

Výběr příkladů na výpočet limit

A. Úprava výrazů

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^3 + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 3}{\sqrt{x + 4} - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} \quad [\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1]$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4}{x^2 + 2} - \frac{x}{\sin x} \right)$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot \operatorname{tg}^2 x}{2x^2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x + 1} - 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} (4x^3 - x^2 + x + 2)$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -\infty} (4x^3 - x^2 + x + 2)$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + 5}{x^2 + x - 2}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 - x + 2}{3x^3 + x^2 + x + 4}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 5}{2x^3 - x^2 + 4}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 6x}{3x + 1}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x^2 + 1}}{x}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x - 2} - \sqrt{x})$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right)$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 + x} - x)$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \cdot \sin x}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 2x} \quad [\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1]$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + x^4 + 1}{3 \cdot 2^x + x^2 - 1}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot \log_6 x - 3^{x+1} + 15x^6}{3 \cdot \log_6 x + 3^x - 5x^6}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$$

B. Limita a spojitost složené funkce

$$1. \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} e^{\cotg x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (5^{\frac{1}{x}} + 2)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{x^2+1}{x+1}}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln \frac{1}{x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} 2^{\frac{3x}{x+2}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \arctg \frac{x^2 + 1}{3x + 1}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \arctg \frac{x-1}{x^2}$$

C. Limity typu $\frac{k}{0}$ v bodech nespojitosti

Určete body, ve kterých funkce $f(x)$ není definovaná, a vypočtěte jednostranné limity v těchto bodech a v nevlastních bodech.

$$1. f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$$

$$2. f(x) = \frac{1}{x^3 - x^2}$$

$$3. f(x) = \frac{2x}{(x-1)^2}$$

$$4. f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 3x + 2}$$

$$5. f(x) = \frac{x+2}{(x-2)^6}$$

$$6. f(x) = \frac{x+2}{(x-2)^5}$$

Výsledky

A. Úprava výrazů

1. $\left[\frac{2}{3}\right]$, 2. [2], 3. $\left[-\frac{1}{56}\right]$, 4. $\left[\frac{2}{3}\right]$, 5. [1], 6. $\left[\frac{3}{2}\right]$, 7. [8], 8. $[\infty]$, 9. $[-\infty]$, 10. $[\infty]$, 11. $\left[\frac{4}{3}\right]$, 12. [0], 13. [-2],
14. [2], 15. [0], 16. [0], 17. $[\infty]$, 18. [3], 19. [1], 20. $\left[\frac{1}{3}\right]$, 21. [-3], 22. [2]

B. Limita a spojitost složené funkce

1. [0], 2. [3], 3. [0], 4. $[\infty]$, 5. [8], 6. $\left[\frac{\pi}{2}\right]$, 7. [1], 8. $\left[-\frac{\pi}{2}\right]$

C. Limity typu $\frac{k}{0}$ v bodech nespojitosti

1. $\left[\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0\right]$
2. $\left[\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0\right]$
3. $\left[\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0\right]$
4. $\left[\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0\right]$
5. $\left[\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0\right]$
6. $\left[\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0\right]$