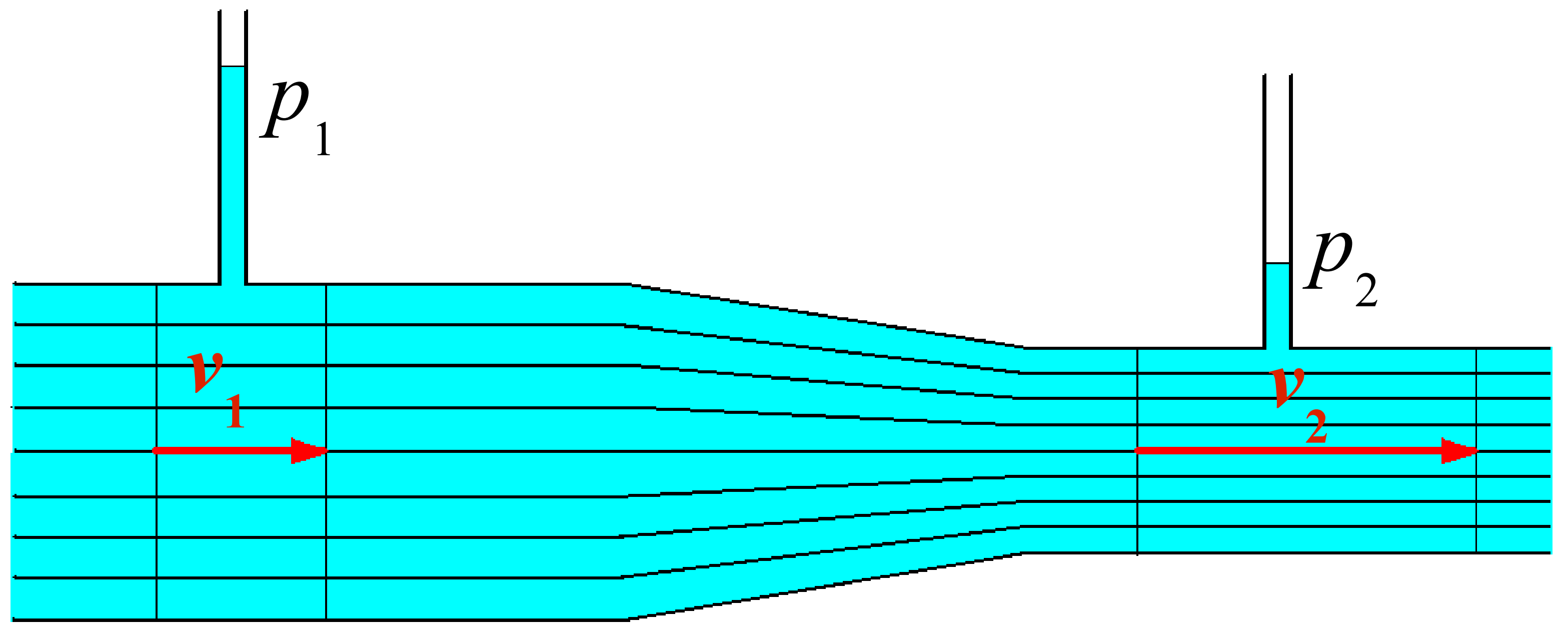
Zákon zachování energie

- myšlený jednotkový objem kapaliny má v každém místě trubice stejnou celkovou mechanickou energii
- jde o kinetickou energii (úměrná v^2), potenciální energii polohovou (úměrná h) a tlakovou (úměrná p)
- platí pouze v ideální kapalině (bez vnitřního tření)

Celkový tlak proudící kapaliny

- statický tlak p, který naměříme manometrem
- hydrostatický tlak $\rho g h$
- dynamický tlak, daný pohybem kapaliny $\frac{1}{2}\rho v^2$

Bernoulliova rovnice



$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$$

Bernoulliova rovnice a vzduch

Aerodynamický paradox

- Foukni silně (rychle) mezi dva papíry! Co se stane?
- Proč je nebezpečné, když cyklistu předjíždí rychle jedoucí kamion?
- Na jakém principu funguje rozprašovač (fixírka)?

Aerodynamika v dopravě

- Víme, že křídla letadel jsou zvedána aerodynamickou vztlakovou silou (tvar křídla, rychle proudící vzduch).
- Závodní auta F1 mají naopak přítlačná křídla.

Hydrodynamický paradox

- Jak funguje vodní vývěva? (rychle proudící voda)

Torricelliho vzorec

Rychlost výtoku kapaliny

- kapalina vytéká z otvoru ve stěně nádoby
- v místě otvoru se její hydrostatický tlak přesně vyrovná s dynamickým tlakem
- což matematicky zapíšeme rovnicí

$$\rho g h = \frac{1}{2} \rho v^2$$

- vydělte tuto rovnici hustotou kapaliny ρ a vyjádřete z ní rychlost v výtoku kapaliny z nádoby v závislosti na výšce h hladiny kapaliny nad výtokovým otvorem.

Torricelliho vzorec

Výsledek odvození

- pokud osamostatníte rychlost, dostanete výsledný vztah nazývaný **Torricelliho vzorec**

$$v = \sqrt{2\,h\,g}$$

2.8 Teorie relativity

Speciální teorie relativity

- Albert Einstein 1905
    - ve všech inerciálních vztažných soustavách probíhají všechny fyzikální děje podle stejných zákonů
    - rychlost světla ve vakuu je mezní (nepřekročitelná) rychlost a je stejná ve všech inerciálních vztažných soustavách

Obecná teorie relativity

- Albert Einstein 1926
    - zobecňuje popis i na neinerciální vztažné soustavy
    - buduje moderní teorii gravitace
    - projevuje se v kosmickém měřítku (hvězdy, galaxie)

Skládání rychlostí

Princip stálé rychlosti světla

- rychlost světla ve vakuu *c* je mezní (nepřekonatelná) rychlost a je stejná ve všech inerciálních vztažných soustavách
- z tohoto principu jasně plyne, že rychlosti se nemohou skládat prostým sčítáním
- v rámci STR lze (pomocí středoškolské matematiky) odvodit vzorec

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

Další důsledky STR

Relativita současnosti

- události, které jeden pozorovatel vnímá jako současné, mohou z pohledu druhého pozorovatele nastat v různou dobu

Vyjadřování vysokých rychlostí

- rychlosti v blízké rychlosti světla c vyjadřujeme často pomocí poměru β

$$\boxed{\beta = \frac{v}{c}}$$

Kontrakce délek

- tělesa se ve směru pohybu vysokou rychlostí zkracují
- označíme-li klidovou délku l_0, pak při rychlosti $v = \beta c$ je pozorována délka (ve směru pohybu)

$$\boxed{l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}}$$

Další důsledky STR

Dilatace času

- pozorujeme-li částici pohybující se vysokou rychlostí, plyne její čas z našeho pohledu pomaleji
- tento jev byl mnohokrát pozorován, např. při **detekci mionů**, které vznikly v horních vrstvách atmosféry a jen díky dilataci času mají šanci doletět až k povrchu Země
- označíme-li trvání děje ve vlastním čase pohybující se částice (soustavy) Δt_0, pak při pohybu rychlostí $v = \beta c$ je pozorována doba trvání děje

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Hybnost a energie ve STR

Hybnost *p* částice (tělesa)

- částice s klidovou hmotností m_0, pohybující se vysokou rychlostí $v = \beta c$ má hybnost
- na vzorec se lze dívat i tak, že hmotnost částice (tělesa) s jeho rychlostí v roste

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Energie *E* částice (tělesa)

- celková energie E se skládá z klidové energie $m_0 c^2$ a z kinetické energie E_k

$$E = m c^2$$

$$E = m_0 c^2 + E_\mathrm{k}$$

Albert Einstein

Osobnost 20. století

- narozen 1879 v Ulmu v židovské podnikatelské rodině
- **1905** - „zázračný rok“ - publikoval několik děl, která změnila fyziku (2005 – světový rok fyziky)
- 1911-12 učil na německé univerzitě v Praze
- 1922 – Nobelova cena za fyziku
- 1933 – utíká před fašisty z Německa do USA
- v průběhu 2. sv. války varuje prezidenta USA před nebezpečím atomové bomby (bojí se, že by ji mohl získat Adolf Hittler)
- později usiluje o mír, snaží se prosadit zákaz jaderných zbraní
- jeho rodinný život není příliš šťastný
- ve fyzice se snaží o sjednocení známých teorií do jedné velké dokonalé teorie (jednotné teorie pole), ale to se dodnes nedaří

Určeno pro prezentaci přednášky Vybrané kapitoly z fyziky pro studenty OVP.

Byly použity materiály z http://www.musilek.eu/fyzika , které vycházejí z učebnice

Ivan Štoll: Fyzika pro netechnické obory SOŠ a SOU, Prometheus, Praha 2001