

Vyšetřování průběhu funkce – příklady

[1] HASIL, Petr, ZEMÁNEK, Petr. Sbíрка řešených příkladů z Matematické analýzy I. Dostupné z: https://is.muni.cz/do/rect/el/estud/prif/js12/m_analyza/web/index.html¹

[2] Ústav matematiky, FSI VUT Brno. MATEMATIKA online – Matematika I. Dostupné z: <http://mathonline.fme.vutbr.cz/Matematika-I/sc-5-sr-1-a-4/default.aspx>²

Monotonie, lokální extrémý

Určete intervaly monotonie a extrémý pro následující funkce.

1. $f(x) = x^3 - 12x, D(f) = \mathbf{R}$ [2]

2. $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}, D(f) = \mathbf{R}$ [2]

3. $f(x) = \frac{x}{\ln x}, D(f) = \mathbf{R}^+ - \{1\}$ [2]

4. $f(x) = x - 2 \cdot \sin x, D(f) = (0, 2\pi)$ [1]

5. $f(x) = \frac{1}{x} \cdot \ln \frac{1}{x}, D(f) = (0, \infty)$ [1]

6. $f(x) = \frac{(x+3)^2}{e^x}, D(f) = \mathbf{R}$ [1]

Konvexnost, konkávnost, inflexní body

Rozhodněte o konvexnosti a konkávnosti funkce a najděte případné inflexní body u následujících funkcí.

1. $f(x) = x^3 - 12x, f'(x) = 3x^2 - 12, D(f) = D(f') = \mathbf{R}$ [2]

2. $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}, f'(x) = x \cdot e^{-x} \cdot (2 - x), D(f) = D(f') = \mathbf{R}$ [2]

3. $f(x) = \frac{x}{\ln x}, f'(x) = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}, D(f) = D(f') = \mathbf{R}^+ - \{1\}$ [2]

4. $f(x) = x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}, f'(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot (1 - x^2), D(f) = D(f') = \mathbf{R}$ [1]

5. $f(x) = x^4 - 2x^3 - 12x^2 + 7x - 3, D(f) = \mathbf{R}$ [1]

6. $f(x) = \frac{(x+3)^2}{e^x}, f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{e^x}, D(f) = D(f') = \mathbf{R}$ [1]

Asymptoty se směrnici

Určete asymptoty se směrnici (tj. v nevlastních bodech $\pm\infty$) u následujících funkcí.

1. $f(x) = \frac{3x^2}{x-1}, D(f) = \mathbf{R} - \{1\}$ [1]

2. $f(x) = \frac{4+x^3}{4-x^2}, D(f) = \mathbf{R} - \{\pm 2\}$ [1]

3. $f(x) = \frac{e^x}{x+1}, D(f) = \mathbf{R} - \{-1\}$ [1]

¹ Příklady vybrány z kapitoly I.5 Vyšetřování průběhu funkce

² Příklady vybrány z kapitoly Monotonnost a extrémý funkce, Průběh funkce

Průběh funkce

Vyšetřete průběh následujících funkcí a načrtněte jejich graf, je-li dána jejich první i druhá derivace.

$$1. f(x) = \frac{x}{3-x^2}, f'(x) = \frac{3+x^2}{(3-x^2)^2}, f''(x) = \frac{2x(9+x^2)}{(3-x^2)^3} \quad [1]$$

$$2. f(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x} \right), f'(x) = \frac{x^2-1}{2x^2}, f''(x) = \frac{1}{x^3} \quad [1]$$

$$3. f(x) = \frac{\ln x^2}{x}, f'(x) = \frac{2-\ln x^2}{x^2}, f''(x) = \frac{2 \ln x^2 - 6}{x^3} \quad [1]$$

Vyšetřete průběh následujících funkcí a načrtněte jejich graf.

$$1. f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1} \quad [1]$$

$$2. f(x) = -\frac{x^2}{x+1} \quad [1]$$

$$3. f(x) = x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \quad [1]$$