

## 5. cvičení

### Aplikace derivace: rovnice tečny a normály ke grafu funkce

1. Je dána funkce:  $y = x^2 - 4x + 3$

- načrtněte graf funkce
- vypočítejte směrnici tečny grafu funkce v bodě  $T[3; y_0]$
- napište rovnici tečny v bodě T
- načrtněte tuto tečnu v bodě T ke grafu funkce

#### *Poznámka*

Zamyslete se, jak bude vypadat tečna grafu této funkce v bodě  $[1; y_0]$  a v bodě  $[2; y_0]$ .

2. Napište rovnici tečny a normály:

- grafu funkce  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  v bodě  $[-2; y_0]$
- grafu funkce  $y = 2\sin x$  v bodě  $[0; y_0]$
- hyperboly  $xy = 2$  v bodě  $[2; y_0]$
- kružnice  $x^2 + y^2 = 2$  v bodě  $[1; -1]$

### L'Hospitalovo pravidlo

3. Vypočítejte následující limity užitím L'Hospitalova pravidla:

- |   |  |
|---|--|
| a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$     | b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$                               |
| c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1-x}$                     | d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \cos x - \sin x}{x^3}$            |
| e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 6x - 3}{2x^2 + 3x}$  | f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2 + 3x}$                      |
| g) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(x-1)}{tg \frac{\pi x}{2}}$ | h) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln x$                                |
| i) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \cdot \cot gx$             | j) $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$ |
| k) $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \cot gx - \frac{1}{x} \right)$  | l) $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$  |
| m) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}$                  | n) $\lim_{x \rightarrow 1^-} x^{\frac{1}{1-x}}$                            |

### **Výsledky**

3. a) -1, b) 1, c) -1, d)  $-\frac{1}{3}$ , e) 2, f)  $\infty$ , g) 0, h) 0, i) -1, j)  $\frac{1}{2}$ , k) 0, l) 1, m) 1, n)  $\frac{1}{e}$