KOMUNIKAČNÍ BARIÉRY ŽÁKŮ PŘI ŘEŠENÍ SLOVNÍCH ÚLOH

Růžena Blažková, Milena Vaňurová
Katedra matematiky PdF MU Brno

Při vytváření matematických pojmů i při samotné výuce matematiky se jako jeden ze zásadních problémů jeví problém dorozumění se jak v rámci běžné komunikace, tak v oblasti matematiky a porozumění učivu v celé šíři matematického vyjadřování. V praxi se ukazuje, že devadesát procent problémů dětí v matematice je způsobeno problémy v komunikaci mezi dítětem a okolním světem. Přitom předpoklady pro komunikaci mohou být vrozené nebo získané. Úkolem pedagoga je, aby odhalil komunikační specifika každého dítěte a pro výuku matematiky je maximálně využil.

Při výuce matematiky jde především o tyto typy komunikace: Komunikace v oblasti čtení matematického textu, komunikace verbální, komunikace grafická, komunikace obrazově symbolická a obrazově názorná.

V rámci řešení slovních a aplikačních úloh se setkáváme se situací, kdy děti řeší bez problémů jednoduché slovní úlohy, ve kterých využívají základní operace s přirozenými čísly, avšak při řešení složených slovních úloh mají problémy. Z celé škály rozmanitých slovních úloh jsme se zde zaměřili na slovní úlohy charakterizované vztahy „o *n* více (méně)“, „*n krát* více (méně)“. Při řešení tohoto typu slovních úloh se setkáváme s problémy, kdy děti neumí provést analýzu úlohy a správně provést matematizaci. Dalším problémem jsou komunikační bariéry, které vyplývají jednak z neporozumění textu, jednak z nesprávného grafického znázornění a z toho vyplývajícího nesprávného řešení úlohy. Problémy jsou v oblasti komunikace verbální, komunikace obrazově názorné i komunikace symbolické. Uvádíme nejčastější problémy při řešení těchto úloh.

Komunikace v oblasti čtení matematického textu

Čtení zadání slovních úloh a přepis textu do matematického jazyka je pro mnoho dětí oříškem. Děti mají problémy s přečtením celého textu, s porozuměním textu, se zvládnutím délky textu. Často nejsou schopny pochopit otázku úlohy v souvislosti se čteným zadáním a často odpovídají na otázku jinou, která nebyla v textu uvedena a třeba ani nesouvisí s řešením úlohy. Některé děti mají problémy s pochopením používaných výrazů v textu úlohy (např. čtvrtletí, tržba), jiní s vyjádřením vztahů pomocí předložek. Např. významu předložky „po“ nerozumí v úloze: Koupíme 8 jogurtů po osmi korunách. Největší problém pak činí přepis textu úlohy do matematického jazyka, tj. zápis příkladu, rovnice apod.

Objevují se problémy se čtením symbolického zápisu a vlastní vizí dítěte, např. číselný výraz $3 + 5 = 8$ může dítě chápat jako: tři a pět je osm, tři plus pět je osm, když přidám ke třem 5, dostanu 8, osm je o tři víc než 5, osm je o pět víc než tři, atd.

3. Komunikace verbální

Předpokladem pro to, aby se děti mohly v matematice správně vyjadřovat, je pochopení, porozumění matematickým pojmům, termínům a vztahům. To však vyžaduje, aby měly vytvořenou jasnou představu o každém pojmu v duchu jeho správné definice, i když se po dětech definice nevyžadují. Při verbálním vyjádření by bylo třeba, aby se učitelé i děti zaměřili na podstatné jevy, na skutečnosti, které jsou pro daný pojem nebo dané učivo podstatné, omezili vlastnosti méně podstatné a charakterizovali daný pojem naprosto výstižně. Vyjádřit myšlenku svými vlastními slovy a přitom zachovat význam pojmu je velkým uměním.

Při rozvoji verbální komunikace bychom měli vnímat, zda mají děti v matematice dostatek prostoru pro verbální vyjádření, zda rozumí slovnímu vyjádření učitele a otázkám učitele, zda vidí a vnímají to, co předpokládá jejich učitel, jakou mají slovní zásobu a jak rozumí používaným pojmům. Neměly by být odmítány při slovním vyjádření, které není právě správné nebo nejlépe formulované. Často děti uvádějí „já tomu nerozumím“, avšak nedokážou formulovat, čemu vlastně nerozumí.

Komunikace grafická

Pěstování kultury grafického projevu je nejdůležitějším prostředkem grafické komunikace. Jde zejména o matematické zápisy (např. zápisy čísel, zápisy algoritmů písemných operací, stručné zápisy zadání úloh, postupu jejich řešení i odpovědi) a o úpravu písemného projevu, která je předpokladem správnosti výpočtu. Děti mají problémy s dodržováním stejné velikosti číslic v zápisu čísla, s dodržováním lineatury, se správným zápisem čísel ve schématech algoritmů, v zápisu zlomků, zápisu algebraických výrazů aj.

Je však důležité uvědomit si, že upravený písemný projev dítěte není zárukou porozumění a zvládnutí matematického učiva. Často se stává, že děti opisují z tabule vzorně vedený učitelův zápis, ale vůbec nerozumí tomu, co píší.

Komunikace obrazově názorná a obrazově symbolická

Při komunikaci obrazově názorné děti využívají obrázků ke ztvárnění matematických pojmů a vztahů. Pomocí obrázků je možné dětem přiblížit zadání slovních úloh, nástin jejich řešení aj.

Znázornění matematické situace prostřednictvím symbolického obrázku, např. symbolické znázornění slovní nebo konstrukční úlohy pomocí jednoduchého schematického obrázku slabým žákům řešení umožní, ale i šikovným žákům řešení usnadní. Důležité je, aby symbolické znázornění nebylo chybné a vyjadřovalo skutečnou situaci v úloze (např. znázornění slovní úlohy na sčítání je jiné než znázornění slovní úlohy na porovnávání pomocí vztahů „o několik více“). Dalším příkladem ilustrace vztahů mezi číselnými údaji jsou např. diagramy užívané ve statistice. Symbolické znázornění čísel v diagramech je mnohem více čitelnější, než zápis čísel např. v tabulkách. Platí zásada, že vhodně zvolený obrázek je za tisíc slov.

Problémy v komunikaci obrazově názorné při řešení slovních úloh

Postup řešení slovních úloh předpokládá, že žák si přečte zadání úlohy a porozumí mu a pochopí, co je předmětem otázky. Přístupy k řešení by měly být zbaveny jakéhokoliv formalismu, měly by žákům poskytnout co největší prostor pro vlastní řešení. Pokud žáci mají vhled do úlohy a řeší ji bez formálních zápisů správně, jejich řešení akceptujeme. Avšak protože učíme žáky nejen řešit jednotlivé úlohy, ale také metodám práce tak, aby v budoucnu uměli řešit i složitější úlohy, diskutujeme s nimi o jejich postupech řešení a postupně je vedeme k zápisům řešení.

Existují některé zásady, které by žáci neměli opominout. Jde především o rozbor úlohy, kdy si žáci ujasní vztah mezi údaji hledanými a údaji zadanými. Součástí rozboru může být i grafické znázornění, kdy toto znázornění většině žáků usnadní řešení úlohy. Z rozboru vyplývá matematický zápis úlohy (matematizace), následuje řešení matematické úlohy, interpretace výsledků matematické úlohy do reality (zpravidla formou odpovědi) a zkoušky správnosti.

Největší problémy v obrazově názorné komunikaci jsme zaznamenali u různých typů úloh, které se sice řeší stejným početním výkonem, ale grafické znázornění je jiné:

Ukázky řešení úloh

Př. 1. Jednoduché slovní úlohy

Pozorujte grafická znázornění úloh:
a) Patrik měl 13 kuliček, 5 kuliček vyhrál. Kolik kuliček měl po hře?

o o o o o o o o o o o o o   o o o o o   zápis příkladu: 13 + 5 = 18

b) Patrik měl 13 kuliček, Tomáš měl o 5 kuliček více než Patrik. Kolik kuliček měl Tomáš?

P o o o o o o o o o o o o o
T o o o o o o o o o o o o o   o o o o o   zápis příkladu: 13 + 5 = 18

Obě úlohy a), b) se řeší stejným příkladem, avšak realita se liší.

Pokud žáci použijí grafické znázornění typu

P   T
o o o o o o o o o o o o o   o o o o o

jde o formální znázornění, kde není jasné, čí jsou které kuličky.

c) Patrik měl na začátku hry 18 kuliček, ale 5 kuliček prohrál. Kolik kuliček měl po hře?

o o o o o o o o o o o o o ~~o o o o o~~   zápis příkladu: 18 – 5 = 13

d) Patrik měl 18 kuliček, Tomáš měl o 5 kuliček méně než Patrik. Kolik kuliček měl Tomáš?

P o o o o o o o o o o o o o o o o o o
T o o o o o o o o o o o o o   zápis příkladu: 18 – 5 = 13

Podobně jako v případě c) zápis příkladu je stejný, reálná situace je však jiná.

Chybné je grafické znázornění typu

P o o o o o o o o o o o o o o o o o o
T o o o o o o o o o o o o o ~~o o o o o~~

není znázorněním slovní úlohy na porovnávání, ale např. slovní úlohy:
Patrik měl 18 kuliček, Tomáš měl také 18 kuliček, ale 5 kuliček prohrál.

Největším problémem při znázorňování těchto slovních úloh je, že žáci znázorní pouze příklad (sčítání, odčítání), avšak bez spojitosti s reálnou situací v úloze popsanou. Rovněž znázorňování slovních úloh, charakterizovaných vztahy na porovnávání na číselné ose není vhodné, neboť se na jedné ose nemohou znázornit dva různé objekty.

e) Maminka koupila každému z tří svých dětí 4 sešity. Kolik sešitů koupila celkem?

A B C

□□□□ □□□□ □□□□ zápis příkladu: 3 . 4 = 12

f) Roman vyhrál 4 kuličky a Petr vyhrál třikrát více kuliček než Roman. Kolik kuliček vyhrál Petr?

R o o o o

P o o o o o o o o o o o o 3krát více než zápis příkladu: 3 . 4 = 12

Chybné je znázornění: R

P o o o o o o o o o o o o

Obrázek opět neodpovídá konkrétní reálné situaci.

U této úlohy jsme se setkali i se znázorněním:

R o o o o

P o o o o o o o o o o o o o o o o o 3krát více než

g) Babička měla 12 bonbonů a rozdělila je spravedlivě mezi tři děti. Kolik bonbonů dostalo každé dítě?

Při grafickém znázornění postupujeme tak, že každému z dětí dáváme postupně jeden bonbon, až všechny bonbony vyčerpáme:

A	B	C
o	o	o
o	o	o
o	o	o
o	o	o

zápis příkladu: 12 : 3 = 4

h) Filip měl 12 bonbonů, Kryštof měl třikrát méně bonbonů než Filip. Kolik bonbonů měl Kryštof?

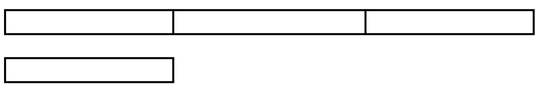
Pokud nejprve znázorníme konkrétně bonbony Filipa, je problém znázornit bonbony Kryštofa (při rozdělování na tři stejné díly bychom museli vědět, kolik bonbonů je jeden díl – to by úloha byla již vyřešena. Znázornit bonbony Filipa by tedy byl problém.

F o o o o o o o o o o o o

K ? Je problém znázornit počet bonbonů Kryštofa.

Vhodnější je znázornit počet Jirkových bonbonů úsečkou nebo obdélníkem, na kterých snadno vyznačíme tři díly.

F
K



zápis příkladu: 12 : 3 = 4

V souvislosti s výše uvedenými úlohami se setkáváme také s nepochopením vyjádření a vztahů: **„jednou tolik"** – používá se ve významu dvakrát tolik a **„dvakrát tolik"** – někdy se používá vyjádření „o dvakrát tolik" a potom žáci počítají třikrát tolik.

Př. 2. Složené slovní úlohy

a) Patrik měl 13 kuliček, Tomáš měl o 5 kuliček více než Patrik. Kolik kuliček měli dohromady?

P o o o o o o o o o o o o o ?

T o o o o o o o o o o o o o o o o o o zápis příkladu: 13 + (13 + 5) = 31

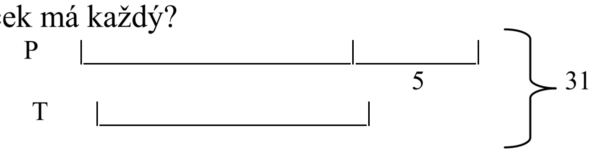
b) Patrik má 18 kuliček, Tomáš má o 5 kuliček méně než Patrik. Kolik kuliček mají dohromady?

P o o o o o o o o o o o o o o o o o o ?

T o o o o o o o o o o o o o zápis příkladu: 18 + (18 – 5) = 31

Pokud si žáci znázorní úlohu nevhodně (viz výše př. 1b)), zpravidla první číslo (tj. počet kuliček Patrika) zapomenou přičíst (časté stížnosti učitelů z praxe).

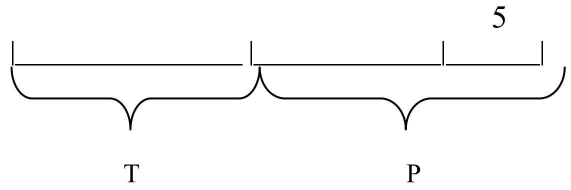
c) Patrik s Tomášem mají dohromady 31 kuliček. Tomáš má o 5 kuliček méně než Patrik. Kolik kuliček má každý?



zápis příkladu (31 – 5) : 2 = 13 13 + 5 = 18

Patrik má 18 kuliček, Tomáš má 13 kuliček.

Tuto úlohu je možné znázornit i jinými způsoby, např.



Další úloha ilustruje **nesprávný postup** při výpočtu i zkoušce při řešení analogické úlohy:

d) Marek a Terezka ušetřili dohromady 250 Kč. Terezka ušetřila o 50 Kč více než Lukáš. Kolik Kč ušetřil každý z nich?

Výpočet: 250 : 2 = 125, 125 + 50 = 175, 125 – 50 = 75

Terezka ušetřila 175 Kč, Lukáš 75 Kč.

Zkouška. 175 + 75 = 250.

Žáci neberou v úvahu, že rozdíl mezi částkami Marka a Terezky není 50 Kč, jak požaduje zadání úlohy, ale 100 Kč.

Př. 3. Úlohy s antisignálem

a) Patrik má 18 kuliček, a to je o 5 kuliček více, než má Tomáš. Kolik kuliček má Tomáš?

P o o o o o o o o o o o o o | o o o o o

T o o o o o o o o o o o o o zápis příkladu: 18 – 5 = 13

Pro některé děti je signál „více“ podnětem pro sčítání a k formálnímu a chybnému řešení úlohy. Při řešení úlohy je třeba neustále zdůrazňovat, že pokud má Patrik o 5 kuliček více než Tomáš, má Tomáš o 5 kuliček méně než Patrik, tedy použijeme operaci odčítání.

b) Tomáš má 13 kuliček, a to je o 5 kuliček méně než má Patrik. Kolik kuliček má Patrik?

T o o o o o o o o o o o o o
P o o o o o o o o o o o o o o o o o o zápis příkladu: 13 + 5 = 18

Při rozboru je třeba využít skutečnosti, že pokud má Tomáš o 5 kuliček méně než Patrik, má Patrik o 5 kuliček více než Tomáš.
Opět se vyskytuje signál „méně“, avšak je třeba použít operaci sčítání.

Analogická situace nastává v případě slovních úloh na porovnávání pomocí vztahů *n* krát více (méně).

c) Petr má 5 autíček a to je třikrát méně autíček, než má Roman. Kolik autíček má Roman?

P o o o o o
R o o o o o o o o o o o o o o o zápis příkladu: 3 . 5 = 15

Jestliže Petr má třikrát méně autíček, než má Roman, pak Roman má třikrát více autíček než Petr, tedy použijeme operaci násobeni.

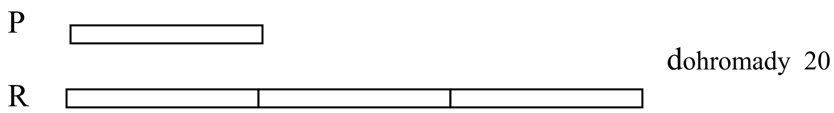
d) Roman má 15 autíček, a to je třikrát více, než má Petr. Kolik autíček má Petr?

R o o o o o
o o o o o
o o o o o

T o o o o o zápis příkladu: 15 : 3 = 5

Jestliže má Roman třikrát více autíček než Petr, má Petr třikrát méně autíček než Roman, tedy použijeme operaci dělení.

e) Roman a Petr mají dohromady 20 autíček. Petr má třikrát méně než Roman. Kolik autíček má každý z nich?



Zápis příkladu: 20 : 4 = 5, 3 . 5 = 15
Petr má 5 autíček, Roman má 15 autíček.

7. Komunikace učitel – žák v přípravě budoucích učitelů

Důležitou součástí přípravy budoucích učitelů je upozorňovat studenty na správnou komunikaci se žáky při řešení slovních úloh. Dále uvedené postřehy se opírají o naše zkušenosti z hospitací na souvislé pedagogické praxi studentů učitelství 1. stupně ZŠ. Ukazuje se, že pro některé studenty-budoucí učitele je při jejich vyučovacích pokusech často nesnadné zvolit správné postupy, klást žákům vhodné návodné otázky tak, aby řešení slovní úlohy mělo požadovanou didaktickou hodnotu.

Uvádíme ukázku dialogu studentky při zadání a řešení složené slovní úlohy. Úloha je formulována tak, že předmětem otázky je problém, k jehož vyřešení nejsou zadány všechny potřebné údaje. Ty je však možné získat vyřešením dílčích úloh (jedné nebo více), k nimž potřebné údaje máme v zadání k dispozici. Máme zde nyní na mysli obvyklé složené slovní úlohy ze základního učiva 1. stupně ZŠ, nikoli „matematické oříšky“. Tedy úlohy, na kterých se žáci postupy řešení učí, tzn. učí se postihovat vztahy mezi zadanými údaji, vyhledávat potřebné údaje, formulovat další otázky atd.

Ukázka dialogu student S – žák (žáci) Ž:

1. S: *Přečti zadání slovní úlohy.*
   Ž: Jana si chce koupit DVD, které stoji 249 Kč. Každý měsíc spoří 40 Kč. Bude mít za půl roku na toto DVD ušetřeno?
2. S: *Co musíme udělat nejdříve?*
   Ž: Zápis
3. S: *Víme všechno, co potřebujeme k výpočtu? Víme, kolik stojí DVD? Kolik?*
   Ž: 249 Kč.
4. S: *Kolik si Jana spoří?*
   Ž: 40 Kč
5. S: *Jak dlouho si spoří?*
   Ž: Půl roku.
6. S: *Kolik je to měsíců?*
   Ž: Šest
7. S: *Takže víme, že spoří 6 měsíců a každý měsíc si dá do pokladničky 40 Kč. Kolik Kč bude mít našetřeno?*
   Ž: 6 . 40
8. S: *Počítejte. Kolik je to?*
   Ž: 6 . 40 = 240
9. S: *Takže odpovíme?*
   Ž: Jana našetří 240 Kč.
10. S: *Na co jsme se ptali?*
    Ž: Jestli si našetří na DVD.
11. S: *Takže našetří si na DVD nebo ne?*
    Ž: Ne. Bude jí ještě chybět 9 Kč.
12. S: *Musíme udělat zkoušku. Jak jsme vypočítali 240?*
    Ž: 6.40 = 240
13. S: Je to správně?
    Ž: Ano

Z ukázky je patrné, jak může dialog ovlivnit - změnit vzdělávací hodnotu učiva. Tím, že studentka kladla dětem při rozhovoru a řešení úlohy uvedené otázky, značně zkreslila význam jednotlivých fází řešení úlohy.

Studentka ve fázi rozboru úlohy kladla několikrát otázku typu „Kolik ...?“ a žáci pak opakovali fakta ze zadání úlohy. Sama rozdělila problém na několik jednoduchých úloh, kladla na sebe navazující otázky, na které žáci snadno odpovídali. Tím velmi snížila intelektuální náročnost úlohy, neboť dětem stačilo jen podle slov v otázkách najít část textu v zadání a reprodukovat ho. Studentka prozradila dětem postup výpočtu. Zatímco cílem řešení úlohy tohoto typu je, aby děti samy přišly na to, že neznají vše, co potřebují k výpočtu. Tyto údaje však mohou zjistit dalšími výpočty ze zadaných údajů. Jinak řečeno – jde o to, aby děti složenou úlohu vlastní myšlenkovou činností analyzovaly a objevily potřebu vyřešit nejprve dílčí jednoduché úlohy. Tím, že studentka sama rozdělila úlohu na několik jednoduchých úloh, zrušila efekt, který měla úloha přinést. Dalším nedostatkem v uvedené ukázce je kontrola správnosti řešení, která de facto nebyla provedena. Pak to vede k tomu, že řada dětí nedokáže složené úlohy samostatně řešit. Pro leckteré dítě (nejen dítě) jsou postrachem. Od takového žáka pak můžeme slyšet „nerozumím tomu“, „nevím, co mám dělat“ a místo toho, aby skutečně analyzoval a řešil úlohu, provádí často formálně bez porozumění nějaké výpočty se zadanými čísly.

Závěr

Komunikační bariéry v matematice překonáváme výběrem vhodných postupů a cvičení, při kterých se nejprve snažíme v rámci individuálního přístupu odhalit komunikativní cesty a možnosti každého dítěte a následně pak je využít pro jeho úspěšnou práci v matematice.

Pro většinu výše uvedených komunikačních bariér lze nalézt nápravná cvičení, která usnadní dětem jejich komunikační problémy. Avšak nápravná cvičení musí být opřena o vlastní manipulativní činnost dětí, o výuku prostřednictvím zážitků, nikoliv jen o pouhou paměť. Rovněž je nutné dbát na matematickou správnost a preciznost nabízených postupů, protože např. chybným znázorněním se zvyšuje nedůvěra dětí v matematiku a porucha v komunikaci se může ještě prohloubit.

Literatura

1. GAVORA, P. a kol.: *Pedagogická komunikácia na základnej škole*. Bratislava: Veda, 1988.
2. HEJNÝ, M., KUŘINA, F.: *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál 2001. 187 s. ISBN 80-7178-561-4.
3. HOŠPESOVÁ, A. *Školní dialog a řešení slovních úloh*. In MELICHAR J. (ed.) *Matematika v přípravě učitelů elementární školy*. Ústí nad Labem: Univerzita J.E.Purkyně , 2000. s. 170-174,. ISBN 80-7044-301-4.
4. MAREŠ, J., KŘIVOHLAVÝ, J.: *Komunikace ve škole*. Brno: CDVU 1995. 210 s. ISBN 80-210-1070-3.
5. MARCHINI, C., KASLOVÁ, M.: *Metody řešení a komunikace*. In: Sborník příspěvků Dva dny s didaktikou matematiky 2003. Praha: PedF UK, 2003.
6. ROUBÍČEK, F. *Komunikace*. In HOŠPESOVÁ, A., STEHLÍKOVÁ,N., TICHÁ, M. (eds.) *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2007. s. 177-205. ISBN 978-80-7394-052-2.