Otázka 27: O součtu pstí: při klasickém modelu psti pro jakékoli náhodné jevy platí

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) -$$

$$- P(A_1 \cap A_2) - P(A_1 \cap A_3) - \dots - P(A_1 \cap A_n) -$$

$$- P(A_2 \cap A_3) - P(A_2 \cap A_4) - \dots - P(A_2 \cap A_n) - \dots - P(A_{n-1} \cap A_n)$$

$+ P$ (průniky trojprvkových množin)

$$- \dots + (-1)^{n+1} P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n)$$

Př.: 4 osoby si v divadle do šatny uschovaly klobouk. Šatnářka po představení vydává klobouky náhodně. Jaká je pst, že aspoň jedna z osob dostane svůj klobouk správně?

A_1 ... osoba č. 1 dostane správný klobouk
A_2 ... 2 —‖—
A_3 ... 3 —‖—
A_4 ... 4 —‖—

$$P(\text{zadání}) = P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4)$$

$$- P(A_1 \cap A_2) - P(A_1 \cap A_3) - P(A_1 \cap A_4) - P(A_2 \cap A_3) - P(A_2 \cap A_4) - P(A_3 \cap A_4) +$$

$$+ P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_4) + P(A_1 \cap A_3 \cap A_4) + P(A_2 \cap A_3 \cap A_4) -$$

$$- P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) =$$

1. osoba dostala dobře, ostatní dostaly náhodně

$$= \frac{1}{24}\left(3! + 3! + 3! + 3! - 2! - 2! - 2! - 2! - 2! - 2! + 1 + 1 + 1 + 1 - 1\right) = \frac{15}{24} = \underline{0{,}625}$$

1. a 2. osoba dostaly dobře, další dvě náhodně

4! všechny možné případy rozdělení klobouků