Cvičení z matematické analýzy 3

Nekonečné číselné řady, kritéria konvergence

20. 2. 2018

Náplň cvičení

1. Organizace předmětu
2. Nekonečné číselné řady
   - Základní pojmy (opakování z přednášky)
   - Příklady
3. Kritéria konvergence řad s kladnými členy
   - Základní pojmy
   - Příklady

Podmínky pro udělení zápočtu

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou dvě absence

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou dvě absence
- úspěšně zvládnuté zápočtové testy

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou dvě absence
- úspěšně zvládnuté zápočtové testy
  - 1. zápočtová písemka v 5. cvičení (20. 3.)
  - 2. zápočtová písemka v 10. cvičení (24. 4.)

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou dvě absence
- úspěšně zvládnuté zápočtové testy
  - 1. zápočtová písemka v 5. cvičení (20. 3.)
  - 2. zápočtová písemka v 10. cvičení (24. 4.)
  - nutnost získat alespoň 50 % bodů z každé

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou dvě absence
- úspěšně zvládnuté zápočtové testy
  - 1. zápočtová písemka v 5. cvičení (20. 3.)
  - 2. zápočtová písemka v 10. cvičení (24. 4.)
  - nutnost získat alespoň 50 % bodů z každé

    v první polovině zkouškového období možnost opravy

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou dvě absence
- úspěšně zvládnuté zápočtové testy
  - 1. zápočtová písemka v 5. cvičení (20. 3.)
  - 2. zápočtová písemka v 10. cvičení (24. 4.)
  - nutnost získat alespoň 50 % bodů z každé

    v první polovině zkouškového období možnost opravy

Poslední cvičení bude kvůli státním svátkům (1. 5. a 8. 5.) už 24. 4., předpokládá se proto, že studenti budou chodit na cvičení připraveni, ať se navzájem zbytečně nezdržujeme a ať nezbývá mnoho látky k samostudiu.

Podmínky pro udělení zápočtu

- aktivní účast
  - zapojování se do cvičení (předpokládá znalost pojmů z přednášky)
  - povoleny (avšak silně nedoporučeny) jsou dvě absence
- úspěšně zvládnuté zápočtové testy
  - 1. zápočtová písemka v 5. cvičení (20. 3.)
  - 2. zápočtová písemka v 10. cvičení (24. 4.)
  - nutnost získat alespoň 50 % bodů z každé

    v první polovině zkouškového období možnost opravy

Poslední cvičení bude kvůli státním svátkům (1. 5. a 8. 5.) už 24. 4., předpokládá se proto, že studenti budou chodit na cvičení připraveni, ať se navzájem zbytečně nezdržujeme a ať nezbývá mnoho látky k samostudiu.

Pro úspěšné zvládnutí předmětu je domácí propočítávání příkladů nezbytné.

Nekonečné číselné řady

Základní pojmy

Definice: nekonečná číselná řada, posloupnost částečných součtů, součet řady

Základní pojmy

Definice: nekonečná číselná řada, posloupnost částečných součtů, součet řady

- Nechť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel. Symbol $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots$x se nazývá **nekonečná číselná řada**.

Základní pojmy

Definice: nekonečná číselná řada, posloupnost částečných součtů, součet řady

- Nechť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel. Symbol $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots x$ se nazývá **nekonečná číselná řada**.
- Výraz $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ se nazývá **posloupnost částečných součtů řady** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Základní pojmy

Definice: nekonečná číselná řada, posloupnost částečných součtů, součet řady

- Nechť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel. Symbol $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots x$ se nazývá **nekonečná číselná řada**.
- Výraz $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ se nazývá **posloupnost částečných součtů řady** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- Jestliže existuje $\lim_{n\to\infty} s_n = s$, nazývá se součet řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$; řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje.

Základní pojmy

Definice: nekonečná číselná řada, posloupnost částečných součtů, součet řady

- Nechť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel. Symbol $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots x$ se nazývá **nekonečná číselná řada**.
- Výraz $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ se nazývá **posloupnost částečných součtů řady** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- Jestliže existuje $\lim_{n\to\infty} s_n = s$, nazývá se součet řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$; řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje.
- V opačném případě ($\lim_{n\to\infty} s_n$ neexistuje, nebo je $\lim_{n\to\infty} s_n = \pm\infty$) řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ součet nemá; říkáme, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje.

Příklady

Určete součet řady

Příklady

Určete součet řady

1. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$

Příklady

Určete součet řady

1. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

Příklady

Určete součet řady

1. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

2. $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$

Příklady

Určete součet řady

1. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

2. $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$

Příklady

Určete součet řady

1. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$
2. $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$

Příklady

Určete součet řady

1. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$
2. $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

Příklady

Určete součet řady

1. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$
2. $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

Vyjádřete ve tvaru zlomku

Příklady

Určete součet řady

1. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$
2. $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

Vyjádřete ve tvaru zlomku

1. $-0,\overline{12}$

Příklady

Určete součet řady

1. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$
2. $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

Vyjádřete ve tvaru zlomku

1. $-0,\overline{12}$ $\left[-\frac{4}{33}\right]$

Příklady

Určete součet řady

1. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$
2. $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

Vyjádřete ve tvaru zlomku

1. $-0,\overline{12}$ $\left[-\frac{4}{33}\right]$
2. $0,07\overline{8}$

Příklady

Určete součet řady

1. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ $\left[\frac{2}{3}\right]$
2. $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$ $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2^n}{6^n}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

Vyjádřete ve tvaru zlomku

1. $-0,\overline{12}$ $\left[-\frac{4}{33}\right]$
2. $0,07\overline{8}$ $\left[\frac{71}{900}\right]$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$ [2]

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$ [2]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme “snadno” vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$ [2]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$ $(s_n - \log 2 s_n)$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$ [2]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$ $(s_n - \log 2 s_n)$ $\left[\frac{1}{(1-log 2)^2}\right]$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$ [2]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$ $(s_n - \log 2 s_n)$ $\left[\frac{1}{(1-log 2)^2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\quad\left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$ $\quad[2]$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$ $\quad(s_n - \log 2 s_n)$ $\quad\left[\frac{1}{(1-log 2)^2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$ $\quad\left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n\right)$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$ [2]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$ $(s_n - \log 2 s_n)$ $\left[\frac{1}{(1-log2)^2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$ $\left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n\right)$ $\left[\frac{3}{(3-sina)^2}\right]$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\left(s_n - \frac{1}{2} s_n\right)$ [2]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$ $\left(s_n - \log 2 s_n\right)$ $\left[\frac{1}{(1-log 2)^2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$ $\left(s_n - \frac{\sin a}{3} s_n\right)$ $\left[\frac{3}{(3-sin a)^2}\right]$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$ $\quad [2]$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$ $\quad \left(s_n - \log 2 s_n\right)$ $\quad \left[\frac{1}{(1-log 2)^2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$ $\quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n\right)$ $\quad \left[\frac{3}{(3-sin a)^2}\right]$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ $\quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$ [2]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$ $\left(s_n - \log 2 s_n\right)$ $\left[\frac{1}{(1-log2)^2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$ $\left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n\right)$ $\left[\frac{3}{(3-sina)^2}\right]$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ $\left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ [1]

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\quad \left(s_n - \frac{1}{2} s_n\right)$ $\quad [2]$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$ $\quad (s_n - \log 2 s_n)$ $\quad \left[\frac{1}{(1-log2)^2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$ $\quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3} s_n\right)$ $\quad \left[\frac{3}{(3-sina)^2}\right]$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ $\quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ $\quad [1]$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$ $\quad [2]$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$ $\quad (s_n - \log 2 s_n)$ $\quad \left[\frac{1}{(1-log2)^2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$ $\quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n\right)$ $\quad \left[\frac{3}{(3-sina)^2}\right]$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ $\quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ $\quad [1]$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$ $\quad \left(\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3n} - \frac{1}{3(n+3)}\right)$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$	$\left(s_n - \frac{1}{2} s_n\right)$	$[2]$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$	$(s_n - \log 2 s_n)$	$\left[\frac{1}{(1-log2)^2}\right]$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$	$\left(s_n - \frac{\sin a}{3} s_n\right)$	$\left[\frac{3}{(3-sina)^2}\right]$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$	$\left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$	$[1]$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$	$\left(\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3n} - \frac{1}{3(n+3)}\right)$	$\left[\frac{11}{18}\right]$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$ $\quad [2]$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$ $\quad (s_n - \log 2 s_n)$ $\quad \left[\frac{1}{(1-log2)^2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$ $\quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n\right)$ $\quad \left[\frac{3}{(3-sina)^2}\right]$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ $\quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ $\quad [1]$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$ $\quad \left(\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3n} - \frac{1}{3(n+3)}\right)$ $\quad \left[\frac{11}{18}\right]$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+4)}$

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$	$\left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$	[2]
2	$\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$	$(s_n - \log 2 s_n)$	$\left[\frac{1}{(1-log 2)^2}\right]$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$	$\left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n\right)$	$\left[\frac{3}{(3-sin a)^2}\right]$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$	$\left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$	[1]
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$	$\left(\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3n} - \frac{1}{3(n+3)}\right)$	$\left[\frac{11}{18}\right]$
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+4)}$	$\left(\frac{1}{(n+1)(n+4)} = \frac{1}{3(n+1)} - \frac{1}{3(n+4)}\right)$	

Příklady

V následujících příkladech využijeme

- úpravy výrazu s_n (hledáme "snadno" vyčíslitelný výraz $s_n - ks_n$);
- rozklad výrazu a_n na parciální zlomky.

Určete součet řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\quad \left(s_n - \frac{1}{2}s_n\right)$ $\quad [2]$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n(\log 2)^{n-1}$ $\quad (s_n - \log 2 s_n)$ $\quad \left[\frac{1}{(1-log2)^2}\right]$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\sin a)^{n-1}}{3^n}$ $\quad \left(s_n - \frac{\sin a}{3}s_n\right)$ $\quad \left[\frac{3}{(3-sina)^2}\right]$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ $\quad \left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$ $\quad [1]$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$ $\quad \left(\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3n} - \frac{1}{3(n+3)}\right)$ $\quad \left[\frac{11}{18}\right]$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+4)}$ $\quad \left(\frac{1}{(n+1)(n+4)} = \frac{1}{3(n+1)} - \frac{1}{3(n+4)}\right)$ $\quad \left[\frac{13}{36}\right]$

Kritéria konvergence řad s kladnými členy

Základní pojmy

Kritéria konvergence

Základní pojmy

Kritéria konvergence

- **Srovnávací**: nechť $a_n \leq b_n$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N}$, pak
  - je-li $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergentní, je i $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergentní;
  - je-li $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergentní, je i $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentní.

Základní pojmy

Kritéria konvergence

- **Srovnávací**: nechť $a_n \leq b_n$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N}$, pak
  - je-li $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergentní, je i $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergentní;
  - je-li $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergentní, je i $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentní.
- **Podílové**: nechť od jistého $n_0 \in \mathbb{N}$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq n_0$
  - $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} < 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní;
  - $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní.

Základní pojmy

Kritéria konvergence

- **Srovnávací**: nechť $a_n \leq b_n$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N}$, pak
  - je-li $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergentní, je i $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergentní;
  - je-li $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergentní, je i $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentní.
- **Podílové**: nechť od jistého $n_0 \in \mathbb{N}$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq n_0$
  - $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} < 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní;
  - $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní.
- **Limitní podílové**: jestliže existuje $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$, pak
  - $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní pro $0 \leq q < 1$;
  - $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní pro $q > 1$;
  - je-li $q = 1$, nelze o konvergenci či divergenci podle tohoto kritéria rozhodnout.

Základní pojmy

Kritéria konvergence - pokračování

- **Odmocninové**: nechť od jistého $n_0 \in \mathbb{N}$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq n_0$
  - $\sqrt[n]{a_n} < 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní;
  - $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní.

Základní pojmy

Kritéria konvergence - pokračování

- **Odmocninové**: nechť od jistého $n_0 \in \mathbb{N}$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq n_0$
  - $\sqrt[n]{a_n} < 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní;
  - $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní.

Základní pojmy

Kritéria konvergence - pokračování

- **Odmocninové**: nechť od jistého $n_0 \in \mathbb{N}$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq n_0$
  - $\sqrt[n]{a_n} < 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní;
  - $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní.
- **Limitní odmocninové**: jestliže existuje $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q$, pak
  - $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní pro $0 \leq q < 1$;
  - $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní pro $q > 1$;
  - je-li $q = 1$, nelze o konvergenci či divergenci podle tohoto kritéria rozhodnout.

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [divergue (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\sum \frac{1}{3^n}$)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\sum \frac{1}{3^n}$)]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\sum \frac{1}{3^n}$)]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$ [konverguje (podle podílového krit.)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\sum \frac{1}{3^n}$)]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$ [konverguje (podle podílového krit.)]
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+1}}{2^{3n-1}}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\sum \frac{1}{3^n}$)]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$ [konverguje (podle podílového krit.)]
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+1}}{2^{3n-1}}$ [diverguje (podle podílového krit.)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^{n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\left(3+\frac{1}{n^2}\right)^n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\left(3+\frac{1}{n^2}\right)^n}$ [konverguje (podle odm. krit.)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\left(3+\frac{1}{n^2}\right)^n}$ [konverguje (podle odm. krit.)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\left(3+\frac{1}{n^2}\right)^n}$ [konverguje (podle odm. krit.)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ [diverguje (podle srovn. resp. integr. krit.)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\left(3+\frac{1}{n^2}\right)^n}$ [konverguje (podle odm. krit.)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ [diverguje (podle srovn. resp. integr. krit.)]
4. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{n^4-9}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\left(3+\frac{1}{n^2}\right)^n}$ [konverguje (podle odm. krit.)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ [diverguje (podle srovn. resp. integr. krit.)]
4. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{n^4-9}$ [konverguje (podle srovn. krit.)]