**IMAk02 Základy algebry - Samostatná zápočtová práce**

1. Jsou dány množiny *A = {a, b, c, d}* a *B = {1, 2, 3, 4}.* Rozhodněte a zdůvodněte, zda následující binární relace z množiny *A* do množiny *B* jsou zobrazení. Pokud ano, určete přesně typ zobrazení:

*a) R1 = {[b, 1], [c, 2], [d, 3]},*

*b) R2 = {[a, 1], [b, 2], [a, 3]},*

*c) R3 = {[a, 1], [b, 3], [c, 2], [d, 4]},*

*d) R4 = {[a, 1], [b, 1], [c, 1], [d, 1]}.*

2. Rozhodněte a zdůvodněte, která z následujících množin je ekvivalentní s množinou všech přirozených čísel ***N***. Které z uvedených množin jsou nekonečné?

*A = {*1*,* $\frac{1}{2}$ *,* $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, …$*},* *B = {7, 6, 4, a, x}, D = {x ∈* ***N****: x = 5n ∧ n ∈* ***N****}.*

3. Zjistěte, které z vlastností *ND, A, K, EN, EI, ZR* mají operace \*, ∘, △ definované v množině *M = {a, b, c}*:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| \* | *a* | *b* | *c* |
| *a* | *b* | *a* | *c* |
| *b* | *a* | *b* | *c* |
| *c* | *c* | *c* | *c* |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ∘ | *a* | *b* | *c* |
| *a* | *c* | *c* | *c* |
| *b* | *c* | *c* | *c* |
| *c* | *c* | *c* | *c* |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| △ | *a* | *b* | *c* |
| *a* | *c* |  | *a* |
| *b* |  | *c* | *b* |
| *c* | *a* | *b* | *c* |

Dále určete neutrální a agresivní prvky, pokud existují. Stanovte přesně typ každé algebraické struktury, kterou množina *M* spolu s jednotlivými operacemi tvoří.

4. Rozhodněte a zdůvodněte, které z vlastností *ND, A, K, EN, EI, ZR* mají následující operace (***C*** je množina všech celých čísel):

a) ∘ *= {[x, y. z]∈* ***N3****: z = x + 2y}* neboli *x* ∘ *y = x + 2y,*

b) \* *= {[x, y. z]∈* ***C3****: z = x + y + 1}* neboli *x* \* *y = x + y + 1.*

5. Určete přesně typ algebraických struktur s jednou operací (***Q*** je množina všech racionálních čísel, ***Q****0+*je množina všech nezáporných racionálních čísel):

*(****N****, +), (****N****,* ***·****), (****N****, −), (****Q****0+, +), (****Q****0+,* ***·****), (****Q****−{0}, +), (****Q****−{0},* ***·****).*

6. Určete přesně typ algebraických struktur se dvěma operacemi:

*(****N****, +,* ***·****), (****Q****0+, +,* ***·****), (****Q****−{0}, +,* ***·****).*

7. Je dána množina *M = {a, b,}.* Určete přesně typ algebraických struktur

*(*P*(M), ∪), (*P*(M), ∩), (*P(*M), −), (*P*(M), △), (*P*(M), ∪, ∩), (*P*(M), ∩, ∪),*

kde P*(M)* je potenční system množiny *M*. Platí uvedené závěry i pro všechny množiny *M*, které mají nejméně dva prvky?