

Měření náboje elektronu Millikanovou metodou

1. Princip a historie metody

a) Vývoj metodiky měření náboje elektronu

Bezprostředně po objevu elektronu J. J. Thomsonem (1897) se jeho žáci a spolupracovníci pokoušeli určit jeho náboj. C. T. R. Wilson studoval jev pozorovaný Helmholtzem již v roce 1887, který spočívá v kondenzaci přesycené vodní páry na nabitých částicích. J. S. E. Townsend využil tuto metodu a elektrometrem změřil celkový náboj mlžného obláčku, v němž stanovil počet kapek. Za předpokladu, že každá kapka vznikla na jednom elementárním náboji, odhadl jeho řádovou velikost na 10^{-19} C. J. J. Thomson a H. A. Wilson tuto metodu dále zdokonalovali. Především stanovili postup, jak z rychlosti v_0 padání kapek ve vzduchu určit jejich poloměr a tedy i hmotnost. Konečně C. T. R. Wilson vypracoval postup, jak řízením expanze vodních par zajistit jejich kondenzaci pouze na záporně nabitých částicích. Touto metodou byla pro náboj elektronu získána hodnota $-1,1 \cdot 10^{-19}$ C.

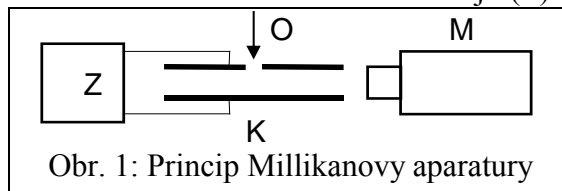
S prohlubováním znalostí o struktuře atomu vzrůstal význam pojmu elementárního náboje a tedy i význam náboje elektronu jako univerzální fyzikální konstanty a byla naléhavě pocíťována potřeba znát co nejpřesněji jeho hodnotu. Tento úkol splnil americký fyzik R. A. Millikan. Použil rovněž princip studia pohybu nabitých kapek v elektrickém a gravitačním poli. Pečlivou analýzou dané problematiky našel v postupech svých předchůdců zdroje různých chyb a systematicky je odstraňoval: místo vodních kapek, které se v průběhu měření odpařují, použil kapek hodinářského oleje, přešel na sledování pohybu jediné kapky pomocí mikroskopu, stabilizoval teplotu měřicí komory neboť na teplotě závisí viskozita vzduchu, zavedl korekci na vztlak a měřením při různých tlacích eliminoval odchylky od Stokesova vzorce. V roce 1913 publikoval získanou hodnotu $e = (1,591 \pm 0,003) \cdot 10^{-19}$ C. V letech 1936 – 1940 byla prováděna přesná měření viskozity vzduchu. Výsledky ukázaly, že hodnota kterou měl Millikan k dispozici není zcela správná. Po provedení příslušné korekce dává Millikanovo měření výsledek $e = 1,603 \cdot 10^{-19}$ C.

Millikanova práce je klasickým příkladem pečlivě provedeného experimentu, který sehrál důležitou roli při rozvoji atomové fyziky; v roce 1923 byl odměněn Nobelovou cenou za fyziku. Jinou, přesnější přímou metodu pro měření elementárního náboje se nepodařilo nalézt. Současně používané přesnější hodnoty jsou vesměs získávány nepřímými metodami, kdy se statisticky současně zpracovávají výsledky měření příbuzných veličin různými metodami. V tomto procesu tzv. adjustace jsou pak stanoveny nejvěrohodnější hodnoty jednotlivých veličin. Současně používaná hodnota elementárního náboje (podle adjustace z roku 1986 [1]) činí

$$e = 1,602\,177\,3(49) \cdot 10^{-19} \text{ C.} \quad (1)$$

b) Princip Millikanovy metody

Millikanova metoda měření náboje elektronu se zakládá na pozorování pohybu nabitých olejových kapiček v elektrickém poli. Schematický náčrt uspořádání experimentu je uveden na obr. 1. Ústřední částí aparatury je rovinný kondenzátor (K), jehož desky jsou umístěny vodorovně. Na kondenzátor lze ze zdroje (Z) vkládat napětí U různé velikosti a polarity. Olejové



kapičky z rozprašovače vstupují otvorem (O) v horní desce kondenzátoru do mezielektroodového prostoru. Zde je lze pozorovat mírně zvětšujícím mikroskopem (M). Pro pozorování jsou kapičky intenzivně osvětleny ze strany světelným zdrojem (na obr. 1 nezakreslen), takže je vidíme podobně

(jako v ultramikroskopu) jako svítící body na tmavém pozadí. V původním Millikanově uspořádání lze mezielektroodový prostor vystavit působení rentgenových paprsků, čímž je ionizován vzduch a náboje kapiček se mění. Kromě toho jsou v původním uspořádání další přístroje pro udržování konstantní teploty, pro změnu tlaku vzduchu a pod. – viz například [2,3].

Je-li na deskách kondenzátoru napětí U a mezi deskami vzdálenost d , je v prostoru kondenzátoru intenzita elektrického pole $E = U/d$. Nehledíme-li na vztlak vzduchu podle Archimedova zákona, působí na olejovou kapičku o hmotnosti m , nesoucí náboj q , jednak gravitační síla $F_g = mg$ (g je gravitační zrychlení) a jednak síla vyvolaná polem $F_e = qE$. Mezi výslednou silou $F = F_e + F_g$ a ustálenou rychlostí v_0 pohybu kapičky lze v prvním přiblížení předpokládat Stokesův vztah:

$$F = 6\pi\eta r v_0, \quad (2)$$

kde η je viskozita vzduchu a r poloměr kapičky. Ze vztahu (2) lze snadno určit rychlost klesání kapičky v nulovém elektrickém poli:

$$v_0 = \frac{mg}{6\pi\eta r}. \quad (3)$$

Bude-li síla F_e působit směrem dolů, bude kapička klesat rychlostí

$$v_1 = \frac{qE + mg}{6\pi\eta r}. \quad (4)$$

V opačném případě, bude-li $F_e > F_g$, bude kapička stoupat rychlostí

$$v_2 = \frac{qE - mg}{6\pi\eta r}. \quad (5)$$

Považujeme-li hustotu oleje ρ za známou a uvážíme-li, že $m = (4/3)\pi r^3 \rho$, zbývají v rovnicích (3) až (5) kromě rychlostí v_0 , v_1 a v_2 dvě neznámé - náboj a poloměr kapičky. Jestliže tedy změříme dvě z rychlostí, můžeme z příslušných vztahů poloměr i náboj vypočítat. Například změříme-li v_0 , a v_2 , dostaneme z (3) a (5)

$$r = \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\eta v_0}{\rho g}}, \quad (6)$$

$$q = 6\pi\eta dr \frac{v_0 + v_2}{U}. \quad (7)$$

Změříme-li naopak v_1 a v_2 , lze poloměr a náboj vypočítat ze vztahů

$$r = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\eta(v_1 - v_2)}{\rho g}}, \quad (8)$$

$$q = 3\pi\eta dr \frac{v_1 + v_2}{U}. \quad (9)$$

2. Použité experimentální uspořádání

V původním uspořádání Millikanově (viz například [2,3]) bylo použito kondenzátoru s kruhovými deskami o průměru 220 mm ve vzdálenosti 16 mm. Kapičky se pozorovaly dalekohledem a napětí na deskách kondenzátoru dosahovalo 10 kV.

Přístroj používaný v praxi je školní demonstrační zařízení vyráběné firmou PHYWE Göttingen. Ve snaze vystačit s napětími řádu stovek voltů je zde vzdálenost desek zmenšena na 2,5 mm. Kapičky mezi deskami se pozorují mikroskopem, který má v přední ohniskové rovině okuláru skleněnou planparalelní destičku se dvěma vodorovnými vrypy. Při pozorování mikroskopem vymezují tyto vrypy v předmětové rovině vzdálenost s . Změříme-li stopkami dobu t , za kterou kapička prolétne vzdálenost s , můžeme určit její rychlost $v = s/t$.

Vzhledem k nižšímu napětí U a kratší dráze s je měření v našem případě omezeno na kapky o podstatně menším průměru než tomu bylo v původní Millikanově úpravě. U menších kapek a navíc při kratší dráze se výrazněji uplatní nežádoucí vliv Brownova pohybu kapky, což zhoršuje přesnost měření.

Určení přesnosti výsledných hodnot náboje kapky a zejména pak rozhodnutí, který z obou uvedených způsobů měření (měření v_0 , a v_2 nebo měření v_1 a v_2) je z hlediska přesnosti vhodnější, není jednoduchou záležitostí. První způsob je nepochybně vhodnější pro těžké kapky, které i bez pole padají dosti rychle, takže více než dvojnásobná rychlost pádu v poli by se již obtížně určovala. Při druhém způsobu používáme vlastně dvojnásobný rozdíl mezi použitými hodnotami intenzity elektrického pole, takže by zlomek na pravé straně (9) mohl být určen s poloviční relativní chybou než je tomu u podobného zlomku v (7), pokud bychom ovšem měřili všechny rychlosti se stejnou absolutní chybou. Ve skutečnosti bude ale absolutní chyba určení větších rychlostí větší, takže uvedený rozdíl přesností nebude příliš významný. Ve vztazích (7), (9) ovšem vystupuje ještě poloměr kapky r , který počítáme podle vzorce (6), resp. (8), a vidíme ihned, že výpočet rozdílu rychlostí ve vzorci (8) může být spojen se značnou ztrátou přesnosti v případě, že rychlosti v_1 a v_2 se příliš neliší. Na tento problém narazíme při měření kapek s malými poloměry, které bez pole padají velmi pomalu - s využitím pádu v silnějším poli lze sice měření značně urychlit, ovšem pouze za cenu nesrovnatelně horší přesnosti určení r a tedy i q . Měření je pak nepochybně vhodnější provést prvním způsobem, kde se s touto potíží nesetkáme. Chceme-li přesto užít způsobu druhého, je třeba omezit možnou ztrátu přesnosti zavedením vhodného kritéria, například tak, že vyloučíme ze zpracování všechna měření, u nichž není rychlost v_1 výrazně (kupříkladu alespoň o polovinu) větší než v_2 . Nedbáme-li tohoto pravidla a naměřené hodnoty zpracujeme čistě formálně, může nepřesnost dosáhnout i takové míry, že při vyhodnocení - které bude popsáno níže - body v obr. 2 vůbec nelze jednoznačně rozřadit do skupin podle násobků elementárního náboje a výsledky měření jsou tedy bezcenné. Je zajisté nasnadě, že dostatečného rozdílu mezi rychlostmi v_1 a v_2 můžeme dosáhnout, snížíme vhodně měřicí napětí U ; pak ovšem budou rychlosti kapičky v poli srovnatelné s rychlostí jejího pádu bez pole a druhý způsob měření opět nepřináší podstatné výhody oproti prvnímu.

3. Postup a vyhodnocování měření

a) Postup měření

Z rozprašovače vstříkneme kapičky parafinového oleje do válcové nádoby v horní části přístroje. V nádobce je umístěn slabý zářič alfa tvořený isotopem ^{241}Am s poločasem rozpadu

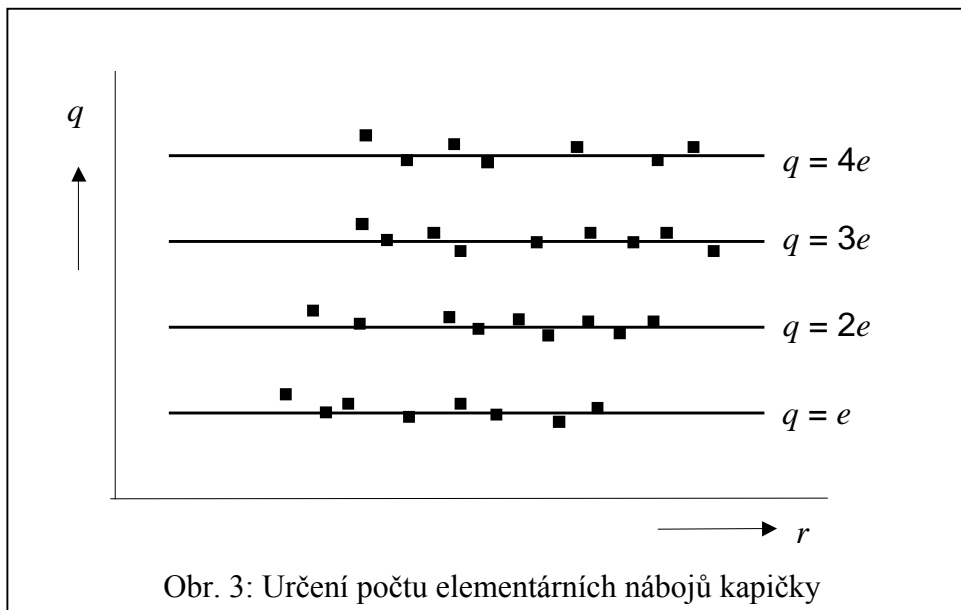
458 roků. Účinkem záření získají některé kapičky elektrický náboj. Úzkou kapilárou pak mohou proniknout mezi desky kondensátoru a tam je lze pozorovat. Na rozdíl od původního Millikanova uspořádání zde nelze měnit náboj kapiček během pozorování.

Napětí U z dostatečně stabilního zdroje se reguluje potenciometrem umístěným na podstavci přístroje a měří se připojeným voltmetrem. Na desky kondensátoru je napětí přivedeno přes třípolohový přepínač; v jeho střední poloze jsou desky zkratovány, v obou krajních polohách je na ně přiváděno dané napětí s opačnými polaritami. Po vstříknutí oleje hledáme v zorném poli kapičku, která reaguje na změny napětí při přepínání klíče. Na takovou kapičku zaostříme mikroskop. Vhodnou manipulací přepínačem ji přivedeme k okraji oblasti zorného pole mezi dvěma ryskami. Přepínáním přepínače pak necháme proběhnout kapičku dráhu mezi ryskami v obou směrech a získáme tak doby t_0, t_2 respektive t_1, t_2 potřebné k výpočtu rychlostí. Měření opakujeme s různými kapičkami. K dosažení dobrých výsledků je třeba proměřit několik desítek (minimálně 20) různých kapiček. Kvůli korekci, která bude v dalším popsána, je účelné, aby průměry kapiček ležely pokud možno v širokém rozmezí, zejména aby byly zastoupeny též kapky větších průměrů. Kapky k měření je proto třeba vhodně vybírat, vodítkem může být jejich rychlost pádu při nulovém napětí. Kapičky, které nepadají, nebo padají velmi pomalu, je třeba vyloučit z důvodů výše uvedených.

V elementárním uspořádání lze k měření dob průchodu kapiček použít stopky, jednotlivé časy ručně zaznamenávat a použít při ručním zpracování podle výše uvedených vzorců. V současné době se k měření dob průletu kapiček používá počítač, který naměřené hodnoty automaticky registruje a speciálním měřicím programem značně usnadňuje zpracování výsledků, včetně korekce na vliv Brownova pohybu. Dovoluje rovněž několikrát po sobě opakovat měření dob průchodu jedné kapičky a tak měření zpřesnit.

b) Vyhodnocování výsledků při ručním zpracování

Z naměřených hodnot rychlostí lze vypočítat náboje jednotlivých kapiček podle vztahů (6), (7), respektive (8), (9), jestliže známe všechny další veličiny s dostatečnou přesností. Tento předpoklad je oprávněný u všech veličin s výjimkou viskozity vzduchu η , jejíž přesné určení je poněkud obtížnější. Pro účely měření v praxi můžeme vycházet z hodnoty $\eta = 1,82 \cdot 10^{-5}$ N·s/m² při teplotě 23° C; při zvýšení teploty o jeden stupeň vzroste viskozita asi o 0,2%. K určení hodnoty elementárního náboje je výhodné vynést do grafu náboje jednotlivých kapiček, vypočítané podle (7) respektive (9), v závislosti na jejich poloměru



r určeném vztahem (6), resp. (8). Jednotlivé body v grafu se totiž rozpadnou do několika skupin podle velikostí náboje, jak znázorňuje obr. 2. Tím je možno pro každou kapku určit, jaký počet elementárních nábojů kapka nese. Vydělíme-li pak vypočítaný náboj q tímto počtem, dostaneme z měření na každé kapičce hodnotu elementárního náboje e .

Hodnota elementárního náboje získaná právě popsaným způsobem bývá poněkud větší než hodnota tabulková. Odchylka přitom roste s klesajícím poloměrem kapky a u kapiček s malými poloměry může dosahovat i několika desítek procent. Příčinou této systematické chyby je skutečnost, že pro kapičky, jejichž poloměr je stejného řádu jako střední volná dráha molekul vzduchu λ nebo menší, neplatí již přesně Stokesův zákon ve tvaru (2). Namísto toho je třeba použít vztah

$$F = \frac{6\pi\eta r v}{1 + A(\lambda/r)}, \quad (10)$$

v němž A je empiricky zjištěná konstanta. Jelikož střední volná dráha je nepřímo úměrná tlaku vzduchu p , je možno zavést novou konstantu B a korekci psát ve tvaru $(1+B/(r \cdot p))$. Tuto korekci můžeme chápat tak, jakoby pro malé kapičky viskozita vzduchu závisela na jejich poloměru podle vztahu

$$\eta' = \eta \left(1 + \frac{B}{r \cdot p}\right)^{-1}.$$

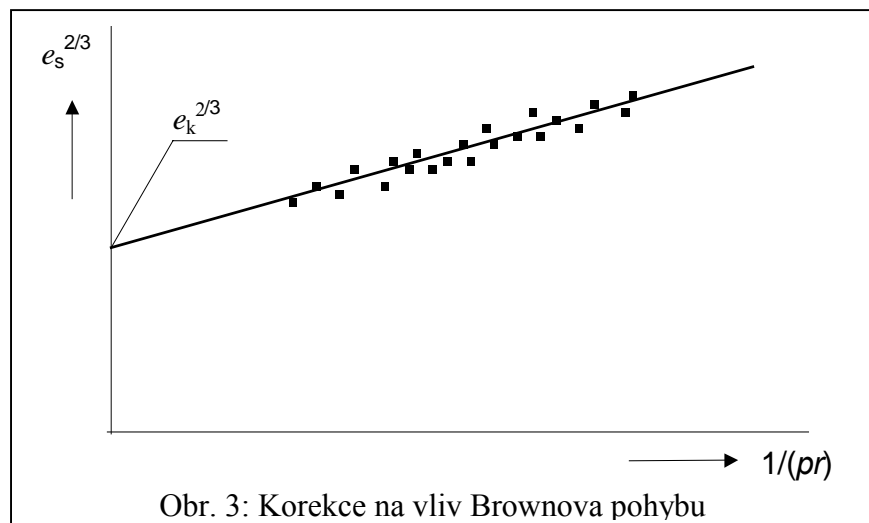
Vezmeme-li tuto skutečnost v úvahu, dostáváme pro korigované hodnoty elementárního náboje e_k vzorec

$$e_k = \frac{e_s}{\left(1 + \frac{B}{rp}\right)^{3/2}}, \quad (11)$$

v němž e_s jsou hodnoty elementárního náboje vypočítané podle vzorce (8), respektive (9) s uvážením počtu elementárních nábojů stanoveného z obrázku 2. Poslední vztah můžeme upravit také na tvar

$$e_s^{2/3} = e_k^{2/3} \left(1 + \frac{B}{rp}\right) \quad (12)$$

Podle toho vzorce můžeme korekci provést jednoduše a názorně, i když ne zcela přesně, provést tak, že hodnoty $e_s^{2/3}$ vyneseme do grafu v závislosti na veličině $1/(pr)$. Situace je kvalita-



Obr. 3: Korekce na vliv Brownova pohybu

tivně znázorněna na obr. 3.

Závislost je lineární a proložíme-li experimentálními body přímku, získáme z jejího průsečíku se svislou osou korigovanou hodnotu elementárního náboje e_k a z její směrnice můžeme určit konstantu B a také A a porovnat ji s hodnotou $A = 0,863$ plynoucí z měření Millikanových. Pro střední volnou dráhu molekul ve vzduchu přitom bereme hodnotu $95,3$ nm při tlaku 100 kPa.

c) Vyhodnocování výsledků pomocí počítače

Jak bylo již uvedeno výše, je možné pro usnadnění měření a zpracování výsledků k měřicímu přístroji Millikanova typu připojit počítač. Počítač jednak nahrazuje stopky, jednak automatizuje v podstatě celou proceduru vyhodnocování měření, popsanou v předchozím odstavci, včetně korekce na vliv Brownova pohybu. Naměřená a zpracovaná data a grafy je možné buď vytisknout, nebo uložit na určeném datovém disku počítačové sítě fakulty. Práce s programem je popsána v Dodatku 1, který je k dispozici u úlohy.

4. Parametry aparatury a pokyny pro měření

Opakujeme, že pro úspěch je důležitý výběr kapek k měření. Proto zdůrazňujeme znovu tyto zásady:

- K měření je třeba vybírat kapky, které bez elektrického pole, třeba ne příliš rychle, ale alespoň pozorovatelně padají (mikroskop převrací obraz, takže pád kapek odpovídá v mikroskopu pohybu směrem nahoru). Nedejte se zavést mylnou představou, že kapky, které bez pole nepadají, by bylo možno změřit při stoupání či klesání v poli. Tak totiž dostanete prakticky stejné rychlosti a pokud nebudou počítačem přímo vyřazeny, výsledná hodnota bude nepřesná a pro vyhodnocení nepoužitelná.
- Snažte se získat pokud možno široké spektrum poloměřů kapiček. Proto je třeba ihned po vstříknutí nové „dávky“ kapek nejdříve „chytil“ zvláště těžké kapky, které bez pole rychle padají. Později, když tyto rychle se pohybující kapky již opustí zorné pole mikroskopu, lze proměřit i kapky pomaleji padající.
- Měřené kapky pochopitelně musí reagovat na přepínání pole. Na druhé straně však nesmí reagovat velmi silně; kapky silně reagující na pole totiž nesou velký náboj a mnohanásobek elementárního náboje je obtížné rozdělit do skupin a určit o kolikanásobek elementárního náboje se jedná. Počítač proto velké náboje nezobrazuje a nebere v úvahu.
- Abychom mohli získat praktické zkušenosti pro posouzení, zda je náboj kapky příliš velký, je žádoucí při hledání kapek nastavit nejprve maximální hodnotu napětí. To je dobré také proto, abychom poznali, zda kapku vůbec lze měřit. (Kapku, kterou ani nejsilnějším polem nelze „vytáhnout nahoru“ a která stále padá jedním směrem, totiž měřit nelze.) Po vybrání vhodné kapky lze napětí snížit tak, aby se kapka nepohybovala příliš rychle a případně aby se rychlosti stoupání a pádu v poli (pokud se měří doby t_1 , t_2) dostatečně lišily. Znovu připomínáme, že jestliže je třeba napětí značně snížit, má kapka patrně veliký náboj a tím pro měření není vhodná.
- Měření proveďte nejméně na dvaceti kapičkách.
- Pro ionizaci je použito záření α nuklidu ^{241}Am s poločasem rozpadu 458 roků.

Posluchačům není dovoleno manipulovat se zářičem!

Hodnoty některých používaných veličin

- Hustota parafinového oleje: $\rho = 824$ kg/m³.
- Viskozita vzduchu při 23 °C: $= 1,82 \cdot 10^{-5}$ N·s/m².
- Vzdálenost desek kondensátoru: $d = 2,50$ mm.

- Dráha kapičky mezi ryskami v zorném poli mikroskopu $s = 0,6$ mm.

Literatura :

[1] E.C. Cohen, B. H. Taylor: Physics Today (1991)

[2]. J. Brož, V. Roskovec: Základní fyzikální konstanty, SPN, Praha 1987

[3]. J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření (I), SPN, Praha 1983