Cvičení z matematické analýzy 3

Kritéria konvergence, alternující řady

27. 2. 2018

Náplň cvičení

1. Kritéria konvergence řad s kladnými členy
   - Základní pojmy
   - Příklady
2. Alternující řady
   - Základní pojmy
   - Absolutní konvergence
   - Příklady
3. D.Ú.

Literatura

- Hájek, J., Dula, J.; *Cvičení z matematické analýzy - Nekonečné řady*. MU Brno, 1994.
- Došlá, Z., Novák, V.; *Nekonečné řady*. MU Brno, 2013.

Kritéria konvergence řad s kladnými členy

Základní pojmy

Kritéria konvergence

Základní pojmy

Kritéria konvergence

- **Nutná podmínka konvergence**: Jestliže řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje, pak platí $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

  Věta má tvar implikace, znamená to tedy, že
  - je-li $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$, pak řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje;
  - vlastnost $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ obecně není dostatečná pro to, aby řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergovala.

Základní pojmy

Kritéria konvergence

- **Nutná podmínka konvergence**: Jestliže řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje, pak platí $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

  Věta má tvar implikace, znamená to tedy, že

  - je-li $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$, pak řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje;
  - vlastnost $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ obecně není dostatečná pro to, aby řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergovala.

- **Srovnávací**: nechť $a_n \leq b_n$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N}$, pak
  - je-li $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergentní, je i $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergentní;
  - je-li $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergentní, je i $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentní.

Základní pojmy

Kritéria konvergence

- **Nutná podmínka konvergence**: Jestliže řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje, pak platí $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

  Věta má tvar implikace, znamená to tedy, že
  - je-li $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$, pak řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje;
  - vlastnost $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ obecně není dostatečná pro to, aby řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergovala.
- **Srovnávací**: nechť $a_n \leq b_n$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N}$, pak
  - je-li $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergentní, je i $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergentní;
  - je-li $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergentní, je i $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentní.
- **Podílové**: nechť od jistého $n_0 \in \mathbb{N}$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq n_0$
  - $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} < 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní;
  - $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní.

Základní pojmy

Kritéria konvergence - pokračování

Základní pojmy

Kritéria konvergence - pokračování

- **Limitní podílové**: jestliže existuje $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$, pak
  - $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní pro $0 \leq q < 1$;
  - $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní pro $q > 1$;
  - je-li $q = 1$, nelze o konvergenci či divergenci podle tohoto kritéria rozhodnout.

Kritéria konvergence - pokračování

- **Limitní podílové**: jestliže existuje $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$, pak
  - $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní pro $0 \leq q < 1$;
  - $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní pro $q > 1$;
  - je-li $q = 1$, nelze o konvergenci či divergenci podle tohoto kritéria rozhodnout.
- **Odmocninové**: nechť od jistého $n_0 \in \mathbb{N}$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq n_0$
  - $\sqrt[n]{a_n} < 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní;
  - $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní.

Základní pojmy

Kritéria konvergence - pokračování

- **Limitní podílové**: jestliže existuje $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$, pak
  - $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní pro $0 \le q < 1$;
  - $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní pro $q > 1$;
  - je-li $q = 1$, nelze o konvergenci či divergenci podle tohoto kritéria rozhodnout.
- **Odmocninové**: nechť od jistého $n_0 \in \mathbb{N}$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N},\ n \ge n_0$
  - $\sqrt[n]{a_n} < 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní;
  - $\sqrt[n]{a_n} \ge 1$, pak $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní.
- **Limitní odmocninové**: jestliže existuje $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q$, pak
  - $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je konvergentní pro $0 \le q < 1$;
  - $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je divergentní pro $q > 1$;
  - je-li $q = 1$, nelze o konvergenci či divergenci podle tohoto kritéria rozhodnout.

Základní pojmy

Kritéria konvergence - dokončení

Základní pojmy

Kritéria konvergence - dokončení

- **Integrální kritérium**: Nechť pro řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s kladnými členy existuje spojitá funkce $f(x)$, pro kterou platí:
  - $f(x)$ je nerostoucí na intervalu $\langle K, \infty)$ pro nějaké $K \in \mathbb{R}$;
  - od jistého $n_0 \in \mathbb{N}$ platí pro $\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq n_0$: $f(n) = a_n$

  Existuje-li vlastní limita $lim_{t \to \infty} \int_K^t f(x)dx$, řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje.

  Je-li $lim_{t \to \infty} \int_K^t f(x)dx = \infty$, řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje.

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\sum \frac{1}{3^n}$)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\sum \frac{1}{3^n}$)]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\sum \frac{1}{3^n}$)]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$ [konverguje (podle podílového krit.)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\sum \frac{1}{3^n}$)]

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$ [konverguje (podle podílového krit.)]

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+1}}{2^{3n-1}}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\frac{1}{2^n}$)]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ [diverguje (podle srov. krit. s harmonickou řadou)]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)3^n}$ [konverguje (podle srov. krit. s řadou $\sum \frac{1}{3^n}$)]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$ [konverguje (podle podílového krit.)]
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+1}}{2^{3n-1}}$ [diverguje (podle podílového krit.)]

Rozhodněte o konvergenci řady

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$ [konvergује (podle odm. krit.)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\left(3+\frac{1}{n^2}\right)^n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\left(3+\frac{1}{n^2}\right)^n}$ [konverguje (podle odm. krit.)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\left(3+\frac{1}{n^2}\right)^n}$ [konverguje (podle odm. krit.)]
3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\left(3+\frac{1}{n^2}\right)^n}$ [konverguje (podle odm. krit.)]
3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ [diverguje (podle srovn. resp. integr. krit.)]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\left(3+\frac{1}{n^2}\right)^n}$ [konverguje (podle odm. krit.)]

3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ [diverguje (podle srovn. resp. integr. krit.)]

4. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{n^4-9}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ [konverguje (podle odm. krit.)]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\left(3+\frac{1}{n^2}\right)^n}$ [konverguje (podle odm. krit.)]
3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ [diverguje (podle srovn. resp. integr. krit.)]
4. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{n^4-9}$ [konverguje (podle srovn. krit.)]

Alternující řady

Základní pojmy

Základní pojmy

Alternující řada

Nekonečná řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ se nazývá **alternující**, jestliže pro $\forall n \in \mathbb{N}$ platí

$$\operatorname{sgn} a_{n+1} = -\operatorname{sgn} a_n$$

Základní pojmy

Alternující řada

Nekonečná řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ se nazývá **alternující**, jestliže pro $\forall n \in \mathbb{N}$ platí

$$\operatorname{sgn} a_{n+1} = -\operatorname{sgn} a_n$$

Kritérium konvergence (Leibnizovo)

Nechť a_n je nerostoucí posloupnost kladných čísel. Pak alternující řada $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$ konverguje právě tehdy, když platí $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

Věta má tvar ekvivalence, znamená to tedy (mimo jiné), že

- je-li $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, pak řada $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$ konverguje;
- vlastnost $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ je nutná i dostatečná podmínka konvergence řady $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$.

Absolutní konvergence číselných řad

Absolutní konvergence číselných řad

Konverguje-li řada $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, konverguje i řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Absolutní konvergence číselných řad

Konverguje-li řada $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, konverguje i řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Absolutní/neabsolutní konvergence

- Říkáme, že řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ **konverguje absolutně**, jestliže konverguje řada $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$.
- Říkáme, že řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ **konverguje neabsolutně**, jestliže řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje a řada $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ diverguje.

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}n}{5n-2}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{5n-2}$ [diverguje]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}n}{5n-2}$ [diverguje]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\sqrt[n]{n}}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{5n-2}$ [diverguje]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\sqrt[n]{n}}$ [diverguje]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}n}{5n-2}$ [diverguje]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\sqrt[n]{n}}$ [diverguje]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{1+n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{5n-2}$ [diverguje]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\sqrt[n]{n}}$ [diverguje]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{1+n}$ [konverguje neabsolutně]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{5n-2}$ [diverguje]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\sqrt[n]{n}}$ [diverguje]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{1+n}$ [konverguje neabsolutně]
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{n\sqrt{n}}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}n}{5n-2}$ [diverguje]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\sqrt[n]{n}}$ [diverguje]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{1+n}$ [konverguje neabsolutně]
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{n\sqrt{n}}$ [konverguje absolutně]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{5n-2}$ [diverguje]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\sqrt[n]{n}}$ [diverguje]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{1+n}$ [konverguje neabsolutně]
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{n\sqrt{n}}$ [konverguje absolutně]
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n} \ln n}{n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{5n-2}$ [diverguje]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\sqrt[n]{n}}$ [diverguje]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{1+n}$ [konverguje neabsolutně]
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{n\sqrt{n}}$ [konverguje absolutně]
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n} \ln n}{n}$ [konverguje neabsolutně]

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{5n-2}$ [diverguje]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\sqrt[n]{n}}$ [diverguje]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{1+n}$ [konverguje neabsolutně]
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{n\sqrt{n}}$ [konverguje absolutně]
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n} \ln n}{n}$ [konverguje neabsolutně]
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{n-\ln n}$

Příklady

Rozhodněte o konvergenci (absolutní/neabsolutní) řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n-1}$ [konverguje neabsolutně]
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$ [konverguje absolutně]
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{5n-2}$ [diverguje]
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{\sqrt[n]{n}}$ [diverguje]
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{1+n}$ [konverguje neabsolutně]
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{n\sqrt{n}}$ [konverguje absolutně]
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n} \ln n}{n}$ [konverguje neabsolutně]
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{n-\ln n}$ [konverguje neabsolutně]

Domácí úkol

Vypracujte a do odevzdávárny v IS vložte nejpozději do 5. 3. do 23:59

1. Určete součet řady
   a) $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \dots$
   b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(n+6)(n+2)}$
   c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$
2. Zjistěte, je-li splněna nutná podmínka konvergence řady $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{6}{27} + \frac{8}{81} + \dots$
3. Rozhodněte o konvergenci řady
   a) $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{5}{\sqrt{2\cdot 3^2}} + \frac{9}{\sqrt{3\cdot 3^3}} + \frac{13}{\sqrt{4\cdot 3^4}} + \dots$
   b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}$
   c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}$
4. Rozhodněte o (ne)absolutní konvergenci či divergenci řady $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n-1)^2}$