

## Výběr příkladů na derivace

### A. Využití základních vzorců

Zderivujte následující funkce:

$$1. f(x) = \frac{x^2 \cdot \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$$

$$2. f(x) = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$$

$$3. f(x) = \sqrt{x} \cdot x^2$$

$$4. f(x) = x^2 \cdot \ln x$$

$$5. f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$6. f(x) = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

### B. Derivace složené funkce

Zderivujte následující funkce:

$$1. f(x) = \sin^4 x$$

$$2. f(x) = e^{x^2 - 2x + 1}$$

$$3. f(x) = \ln^3(x^2 - 1)$$

$$4. f(x) = \operatorname{tg}^3 2x$$

$$5. f(x) = 5^{x^2 - 1} + 3$$

$$6. f(x) = x^2 \cdot \sqrt{1 + x^2}$$

$$7. f(x) = \frac{1}{(5 - 2x)^2}$$

$$8. f(x) = \ln \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$$

$$9. f(x) = \arccos \frac{1 - x}{\sqrt{2}}$$

$$10. f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1 + x}{1 - x}$$

### C. Úprava funkce před stanovením derivace

Zderivujte následující funkce:

$$1. f(x) = x^x$$

$$2. f(x) = x^{\ln x}$$

$$3. f(x) = x^{\sin x}$$

## D. Tečna a normála funkce

1. Napište rovnici tečny a normály grafu dané funkce v bodě  $T = [x_0, y_0]$ .

a)  $f(x) = \frac{3x - 1}{2x + 3}, T = [2, ?]$

b)  $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x + 1}, T = \left[-\frac{1}{2}, ?\right]$

c)  $f(x) = \frac{8}{x^2 + 4}, T = [2, ?]$

d)  $f(x) = x \cdot \ln x, T = [e, ?]$

2. Napište rovnici tečny a normály

a) ke kružnici  $x^2 + y^2 = 2$  v jejím bodě  $[1, -1]$

b) k parabole  $y^2 = x$  v jejím bodě  $[4, -2]$

3. Napište rovnici tečny ke křivce  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ , která svírá úhel  $\varphi = 45^\circ$  s osou  $x$ .

4. Napište rovnici tečny ke křivce  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ , je-li tečna rovnoběžná s přímkou  $p: 3x - y + 5 = 0$ .

## Výsledky

### A. Využití základních vzorců

1.  $\left[\frac{11}{6} \cdot \sqrt[6]{x^5}\right]$ , 2.  $\left[\frac{(x-1) \cdot \sqrt{x}}{2x^2}\right]$ , 3.  $\left[\frac{5}{2} \cdot x^{\frac{3}{2}}\right]$ , 4.  $[x \cdot (2 \ln x + 1)]$ , 5.  $\left[-\frac{4x}{(x^2-1)^2}\right]$ , 6.  $\left[\frac{1}{1-\sin x}\right]$

### B. Derivace složené funkce

1.  $[4 \cdot \sin^3 x \cdot \cos x]$ , 2.  $[2(x-1) \cdot e^{x^2-2x+1}]$ , 3.  $\left[\frac{6x \cdot \ln^2(x^2-1)}{x^2-1}\right]$ , 4.  $\left[\frac{6 \sin^2 2x}{\cos^4 2x}\right]$ ,  
5.  $[2x \cdot 5^{x^2-1} \cdot \ln 5]$ , 6.  $\left[\frac{x(2+3x^2) \cdot \sqrt{1+x^2}}{x^2+1}\right]$ , 7.  $\left[\frac{4}{(5-2x)^3}\right]$ , 8.  $\left[-\frac{1}{\cos x}\right]$ , 9.  $\left[\frac{1}{\sqrt{1+2x-x^2}}\right]$ ,  
10.  $\left[\frac{1}{1+x^2}\right]$

### C. Úprava funkce před stanovením derivace

1.  $[x^x \cdot (\ln x + 1)]$ , 2.  $[2 \cdot \ln x \cdot x^{\ln x-1}]$ , 3.  $\left[x^{\sin x} \cdot \left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x}\right)\right]$

### D. Tečna a normála funkce

1a.  $T = \left[2, \frac{5}{7}\right]$ , tečna:  $y = \frac{11}{49}x + \frac{13}{49}$ , normála:  $y = -\frac{49}{11}x + \frac{741}{77}$

1b.  $T = \left[-\frac{1}{2}, -1\right]$ , tečna:  $y = -2x - 2$ , normála:  $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

1c.  $T = [2, 1]$ , tečna:  $y = -\frac{1}{2}x + 2$ , normála:  $y = 2x - 1$

1d.  $T = [e, e]$ , tečna:  $y = 2x - e$ , normála:  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}e$

2a. Tečna:  $y = x - 2$ , normála:  $y = -x$

2b. Tečna:  $y = -\frac{1}{4}x - 1$ , normála:  $y = 4x - 18$

3.  $T = \left[\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}\right]$ , tečna:  $y = x - \frac{9}{4}$

4.  $T = \left[\frac{5}{2}, \frac{17}{4}\right]$ , tečna:  $y = 3x - \frac{13}{4}$