

MA0004 MATEMATICKÁ ANALÝZA 1

2. cvičení (28. února 2019)

1. Hromadné body posloupností, liminf, limsup

2. Limita funkce jedné proměnné

Hromadné body

1. Vysvětlení pojmu hromadný bod – dotaz na studenty

- Pokud studenti neví, budou vyzváni, aby se podívali sami do svých poznámek z přednášky, případně na mobilu – mohou pracovat ve skupině, čas na řešení: 3 minuty.
- Posléze diskuzí dojdeme k vhodnému vysvětlení

2. Najděte všechny hromadné body daných posloupností a určete limitu superior a limitu inferior daných posloupností:

a) $a_n = (-1)^{n+3}$ *

b) $a_n = (-2)^n$ *

c) $a_n = \frac{(-1)^n}{n} + \frac{1+(-1)^n}{2}$ #

d) $a_n = (-1)^n \cdot \frac{2n}{n+1}$ *

e) $a_n = \operatorname{tg} \left((2n+1) \cdot \frac{\pi}{4} \right)$ *

f) $a_n = 1 + \frac{n}{n+1} \cos \frac{n\pi}{2}$ #

g) $a_n = \sin \left(n \cdot \frac{\pi}{3} \right)$ *

h) $a_n = \frac{n-1}{n+1} \cos \frac{2n\pi}{3}$ #

i) $a_n = 5 + 4 \cdot \cos \left(n \cdot \frac{\pi}{3} \right)$ *

j) $a_n = 5 + 4 \cdot \cos^n \left(n \cdot \frac{\pi}{3} \right)$ *

Limita funkce

1. Limita funkce $f(x)$ v bodě $x_0 \in R$, tj.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

může být různého typu, známe tyto případy:

- Vlastní limita ve vlastním bodě
- Vlastní limita v nevlastním bodě
- Nevlastní limita ve vlastním bodě
- Nevlastní limita v nevlastním bodě

Zkuste pomocí vhodných počítačových aplikací, na základě vlastního úsudku či po poradě s kamarády, přijít na to, jakého typu jsou následující limity:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+3}{x^3+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{(x-2)^2} + 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^3}{x^2+4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \arctg x \text{ (případně } \arctan x)$$

Zdroje příkladů

1. * SAMKOVÁ, Libuše. Materiály k výuce v zimním semestru - Matematická analýza 3.
Dostupné zde: <http://home.pf.jcu.cz/~lsamkova/ma3.htm>
2. # VOLDÁNOVÁ, Anna. Posloupnosti a jejich hromadné body (bakalářská práce, 2007).
Dostupné zde: https://is.muni.cz/th/150974/prif_b/

Výsledky

Hromadné body – příklad 2:

- a) $H(a_n) = \{-1, 1\}$, b) $H(a_n) = \{-\infty, \infty\}$, c) $H(a_n) = \{0, 1\}$, d) $H(a_n) = \{-2, 2\}$,
e) $H(a_n) = \{-1, 1\}$, f) $H(a_n) = \{0, 1, 2\}$, g) $H(a_n) = \left\{-\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$, h) $H(a_n) = \left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$,
i) $H(a_n) = \{1, 3, 7, 9\}$, j) $H(a_n) = \{1, 5, 9\}$